

Mathématiques		<b>Devoir de Synthèse n°02</b>	
Lycée Ibn khaldoun ouesseltia			
<b>Durée : 3 heures</b>	<b>Mardi 16/05/2017</b>	3 <sup>ème</sup> Sc	<b>Mr: Arfaoui khaled</b>

**Exercice N° :1** (3 pts)

L'élève doit écrire sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la bonne réponse

1/  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x \sin x} = :$  a) 0 ; b)  $\frac{1}{2}$  ; c) 1

2/  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \tan(2x)}{x} = :$  a) 1 ; b) 2 ; c)  $+\infty$

3/ le nombre des anagrammes du mot ESSENTIEL est :

a) 9! ; b)  $9! - (2! + 3!)$  ; c)  $\frac{9!}{2!3!}$

4/ le nombre de tous les ensembles d'un ensemble fini de cardinal n est :

a)  $2^2$  ; b)  $n^2$  ; c)  $C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$

5/ l'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . doivent

$$(D): \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad ; \quad (D'): \begin{cases} x = 1 + \beta \\ y = 3 - \beta \\ z = \frac{1}{2}\beta \end{cases} \quad \beta \in \mathbb{R}$$

a)  $(D) \perp (D')$  ; b)  $(D) // (D')$  ; c) (D) et (D') sont sécantes

6/ l'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . soient

$$(D): \begin{cases} x = 1 - 2\alpha \\ y = 2 + 3\alpha \\ z = 5\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R} \quad \quad P: x - y + z + 1 = 0$$

a)  $(D) \perp P$  ; b) (D) et P sont strictement parallèles ; c)  $(D) \subset P$

**Exercice N° 2** (4pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On donne les points A(1, 1, -1) ; B(1, -1, 2) et C(3, 1, -1)

1/ Donner une représentation paramétrique de la droite (AB)

2/ Le point E(2, 1, 1) appartient-il à la droite (AB) ?

3/ Etudier la position relative de la droite (AB) et la droite D définie par :

$$(D) : \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 + 3\alpha \\ z = 1 + \alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

- 4/ a) Montrer que les points A , B et C ne sont pas alignés  
 b) Donner une équation cartésienne du plan ( ABC )  
 c) Montrer que ( D ) est perpendiculaire à P = ( ABC )  
 d) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de ( D ) et P

**Exercice N°3** (6 pts)

Soit U la suite définie sur  $\mathbb{N}$  par : 
$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{3U_n + 2}{4 + U_n} \end{cases}$$

- 1/ a) Calculer  $U_1$  et  $U_2$   
 b) Dédire que la suite U n'est ni arithmétique , ni géométrique

2/a) Vérifier que 
$$U_{n+1} = 3 - \frac{10}{4 + U_n}$$

- b) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $0 \leq U_n \leq 1$

3/ a) Montrer que pour tout n , 
$$U_{n+1} - U_n = \frac{(1 - U_n)(2 + U_n)}{4 + U_n}$$

- b) En déduire le sens de variation de U  
 c) En déduire que U est convergente

4/ on pose pour tout entier naturel n , 
$$V_n = \frac{U_n - 1}{2 + U_n}$$

- a) Montrer que V est une suite géométrique dont on précisera sa raison  
 b) Déterminer  $V_n$  en fonction de n et Calculer sa limite  
 c) Montrer que pour tout entier naturel n , 
$$U_n = \frac{1 + 2V_n}{1 - V_n}$$
  
 d) En déduire la limite de la suite U

**Exercice N°4** (4 pts)

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par : 
$$f(x) = 2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{6} \right)$$

1/ Montrer que  $f$  est périodique de période  $\pi$

2/ Montrer que  $f'$  s'annule sur  $[0, \pi]$  en  $\frac{\pi}{3}$  et en  $\frac{5\pi}{6}$

3/ Etudier les variations de  $f$  sur  $[0, \pi]$

4/ Tracer la courbe de  $f$  sur  $[0, 2\pi]$

**Exercice N°5** ( 3 pts)

Une urne contient 2 jetons noirs numérotés 0 , 1 , 4 jetons blancs numérotés 0 , -1 , -1 , 1 indiscernables Au toucher .

1/ une épreuve consiste à tirer simultanément 2 jetons de l'urne

a) Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir deux jetons de même couleur »

B : « obtenir deux jetons dont la somme des numéros est nulle »

b) Calculer la probabilités des événements  $A \cap B$  et  $A \cup B$

2/ On tire successivement et sans remise 2 jetons de l'urne

Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

C : « obtenir deux jetons de couleur différents »

D : « obtenir deux jetons dont le produit des numéros qu'ils portent nul »