

∞ Besançon juin 1967 ∞
Baccalauréat mathématiques élémentaires et
mathématiques et technique

EXERCICE 1

Déterminer la base du système de numération dans lequel on a

$$\overline{46} + \overline{53} = \overline{132}$$

et effectuer, dans ce système, l'opération $\overline{46} \times \overline{53}$.

EXERCICE 2

1. Étudier les variations des fonctions définies par

$$x \xrightarrow{f_1} y_1 = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x - 2} \quad \text{et} \quad x \xrightarrow{f_2} y_2 = \frac{\operatorname{tg} x}{\operatorname{tg} x + 2}$$

et construire leurs courbes représentatives dans un repère orthonormé.

2. Étudier le signe de

$$\Delta(x; y) = \operatorname{tg}^2 x (1 - y)^2 - 4y^2,$$

suivant la position d'un point $M(x; y)$ dans un repère orthonormé, en supposant l'abscisse de M telle que $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$.

EXERCICE 3

On définit, en Géométrie plane, une transformation ponctuelle T de la façon suivante :

étant donné deux points fixes, O et A , et une droite fixe (D) , ne passant pas par O et non parallèle à OA , le transformé, M , d'un point m est l'homothétique de A dans l'homothétie de centre m qui transforme O en un point, P , de la droite (D) .

1.
 - a. Construire le transformé, M , d'un point m , en précisant l'ensemble (ℓ) sur lequel cette transformation T n'est pas définie.
 - b. Transformation réciproque T^{-1} : étant donné M , construire m , en précisant l'ensemble (L) sur lequel la transformation T^{-1} n'est pas définie.
2. On donne deux points, m et m' , et l'on désigne par M et M' leurs transformés respectifs par T , par P et P' les points d'intersection respectifs des droites mO et $m'O$ avec (D) .
 - a. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{P'M'}$ et \overrightarrow{PM} se correspondent dans une homothétie ou une translation, que l'on précisera; en déduire que les droites mm' et MM' concourent sur (D) ou sont parallèles à (D) .
 - b. Étudier l'ensemble, (Δ) , des points transformés par T des points d'une droite donnée (δ) . Le point I étant l'intersection, lorsqu'elle existe, de (δ) et (ℓ) , que peut-on dire de (Δ) par rapport à la droite AI ?
3. Étude analytique de cette transformation dans un repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$. On prendra $x = p$ pour équation de (D) et $(a; b)$ pour coordonnées de A ; on précisera les conditions à poser sur ces constantes pour que (D) et A satisfassent aux hypothèses.
 - a. $(x; y)$ étant les coordonnées de m , $(X; Y)$ étant celles de M , exprimer X et Y en fonction de x et y ; exprimer x et y en fonction de X et Y .

- b.** Retrouver (Δ) , transformée d'une droite (δ) , et les positions respectives de (δ) , (Δ) et (D) .
- 4.** Déterminer l'ensemble des points transformés par T de ceux d'un cercle (C) , de centre A et de rayon R ; préciser, suivant les valeurs de R , sa nature et le caractériser.
- N. B.** - Les questions 1 et 2, d'une part, 3 et 4 d'autre part, sont indépendantes.