

A

N.B : - Les DEUX (02) exercices et le Problème sont obligatoires
- Machine à calculer non programmable autorisée.

Exercice 1.

(05 points)

- 1- Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite arithmétique définie par son premier terme $U_0 = -1$ et sa raison $r = 3$.
 - a) Exprimer U_n en fonction de n . (0,5 pt)
 - b) Déterminer l'entier naturel n si $U_n = 59$. (0,5 pt)
 - c) Calculer la somme S tel que $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{20}$. (1 pt)
- 2- On considère la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $V_n = e^{3n-1}$.
 - a) Calculer V_0 et V_1 . (0,5 pt+0,5 pt)
 - b) Démontrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = e^3$. (1 pt)
 - c) Exprimer en fonction de n , la somme $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-2}$. (1 pt)

EXERCICE 2 : (05 points)

Un porte-monnaie contient 12 billets dont 5 billets de 500 Ar, 4 billets de 1.000 Ar et 3 billets de 2.000 Ar.

- 1- On prend successivement au hasard et sans remise 3 billets du porte-monnaie.
 - a) Vérifier qu'il y a 1320 cas possibles. (1 pt)
 - b) Calculer la probabilité d'obtenir :
 - A : « trois billets de même valeur » ; (1 pt)
 - B : « un montant total de 4.500 Ar » ; (1 pt)
- 2- On prend au hasard et simultanément 2 billets du porte-monnaie.
Calculer la probabilité d'avoir :
 - C : « exactement deux billets de 500 Ar » ; (1 pt)
 - D : « au moins un billet de 1.000 Ar » ; (1 pt)

PROBLEME : (10 points)

On considère la fonction numérique f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 2x - 1 - 2 \ln x.$$

On note par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère

orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) d'unité 2cm.

	A1	A2
	(0,75 pt + 0,5 pt)	(0,5 pt + 0,25 pt)

- | | | | |
|----|--|-------------|--------------|
| 1- | Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$. Que peut-on en conclure ? | | |
| 2- | a) Montrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$; $f(x) = x(2 - \frac{1}{x} - 2\frac{\ln x}{x})$. | (0,5 pt) | (0,75) |
| | b) On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$, Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. | (0,75 pt) | (0,5 pt) |
| | c) Sachant que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x] = -\infty$,
Interpréter graphiquement la courbe (\mathcal{C}) et la droite $(D): y = 2x$. | (0,5 pt) | (0,5 pt) |
| 3 | a) Démontrer que pour tout $x \in]0; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2x-2}{x}$ où f' est la fonction dérivée de f . | (1 pt) | (0,75 pt) |
| | b) Etudier le signe de $f'(x)$ sur $]0; +\infty[$. | (1 pt) | (0,75 pt) |
| | c) Dresser le tableau de variation de f . | (1 pt) | (1 pt) |
| 4- | a) Calculer à 10^{-1} près; $f(2)$, $f(3)$ et $f(e)$.
(On donne $\ln 2 \approx 0,7$; $\ln 3 \approx 1,1$ et $e \approx 2,7$). | (0,5 pt x3) | (0,25 pt x3) |
| | b) Ecrire une équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point d'abscisse $x_0 = 2$. | (1 pt) | (0,75 pt) |
| | c) Tracer (T) , (D) et (\mathcal{C}) dans le même repère. | (1,5 pts) | (1,5 pts) |

Pour A2 seulement

- | | | | |
|----|--|--|--------|
| 5- | Soit F la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $F(x) = x^2 + x - 2x \ln x$. | | |
| | a) Calculer $F'(x)$ et montrer que F est une primitive de f sur $]0; +\infty[$ | | (1 pt) |
| | b) Calculer, en cm^2 , l'aire \mathcal{A} du domaine plan limité par la courbe (\mathcal{C}) , l'axe des abscisses $(x'0x)$ et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=e$. | | (1 pt) |

