

**DEVOIR DE SYNTHÈSE N°1**  
**MATHÉMATIQUES** **3S.1**

**Exercice 1 (4 points)**

A- Déterminer les couples  $(x, y)$  d'entiers naturels vérifiant :  $x + y = 2008$  et  $x \wedge y = 251$

B- Déterminer tous les couples  $(a, b)$  d'entiers naturels tels que :  $7(a - 1) - 3b = 0$

**Exercice 2: (4 points)**

On considère la suite  $(U_n)$  définie par récurrence par :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \text{ et } U_1 = 2 \\ U_{n+2} = 6U_{n+1} - 5U_n \end{cases}$$

1. Calculer  $U_2, U_3, U_4$ .
2. Résoudre l'équation du second degré suivante :  $x^2 = 6x - 5$ .
3. Déterminer deux réels A et B tels que :  $U_n = A \times 5^n + B$ .
4. En déduire  $U_{10}$ .

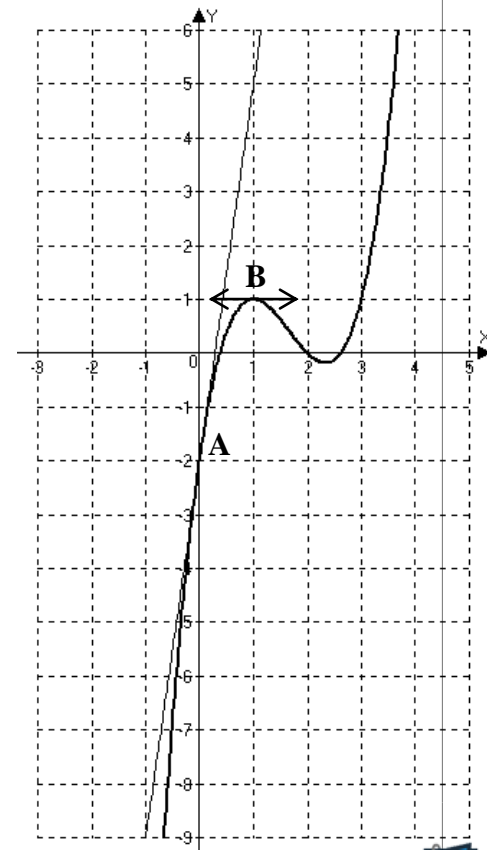
**Exercice 3 (5 points)**

On a tracé ci-contre la représentation graphique  $C$  d'une fonction polynôme du troisième degré définie par :

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

où  $a, b, c$  et  $d$  sont des constantes réelles.

- 1) Lire graphiquement les coordonnées des points A et B de la courbe  $C$ .
- 2) Lire graphiquement le coefficient directeur des tangentes à la courbe  $C$  aux points d'abscisses A et B.
- 3) Déterminer l'expression de la fonction dérivée de  $f$ .



4) En déduire un système d'équation vérifié par les réels  $a$ ,  $b$ ,  $c$  et  $d$ .

5) En déduire que  $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 2$ .

6) Déterminer une équation de la tangente  $T$  à  $C$  au point d'abscisse  $0$  et la position de  $C$  par rapport à cette tangente.

#### Exercice 4 ( 4 points ) :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}^{\neq}$  par :

$$f(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x}.$$

On note  $C$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé .

1-a- Etudier les variations de  $f$  et dresser son tableau de variation

1. b- Déterminer les abscisses des points de la courbe  $C$  où la tangente est horizontale .

2. Existe-t-il des points de la courbe  $C$  où la tangente admet un coefficient directeur égal à  $-2$  ?

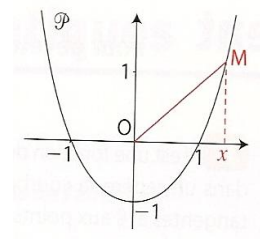
3 Déterminer les abscisses des points de la courbe  $C$  où la tangente est parallèle à la droite d'équation  $y = -\frac{2}{3}x - 5$

#### Exercice 5 (3 pts)

Dans un repère d'origine  $O$ ,  $P$  est la parabole d'équation :  $y = x^2 - 1$ .

On associe à tout nombre réel  $x$ , le point  $M$  de  $P$  d'abscisse  $x$ .

- 1) Démontrer que  $OM^2 = x^4 - x^2 + 1$ .
- 2)  $f$  est la fonction définie sur  $\mathbf{R}$  par :  $f(x) = x^4 - x^2 + 1$ .
  - a) Calculer  $f'(x)$  et étudier son signe.
  - b) Dresser le tableau de variation de  $f$ .
- 3) Déterminer la(les) position(s) de  $M$  sur  $P$  pour laquelle(lesquelles) la distance  $OM$  est minimale. Calculer cette distance minimale.





A large, empty rectangular area with a thin black border, intended for writing or drawing.