



Exercice n°1(6 points)

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{4}{5}u_n + 1, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1)a) Calculer U_1 et U_2

b) En déduire que la suite U ni arithmétique ni géométrique

2)a) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a : $U_n < 5$

b) Montrer que la suite (U_n) est croissante,

3) Soit la suite réelle (V_n) définie sur \mathbb{N} par : $v_n = u_n - 5$

a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$

b) Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

c) Calculer la limite de la suite (U_n)

Exercice n°2(4 points)

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^3 - 3x$. (C) sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1) a) Etudier les variations de f et préciser ses extremums éventuels.

b) Montrer que f est impaire et préciser le centre de symétrie de sa courbe.

c) Etudier les branches infinies de (C).

2) a) Montrer que la courbe (C) admet l'origine O comme point d'inflexion.

b) Donner l'équation de la tangente T à la courbe (C) au point O.

3) Tracer T et (C).

Exercice n°3(5points)

Soit la fonction f définie par
$$\begin{cases} f(x) = 2x^2 - x + 1 & \text{si } x < 1 \\ f(x) = \frac{3x + 1}{x + 1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1)a) Donner le domaine de définition de f
- b) Montrer que f est continue en 1
- 2)a) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 1. Que peut-on en déduire ?
- b) Ecrire les équations de demi-tangentes à la courbe (C_f) de f au point d'abscisse 1.
- c) Représenter les demi- tangentes dans un repère.
- 3) a) Calculer la fonction dérivée $f'(x)$ sur les intervalles $]-\infty; 1[$ et $[1; +\infty[$.

Exercice n°4(5 points)

Soit f une fonction définie par sa représentation graphique (C) suivante :

La droite (D) est la tangente à (C) au point $B(1, -3)$;

Par une lecture graphique, répondre aux questions suivantes:

1) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2) Calculer, en justifiant, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$.

3) Calculer $f(2)$ et $f(1)$.

4) Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$

et $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x)}{x}$

5) Dresser le tableau de variation de f .

6) Discuter, suivant les valeurs du paramètre réel m , le nombre de solutions de l'équation $f(x)=m$.

