

### EXERCICE I

1)- Soit  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par : pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $U_n = e^n$

a)- Calculer la valeur exacte de  $U_0$  et celle de  $U_2$

b)- Démontrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  :  $U_{n+1} = e \cdot U_n$  En déduire la nature de la suite  $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$

2)- Soit la fonction  $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$  la suite définie par : pour tout  $n \in \mathbb{N}$

$V_n = \ln(U_n)$ , où désigne  $\ln$  la fonction logarithme népérien

a)- Démontrer que  $(V_n)$  est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

b)- Calculer  $S = V_0 + V_1 + \dots + V_{121}$

### EXERCICE II

Un sac contient des cartes numériques numérotées 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

La répartition des couleurs est donnée par le tableau ci-dessous :

Cartes couleurs \ n°	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Blanches	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0
Noires	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
Rouges	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Chaque carte a la même probabilité d'être tirée.

1)- On tire au hasard et simultanément trois cartes du sac. Calculer la probabilité des événements suivants :

A : « Avoir 3 cartes unicolores »

B : « Avoir deux et deux cartes seulement unicolores »

C : « Le produit de numéros lus sur les 3 cartes est égal à 8 »

2)- On tire au hasard et successivement sans remise 3 cartes du sac.

a)- Quel est le nombre de tirages possibles ?

b)- Déterminer la probabilité des événements suivants :

D : « Obtenir 3 cartes tricolores »

E : « Obtenir exactement 2 cartes blanches »

F : « Obtenir au moins une carte rouge »

### PROBLÈME

(10pts)

Soit la fonction numérique de la variable réelle  $x$  définie par :  $f(x) = \frac{3e^x + 1}{e^x + 1}$  On note (C) la courbe représentative  $f$  dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  d'unité 2 cm.

1)- Trouver le domaine de définition de  $f$ .

2)- Déterminer la limite de  $f(x)$  en  $-\infty$ . Que peut-on conclure.

3)- a) Montrer que  $f(x) = \frac{3 + e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

b) En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  Que peut-on conclure

4)- a) Calculer  $f'(x)$

b)- Dresser le tableau de variation de  $f(x)$

5)- Montrer que  $I(0; 2)$  est centre de symétrie pour (C)

6)- Trouver l'équation de la tangente ( $\Delta$ ) en  $I$  à (C)

7)- Tracer (C) et ( $\Delta$ )

Pour A2 seulement

8)- a) Montrer que  $f(x) = 1 + \frac{2e^x}{e^x + 1}$

b) Calculer la primitive de  $\frac{e^x}{e^x + 1}$

9)- En déduire en  $\text{cm}^2$  l'aire comprise entre  $x = 0$  et  $x = \ln 2$  : la courbe (C) et l'axe des abscisses. On donne  $\ln 2 = 0,7$  et  $\ln 3 = 1,1$

A1

(1pt)

(1pt+0,25pt)

(0,5pt)

(1pt+0,25pt)

(0,5pt)

(1,5pt)

(1,5pt)

(1pt)

(1,5pt)

A2

(0,5pt)

(0,5pt+0,25pt)

(0,5pt)

(0,5pt+0,25pt)

(0,5pt)

(1pt)

(1pt)

(1pt)

(2pts)

(0,5pt)

(0,5pt)

(1pt)