**Durée : 4 heures**

# ∽ Baccalauréat C Montpellier juin 1966 ∾ Mathématiques élémentaires et mathématiques et technique

**EXERCICE 1**

Déterminer les modules et arguments respectifs des solutions de l'équation

$$z^4 = -\mathrm{i}.$$

Représenter géométriquement leurs images respectives.

**EXERCICE 2**

1. Démontrer que, dans un repère constitué par un trièdre orthonormé direct $\mathrm{O}xyz$, les équations

$$x-2 = y+1 = z-3$$

   sont celles d'une droite (D).
2. Démontrer que, dans le même repère, les équations 4t 1- 3t

$$x = \dfrac{4t}{t+1}, \quad y = \dfrac{1-3t}{t+1}, \quad \text{et} \quad z = \dfrac{2t+4}{t+1} \quad (t \neq -1)$$

   donnent les coordonnées d'un point se déplaçant sur une droite ($\Delta$).
3. Montrer que les droites (D) et ($\Delta$) ont un point commun.
4. Déterminer les composantes scalaires d'un vecteur $\overrightarrow{\mathrm{V}}$ orthogonal au plan formé par (D) et ($\Delta$).

**EXERCICE 3**

Soit un repère orthonormé $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$ et le cercle (C) de centre O, de rayon R.
On considère la transformation ponctuelle T qui, au point $\mathrm{M}(x~;~y)$, fait correspondre le point $\mathrm{M}'(x'~;~y')$, intersection de la parallèle menée de M à l'axe $y'\mathrm{O}y$ et de la polaire de M par rapport au cercle (C).

1. Montrer que $x' = x$ et $y' = \dfrac{\mathrm{R}^2 - x^2}{y}$.

   Définir la transformation réciproque $\mathrm{T}^{-1}$. La transformation T est-elle involutive ?

   Déterminer ses points doubles, ainsi que les points qui ne possèdent pas d'homologues.

   Existe-t-il des droites globalement invariantes dans la transformation T ?
2. On suppose que l'ensemble des positions du point M est une parallèle à l'axe $x'\mathrm{O}x$, d'équation $y = y_0$.

   Déterminer analytiquement l'ensemble des positions de $\mathrm{M}'$, ainsi que le sommet, le paramètre, le foyer et la directrice du même ensemble.
3. Trouver géométriquement l'ensemble des points $\omega$ milieux des segments $\mathrm{MM}'$. (On pourra étudier le comportement du cercle de diamètre $\mathrm{MM}'$ dans l'inversion de pôle O et de puissance $\mathrm{R}^2$.)

   En déduire, par une transformation ponctuelle connue, l'ensemble des points $\mathrm{M}'$, déjà vu.

**4.** $a$ et $b$ étant des constantes, déterminer l'équation de la courbe ($\Gamma$) homologue de la droite d'équation $y = ax+b$ dans la transformation T. (On suppose $a \neq 0$.)

**5.** Cette équation peut se mettre sous la forme $y = f(x)$.
Étudier les variations de cette fonction et la représenter graphiquement en choisissant R = 3 cm, $a = 2$, $b = 4$ cm.

**6.** Dans ce dernier cas, mettre la fonction $f$ sous la forme $y = \text{A}X + \dfrac{\text{B}}{X} + \text{C}$, où $X$ est de la forme $X = \alpha x + \beta$ et A, B, C, $\alpha$ et $\beta$ étant des constantes.
En déduire une primitive de la fonction $f$ de la variable $x$.