

Nombre des pages 2

Les quatre exercices sont indépendants.

Une grande part de la notation sera accordée à la rédaction et aux justifications données, (plutôt au résultat lui-même).

Exercice 1 (3 points)

Déterminer le PGCD de deux entiers a et b dans chacun des cas suivantes

1) $a=2009$ et $b=6027$

2) $a=666$ et $b=999$

3) $a=48000$ et $b=7200$

Exercice 2 (4 points)

Dans chacun des cas suivants déterminer le domaine de dérivabilité de f et sa fonction dérivée f'

a) $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$

b) $f(x) = \sqrt{4x - 1} + \frac{3}{x}$

c) $f(x) = x^4 + 5x^2$

d) $f(x) = \frac{1}{x} - 2(\sqrt{3} + 1)$

Exercice 3 (6 points)

Les trois questions sont indépendantes

1) Déterminer les entiers naturels a et b vérifiant

$$\begin{cases} a + b = 150 \\ \text{et} \\ a \wedge b = 30 \end{cases}$$

2) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système suivant

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ x + y - 4z = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

3) Soit $n \in \mathbb{N}$ montrer que $9/7^{3n} - 1$

Exercice 4 (7points)

On appelle f la fonction numérique de la variable réelle définie sur $]-2 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{2x + 4}$$

On note C sa courbe représentative dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2 cm.

1. Etudier la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers -2 .

En déduire l'existence d'une asymptote D à la courbe C.

Donner une équation de cette asymptote.

2. a. Etudier la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers $+\infty$

b. Déterminer trois nombres a, b et c tels que, pour tout x élément de $]-2 ; +\infty[$, on ait :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x + 2}$$

c. En déduire que la droite Δ d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$ est asymptote à la courbe C.

Etudier la position relative de la courbe C et de la droite Δ .

3. a. Montrer que la dérivée f' de la fonction f peut s'écrire de la façon suivante :

$$f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{(x + 2)^2}$$

b. En déduire le tableau de variations de cette fonction sur $]-2 ; +\infty[$.