DIRECTION DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

SERVICE D'APPUI AU BACCALAUREAT

BACCALAUREAT DE L'ENSEIGNEMENT GENERAL

SESSION 2007

Série : A

Code Matière : 009

Epreuve de : Mathématiques

Durée : 2 heures 15 minutes

Coefficients : A1 = 1 ; A2 = 3

NB : - Le candidat doit traiter les DEUX Exercices et le PROBLEME

- Machine à calculer autorisée

EXERCICE I (5 points)

Soient $(U_n)_{n\in IN}$ et $(V_n)_{n\in IN}$ deux suites numériques définies respectivement par :

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = 2 - \dfrac{5}{U_n + 4}, \ n \in IN \end{cases} \quad \text{et} \quad V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 3}, \ n \in IN$$

1°-Calculer U_1, V_0 et V_1. (0,25x3pts)

2°-a-Montrer que $(V_n)_{n\in IN}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{5}$ (1pt)

b-Exprimer V_n en fonction de n. (1pt)

3°-a-Exprimer U_n en fonction de V_n (1pt)

b-En déduire l'expression de U_n en fonction de n. (0,5pt)

c-Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$. Que peut-on en conclure ? (0,5+0,25pt)

EXERCICE II (5 points)

Un sac contient 10 boules indiscernables au toucher, portant les lettres A, B et C et dont la répartition suivant la couleur est donnée par le tableau ci-dessous :

Couleurs \ Lettres	B	A	C
Rouges	1	1	3
Vertes	0	1	1
Noires	0	1	2

Chaque boule a la même probabilité d'être tirée.

1°-On tire au hasard et simultanément trois boules du sac.

a-Déterminer le nombre de tirages possibles. (0,5pt)

b-Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

E_1 :"obtenir trois boules de même couleur". (1pt)

E_2 :"obtenir exactement deux boules portant la même lettre ". (1pt)

E_3 :"obtenir trois boules de même couleur et portant la même lettre" (0,5pt)

2°-On tire successivement trois boules du sac, sans remettre dans le sac la boule qui a été tirée.

Calculer la probabilité des évènements suivants :

F_1 :"obtenir les lettres B, A et C dans cet ordre ". (1pt)

F_2 :"obtenir au plus deux boules noires". (1pt)

(N.B : Mettre les résultats sous-forme de fractions irréductibles)

$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$. $x < 0$ $= 0^-$ $\boxed{\ln e = 1}$ $\boxed{\ln 1 = 0}$

signe $f'(x)$ $[0; +\infty[$

PROBLEME (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x - 2\ln(x)$.

On désigne par $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $\mathfrak{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

	A1	A2
1) a) Vérifier que $f(x) = x\left(1 - 2\frac{\ln(x)}{x}\right)$ pour tout réel strictement positif x.	0.5	0.5
b) Sachant que $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$; déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.	1	0.75
c) On sait que $\lim\limits_{\substack{x\to 0^+ \\ x>0}} f(x) = +\infty$ Que signifie ce résultat pour la courbe $(\mathscr{C})$?	0,5	0.5
2) a) Justifier que pour tout réel strictement positif : $f'(x) = \frac{x-2}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f.	0.5	0.5
b) Etudier signe de $\frac{x-2}{x}$.	1	0.75
c) Dresser le tableau de variation de f.	1,5	1,25
3) a) Expliquer, pourquoi la courbe $(\mathscr{C})$ passe par les points $A(1;1)$, $B(2;2-2\ln(2))$ et $C(e;e-2)$.	1	0.7
b) Déterminer une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathscr{C})$ en $x_0 = 2$.	1	0.75
4) a) Placer, dans le repère $\mathfrak{R}$, les points A, B et C. (On prend : $\ln(2) = 0,7$ et $e = 2,7$)	1	0,75
b) Tracer, dans le repère $\mathfrak{R}$, (T) et $(\mathscr{C})$.	2	1,5

Pour A2 seulement (indépendante des questions précédentes).

g est la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{14x}{x^2+3}$.

On désigne par (Γ) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 1,5cm$ et $\|\vec{j}\| = 2cm$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, on a : $g(x) = 7.\frac{u'(x)}{u(x)}$ où u' est la fonction dérivée de la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = x^2 + 3$. En déduire une primitive G sur $\mathbb{R}$ de la fonction g. 0,5 + 1

b) Calculer, en cm^2, l'aire exacte $\mathscr{A}$ du domaine plan délimité par la courbe (Γ), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -\sqrt{3}$ *et* $x = 0$.