

LYCÉE OUED-ELLIL



DEVOIR DE SYNTHÈSE N° 2 - MATHÉMATIQUES



CLASSE : 3^{IÈME} ANÉE SECONDAIRE

SECTION: SCIENCES EXPÉRIMENTALES

DURÉE : 3 HEURES

ANNÉE SCOLAIRE 2017-2018

PROF :BELLASSOUED MOHAMED



EXERCICE 1: 9 POINTS

BAREME

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$ et on note \mathcal{C}_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

Partie A. Étude d'une fonction g

Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1-Dresser le tableau de variation de g .

1,5

2-a-Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans \mathbb{R} .

0,5

b-En déduire le signe de g sur \mathbb{R}

0,5

Partie B. Étude de la fonction f

1-a-Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

1

b-Justifier que la courbe \mathcal{C}_f admet deux asymptotes verticales dont On précisera les équations

0,5

2-a-Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2 - 1)^2}$.

0,75

b-En déduire le signe de $f'(x)$, puis dresser son tableau de variation de f .

1

3-a-Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$: $f(x) = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$.

0,25

b-En déduire que la droite $\mathcal{D} : y = x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe \mathcal{C}_f en $+\infty$ et en $-\infty$.

0,5

c-Étudier la position de \mathcal{C}_f par rapport à \mathcal{D} en précisant le point d'intersection de \mathcal{C}_f et \mathcal{D} .

1

4-a-Compléter soigneusement sur la figure 1 de la feuille annexe la courbe \mathcal{C}_f

0,75

b-En déduire a partir de la courbe \mathcal{C}_f la représentation graphique \mathcal{C}_h de la fonction h

0,75

définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ par $h(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{|x^2 - 1|}$

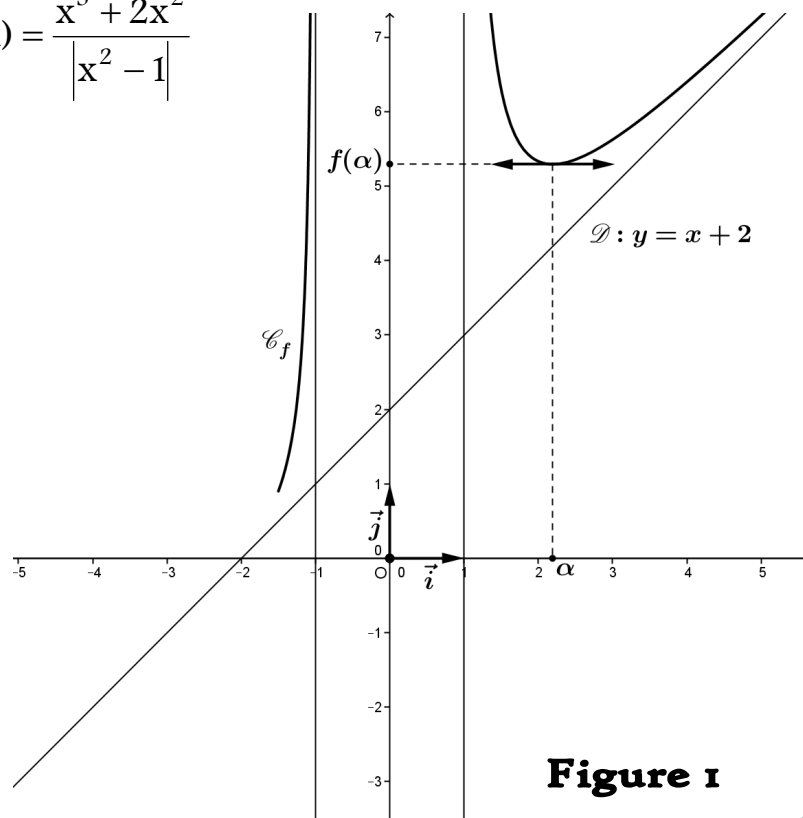


Figure 1



EXERCICE 2: 3.5 POINTS

On considère la suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_0 = \frac{1}{2}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$: $U_{n+1} = \frac{\sqrt{1+3U_n^2}}{2}$.

2- a- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\frac{1}{2} \leq U_n \leq 1$

1

b- Montrer que la suite (U_n) est croissante

1

3- a- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{n+1}}$

1

b- En déduire que la suite (U_n) est convergente, déterminer sa limite.

0,5

EXERCICE 3: 4 POINTS

Un sondage auprès de 150 personnes a donné les résultats suivants :

- A la question « Consommez vous régulièrement de l'alcool ? », 50 personnes répondent oui.
- A la question « Êtes-vous fumeur ? », 80 personnes répondent oui.
- A la question « Êtes-vous un fumeur consommant régulièrement de l'alcool ? », 35 personnes répondent oui.

Le sondage précédant est schématisé par diagramme ci-contre

1- calculer le cardinal de chacun des ensembles : E, F et G

2- On interroge au hasard une personne.

Calculer les probabilités des événements suivants :

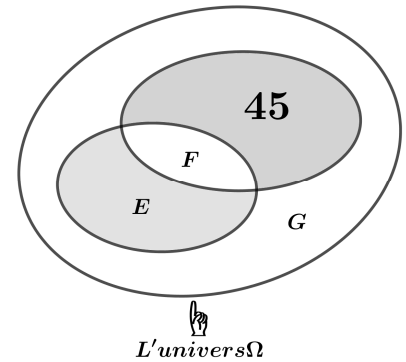
A : « La personne interrogée est un fumeur »

B : « La personne interrogée consomme régulièrement de l'alcool »

C : « La personne interrogée est un fumeur ou consomme régulièrement de l'alcool »

D : « La personne interrogée n'est pas fumeur et ne consomme pas régulièrement de l'alcool »

3- on a interrogé une personne fumeur. Quelle est la probabilité d'être consommateur de l'alcool ?



0,75

0,5

0,5

0,75

0,75

0,75

EXERCICE 4: 3.5 POINTS

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (1 - \cos x) \sin x$

1- Vérifier que f est impaire et périodique

0,5

2- Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = (1 - \cos x)(2 \cos x + 1)$

1

3- Dresser le tableau de variation de f sur $[-\pi, \pi]$

0,5

4- Compléter sur la figure 2 de la feuille annexe la courbe \mathcal{C}_f de f sur $[-\pi, 2\pi]$

1

5- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x) \sin x}{x^3}$

0,5

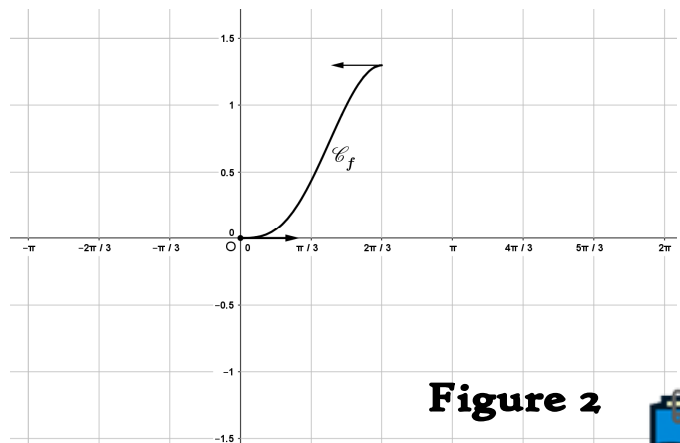


Figure 2

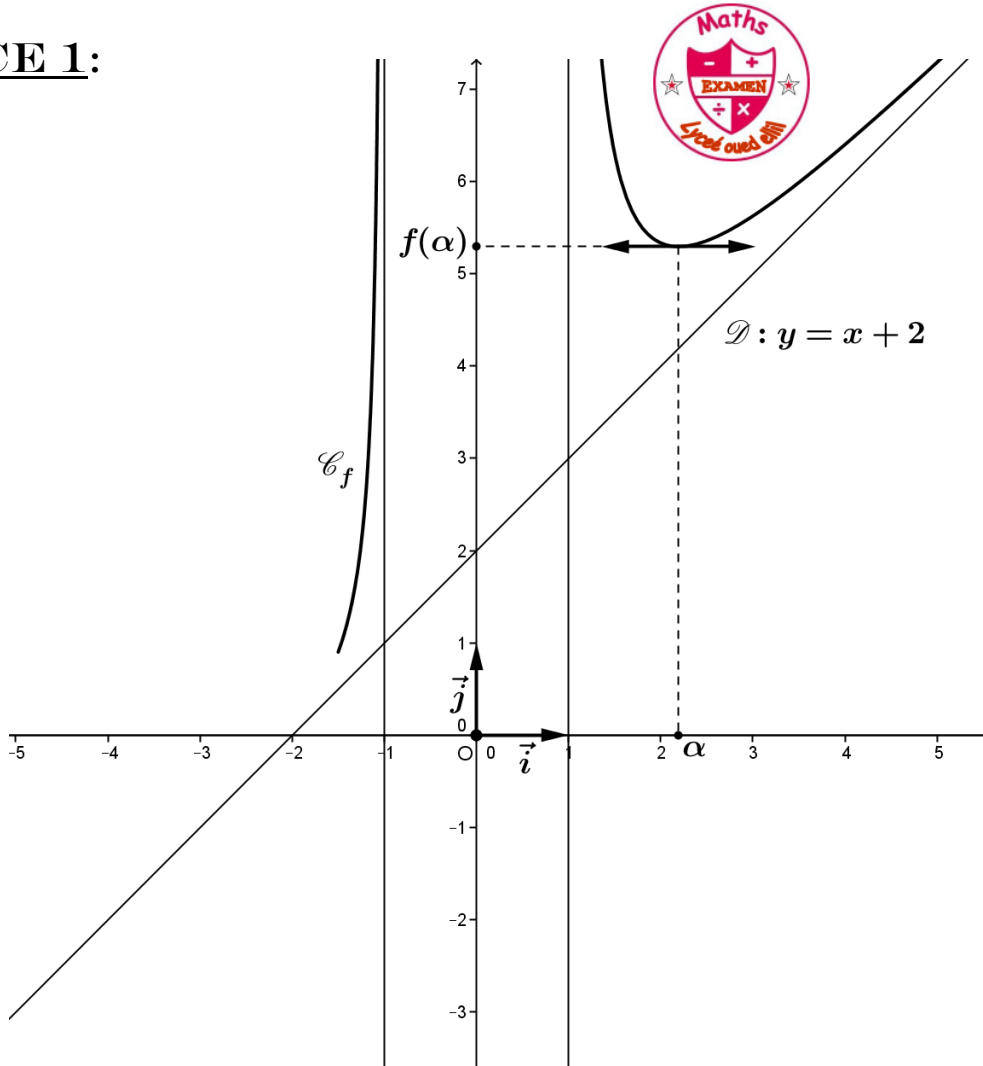


NOM _____

PRENOM _____

CLASSE : 3^{ème} SCIENCES EXP

EXERCICE 1:



EXERCICE 4:

