

DEVOIR DE SYNTHESE NII
MATHEMATIQUES **3S.I**

Exercice 1 (4 points)

A- Déterminer les couples (x, y) d'entiers naturels vérifiant : $x + y = 2008$ et $x \wedge y = 251$

B- Déterminer tous les couples (a, b) d'entiers naturels tels que : $7(a - 1) - 3b = 0$

Exercice 2: (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par récurrence par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \text{ et } U_1 = 2 \\ U_{n+2} = 6U_{n+1} - 5U_n \end{cases}$$

1. Calculer U_2, U_3, U_4 .
2. Résoudre l'équation du second degré suivante : $x^2 = 6x - 5$.
3. Déterminer deux réels A et B tels que : $U_n = A \times 5^n + B$.
4. En déduire U_{10} .

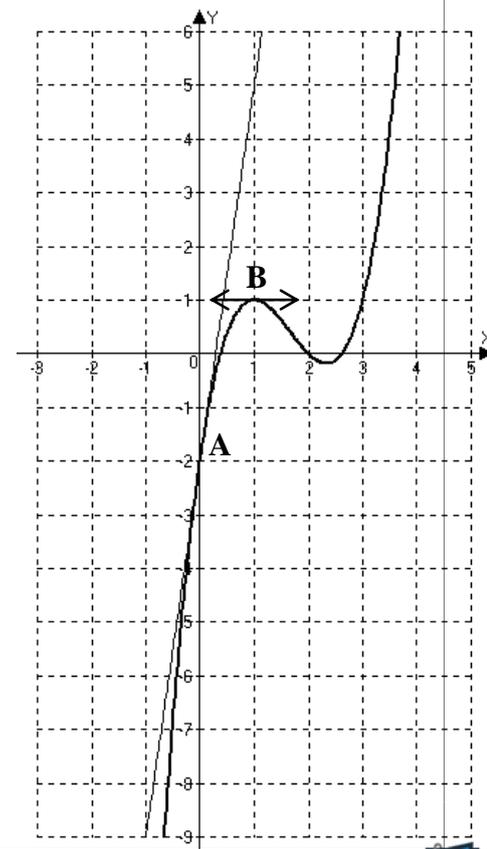
Exercice 3 (5 points)

On a tracé ci-contre la représentation graphique C d'une fonction polynôme du troisième degré définie par :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

où a, b, c et d sont des constantes réelles.

- 1) Lire graphiquement les coordonnées des points A et B de la courbe C .
- 2) Lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes à la courbe C aux points d'abscisses A et B.
- 3) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de f .



4) En déduire un système d'équation vérifié par les réels a , b , c et d .

5) En déduire que $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$.

6) Déterminer une équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0 et la position de C par rapport à cette tangente.

Exercice 4 (4 points) :

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}^{\neq} par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}.$$

On note C sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

1-a- Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation

1. b- Déterminer les abscisses des points de la courbe C où la tangente est horizontale .

2. Existe-t-il des points de la courbe C où la tangente admet un coefficient directeur égal à -2 ?

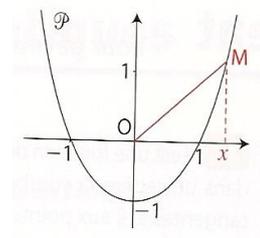
3 Déterminer les abscisses des points de la courbe C où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = -\frac{2}{3}x - 5$

Exercice 5 (3 pts)

Dans un repère d'origine O , P est la parabole d'équation : $y = x^2 - 1$.

On associe à tout nombre réel x , le point M de P d'abscisse x .

- 1) Démontrer que $OM^2 = x^4 - x^2 + 1$.
- 2) f est la fonction définie sur \mathbf{R} par : $f(x) = x^4 - x^2 + 1$.
 - a) Calculer $f'(x)$ et étudier son signe.
 - b) Dresser le tableau de variation de f .
- 3) Déterminer la(les) position(s) de M sur P pour laquelle(lesquelles) la distance OM est minimale. Calculer cette distance minimale.





A large, empty rectangular area for writing or drawing, framed by a thin black border.