DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 1999

SERIE : A

Code matière : 08

Epreuve de : MATHEMATIQUES
Durée : 2 heures 15 minutes
Coefficient : A1 = 1 – A2 = 3

N.B. : - Les Deux Exercices et le Problème sont obligatoires.

EXERCICE I (4 points)

On considère la suite (U_n) définie par son premier terme $U_0 = 2$ et la relation de récurrence : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - \frac{5}{6}$, pour tout entier naturel n.

1 - Calculer U_1 et U_2. (0,5 point)

2 - Soit une deuxième suite (V_n) définie par : $V_n = 3U_n + 5$, pour tout $n \in \mathbb{N}$.

a - Démontrer que (V_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison q et le premier terme V_0. (1,5 point)

b - Exprimer V_n puis U_n en fonction de n. (0,75 point)

c - Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$. (0,25 point)

3 - a - Calculer $V_{n+1} - V_n$ en fonction de n. (0,5 point)

b - En déduire que la suite (V_n) est décroissante. (0,5 point)

EXERCICE II (4 points)

Le tableau suivant donne la répartition des 80 employés d'une entreprise en fonction de leur salaire mensuel (en milliers de francs malgaches FMG). Soit n un entier naturel non nul.

Salaire	[50 ; 150[	[150 ; 250[	[250 ; 350[	[350 ; 450[	[450 ; 550[	[550 ; 650[
Effectifs (n_i)	n	26	20	4	4	2

Dans les calculs qui suivent, on utilisera les centres x_i des classes, où $1 \leq i \leq 6$.

1 - Déterminer l'effectif n des employés ayant un salaire mensuel inférieur à 150.000 FMG. (0,5 point)

On prendra n = 24 dans tout ce qui suit.

2 - Dans un repère orthogonal du plan, représenter le nuage de points M_i de coordonnées (x_i, n_i), $1 \leq i \leq 6$. (0,5 point)

On prendra comme unités : 1cm sur l'axe des abscisses pour 100.000FMG.
1cm sur l'axe des ordonnées pour 5 employés.

3 - a. Calculer les fréquences relatives de ces six classes. (2 points)

b. Calculer la moyenne des salaires, exprimée en francs, dans cette entreprise. (1 point)

../.

PROBLEME (12 points)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $[0, +\infty[$ par :

$f(x) = -x + 1 - e^{-x}$.

On note $(\mathscr{C})$ la courbe représentative de f dans un plan P muni d'un repère orthonormé $\mathscr{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

1 - a. Déterminer la limite de f en $+\infty$. (1 point)

b. Montrer que la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $y = -x + 1$ est asymptote à la courbe $(\mathscr{C})$. (1 point)

2 - a. Montrer que pour tout réel $x \geq 0$, $f'(x) = -1 + e^{-x}$, où f' désigne la fonction dérivée de f. (1 point)

b. En déduire le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$. (1 point)

3 - a. Compléter le tableau des valeurs suivant : (1 point)

x	0	1	2	3	4
f(x)					

b. Ecrire l'équation de la tangente (T) à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse $x_0 = 0$. (1 point)

c. Représenter graphiquement les droites $(\mathscr{D})$, (T) et la courbe $(\mathscr{C})$ dans P. (3 points)

4 - Pour tout $x \geq 0$, on pose $F(x) = -\frac{x^2}{2} + x + e^{-x}$

a. Montrer que F est une primitive de f. (2 points)

b. En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan limité par la courbe $(\mathscr{C})$, l'axe des abscisses $x'ox$ et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$. (1 point)

On donne : $e^{-1} \simeq 0,36$; $e^{-2} \simeq 0,13$; $e^{-3} \simeq 0,05$.