

SERIE : C

Epreuve de : **Mathématiques**

Durée : 4 heures

Coefficient : 5

Code Matière : 09

N.B. : Les DEUX Exercices et le Problème sont obligatoires.

Exercice - 1

(04 points)

Dans le plan orienté (\mathcal{S}) , on considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que $AB = AC$ et :
 $\text{mes}(\widehat{AB, AC}) = \frac{\pi}{2}$

1. Dans cette question, le plan (\mathcal{S}) est rapporté au repère orthonormé direct $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$.
 - a. Déterminer les affixes respectives z_A, z_B, z_C des points A, B, C. (0,25 pt)
 - b. Soit T la transformation ponctuelle du plan (\mathcal{S}) vers (\mathcal{S}) qui à tout point M d'axe z associe le point M' d'axe z' telle que $z' = -z + 2i$.
 Caractériser géométriquement T . (0,25 pt)
 - c. Donner l'expression complexe de la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. (0,25 pt)
 - d. On pose $f = T \circ R$. Donner l'expression complexe de f . (0,25 pt)
 En déduire la nature et les éléments géométriques de f . (0,25 pt)
 - e. On note I le centre de f ; donner la nature du quadrilatère ABIC. Justifier votre réponse. (0,25 pt)

Dans toute la suite, on utilisera une méthode géométrique. On pose $AB = AC = a$ où $a \in \mathbb{R}_+^*$.

2. Soit S la similitude plane directe de centre I qui transforme A en B. On note $C' = S(C)$; $O' = S(O)$ où O est le milieu du segment [BC].
 - a. Donner le rapport et l'angle de S . (0,50 pt)
 - b. Montrer que $C' \in [IA]$. (0,25 pt)
 - c. Donner l'image par S du segment [IA] et montrer que O' est le milieu du segment [IB]. (0,75 pt)
3. On considère le système de points pondérés $\{(A; -1), (B; 1), (C; 1)\}$.
 - a. Quel est le barycentre G de ce système? (0,25 pt)
 - b. Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = a^2$. (0,75 pt)

Exercice - 2

(04 points)

1. On considère deux dés cubiques parfaitement équilibrés D_1 et D_2 tels que :
 - D_1 porte sur ses six faces les chiffres 1, 1, 2, 3, 3, 4.
 - D_2 porte sur ses six faces les chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6.

On lance simultanément ces deux dés. On note a le chiffre lu sur D_1 et b le chiffre lu sur D_2 .
 Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « obtenir un couple (a, b) tel que $a = b$ » (0,50 pt)
 B : « obtenir un couple (a, b) de nombres impairs ». (0,50 pt)
2. On prend le dé D_2 dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.
 On lance une fois ce dé. A chaque entier n obtenu ($1 \leq n \leq 6$), on associe le couple d'entiers (a, b) tels que $a = 5n + 3$ et $b = 3n + 1$.
 - a. Pour $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, donner le couple (a, b) correspondant ainsi que leur plus grand commun diviseur d ($d = \text{PGCD}(a, b)$). (1,00 pt)
 - b. Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
 - C : « a et b sont des nombres premiers » (0,50 pt)
 - D : « a et b sont premiers entre eux ». (0,50 pt)
3. Résoudre l'équation $13x - 7y = 11$, d'inconnues $(x, y) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$. (1,00 pt)