Annexe à rendre avec la copie

Nom et prénom :..

Exercice 1 *(4 points)*

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ et on suppose que f est la dérivée d'une fonction F sur $]0\ ;\ +\infty[$ $\left(\text{ c'est à dire } F' = f\ \right)$.

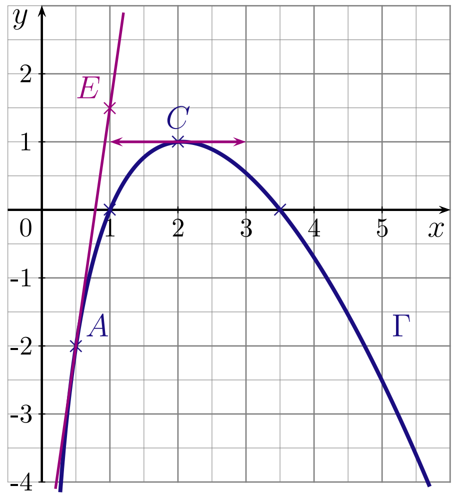
La courbe Γ représentative de la fonction f dans un repère orthonormé est tracée ci-contre.

L'axe $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$est asymptote à la courbe Γ.

La courbe Γ admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{\jmath}\right)$.

La courbe Γ admet au point C une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

La droite (AE) est tangente à la courbe Γ au point A.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, cocher la case V (l'affirmation est vraie) ou la case F (l'affirmation est fausse) sur l'annexe, à rendre avec la copie. Les réponses ne seront pas justifiées.

affirmation	vraie	fausse
1) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.	☐ V	☐ F
2) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$.	☐ V	☐ F
3) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$.	☐ V	☐ F
4) $f'(2) = 0$.	☐ V	☐ F
5) $f'(\frac{1}{2}) = \frac{1}{7}$.	☐ V	☐ F
6) $f'(3) > 0$.	☐ V	☐ F
7) F est croissante sur $[\ 1\ ,\ 3\ ]$	☐ V	☐ F
8) F admet deux extrémums locaux	☐ V	☐ F

Prof: Lahbib Ghaleb

Exercice 2 *(3 points)*

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 2u_n - 3 \quad , \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 3$.
2. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 3 + 2^n$.

Exercice 3 *(4 points)*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système (S) : $\begin{cases} x - y + z & = 17 \\ 9x + 3y + z & = -43 \\ 6x + y & = -27 \end{cases}$
2. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont trois réels.
   On suppose que la courbe $\mathscr{C}_f$ de f dans un repère orthonormé $\left(O, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}\right)$ passe par les points $A(-1, 16)$ et $B(3, -16)$ et qu'elle admet en B une tangente horizontales (parallèle à l'axe $\left(O, \overrightarrow{\imath}\right)$).
   (a) Montrer que le triplet (a, b, c) vérifie le système (S).
   (b) Déterminer alors la fonction f .

Exercice 4 *(6 points)*

1. Étudier le signe du polynôme $P(x) = -4x^2 + 6x + 4$.$\left(\textit{On donne : } P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \quad \textit{et} \quad P(2) = 0\right)$
2. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{4x - 3}{x^2 + 1}$. On note f' sa fonction dérivée.
   Sa courbe représentative $\mathcal{C}_f$ dans un repère du plan est donnée ci-dessous.
   (a) Calculer $f'(x)$ et vérifier que $f'(x) = \dfrac{P(x)}{(x^2 + 1)^2}$.
   (b) Étudier les variations de la fonction f.
   (c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -3.
   Tracer la tangente T dans le repère ci-dessous.