L. S. Thelepte **A.S : 2008 - 2009**	*Devoir de synthèse n°3* **Epreuve : Mathématique** **Durée : 3 heures**	**Niveau : 3ème Sc.Inf** **Prof : Elhafsi**

Exercice 1: *(4pts)*

Donner la réponse exacte.

1) $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$ = : **a)** 0 ; **b)** $\frac{1}{2}$; **c)** 1
2) $\lim_{x \to 0} \frac{\tan(2x)}{x}$ = : **a)** $\frac{1}{2}$; b) 1 ; **c)** 2
3) *En utilisant les lettres A, V, R, I, L, on écrit tous les mots à cinq lettres distinctes .On obtient :* **a)** 120 ; **b)** 25 ; **c)** 2^5
4) *On lance une pièce de monnaie 5 fois et on note à chaque fois le résultat obtenue. Le nombre des 5-uplets possibles est*
   a) 2^5 ; **b)** 5^2 ; **c)** 5!
5) *Soient deux entiers non nuls a et b tel que a divise b. Alors a v b égal à:*
   a) a ; b) b ; c) ab
6) *Un seul parmi ces nombres est un nombre premier, lequel?*
   a) 1704 ; b) 1091 ; c) 1953

Exercice 2 : *(6pts)*

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}\backslash\{1\}$ *par :* $f(x) = \frac{x^2-x+1}{x-1}$ *et* (C_f) *sa courbe représentative dans un repère orthogonal* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) **a)** *Trouver trois réels a, b et c tel que pour tout* $x \neq 1$; *f(x)* $= ax + b + \frac{c}{x-1}$.
   b) *Montrer que les droites d'équations respectives* $x = 1$ *et* $y = x$ *sont deux asymptotes à* (C_f).
   c) *Montrer que le point* I *intersection des deux asymptotes est un centre de symétrie de* (C_f)
2) **a)** *Etudier les variations de f et préciser ses extremums éventuels.*
   a) *Tracer* (C_f) *dans le repère* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
3) *On se propose de déterminer une équation de* (C_f) *dans le repère* $(I,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.
   a) *Montrer Que si M* (x,y) *dans* $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ *et M(X , Y) dans* $(I,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ *alors*

$X = x - 1$ *et* $Y = y - 1$.

b) *En déduire que* $Y = X + \frac{3}{X}$ *est l'équation de* (C_f) *dans le repère* $(I, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Exercice 3: *(5pts)*

1) *Montrer par récurrence que Pour tout* $n \in \mathbb{N}$ *:*

a) $4^n + 2$ *est divisible par 3.*

b) $10^n - 1$ *est divisible par 9.*

2) *Soient a =1100 et b = 147*

a) *Déterminer le PGCD de a et b.*

b) *En déduire que a et b sont premiers entre eux.*

c) *Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tel que 147 divise 1100×n.*

3) *Résoudre dans* $\mathbb{N}$ *le système suivant : (S) :* $\begin{cases} a + b = 120 \\ a \wedge b = 15 \end{cases}$

Exercice 4: *(5pts)*

Dans une bonbonnière il ya 9 bonbons : 3 caramels, 2 mentholés et 4 aux chocolats.

1) *On prend au hasard 3 bonbons.*

a) *Dénombrer les tirages possibles.*

b) *Calculer la probabilité des évènements suivants :*

A : « Obtenir 3 caramels »

B : « Les bonbons sont de même type »

C : « Il y a au moins un mentholé »

2) *On tire maintenant un bonbon et on répète l'expérience 2 fois sans le remettre dans la bonbonnière. Calculer la probabilité des évènements suivants :*

D: « N'obtenir aucun bonbon de chocolat »

E : « Obtenir exactement 2 mentholés »

F : « Obtenir caramel au premier tirage et mentholé au deuxième tirage» .

Bon Travail