وزارة التربية

المندوبية الجهوية للتربية بالمهدية

التعامـــد في الفضـــاء

التاسعة أســاســي

ريـــاضيـــات

الثلاثي الثالث

الأستاذ: عبد القادر الفريخة

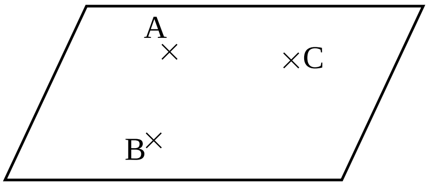
السنة الدراسية: 2020/2019

التعامـــد في الفضـــاء

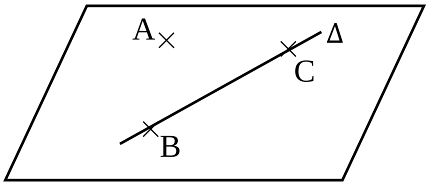
I. تذكير:

❖ يمكن تكوين مستوي من:

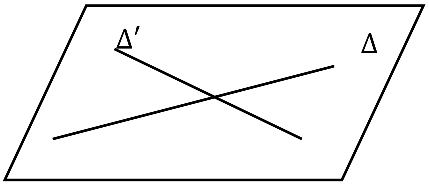
1. ثلاثة نقاط ليست على استقامة واحدة.

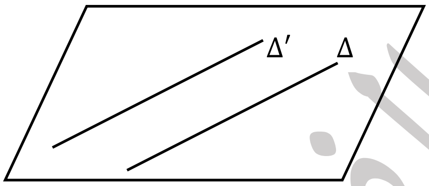


2. مستقيم ونقطة لا تنتمي إلى هذا المستقيم.



3. مستقيمين متقاطعين.

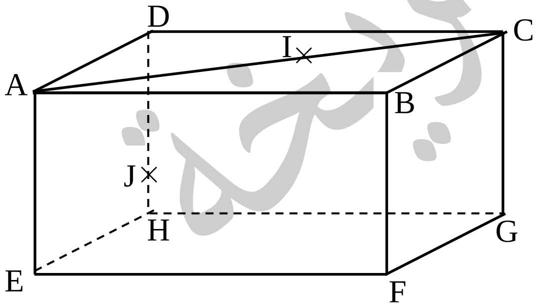




4. مستقيمين متوازيين وليسا متطابقين.

<u>تمرين عدد 1:</u>

لاحظ الشكل المقابل وأكمل الجمل التالية معوضا في كل مرة النقاط



بإحدى الرموز التالية: $\not\subset$ أو $\subset$ أو $\notin$ أو $\in$

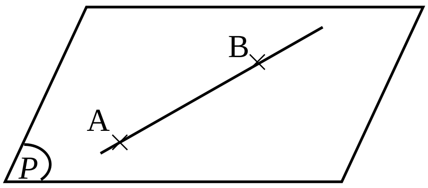
$\mathrm{I} \ldots\ldots (\mathrm{ACG}) \quad ; \quad \mathrm{B} \ldots\ldots (\mathrm{EFG})$

$J \ldots\ldots (\mathrm{BDF}) \quad ; \quad (\mathrm{JG}) \ldots\ldots (\mathrm{DCH})$

$(\mathrm{I\,C}) \ldots\ldots (\mathrm{BFC}) \quad ; \quad \mathrm{J} \ldots\ldots (\mathrm{ACE})$

$(\mathrm{I\,G}) \ldots\ldots (\mathrm{AEC}) \quad ; \quad (\mathrm{AJ}) \ldots\ldots (\mathrm{DEH})$

<u>ملاحظة:</u>



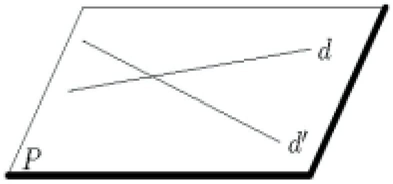
كيف أبين أنَ مستقيم محتوى في مستوي؟

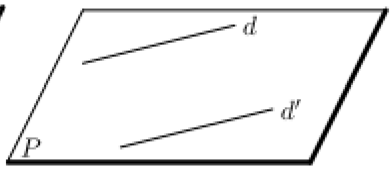
إذا كان $A \in P$ و $B \in P$ فإن $(AB) \subset P$

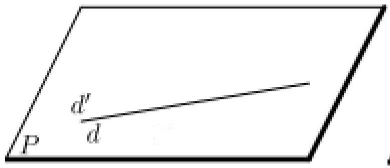
التعامـــد في الفضـــاء

❖ الوضعية النسبية لمستقيمين في الفضاء:

- في نفس المستوي

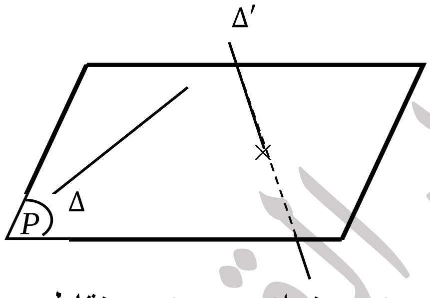






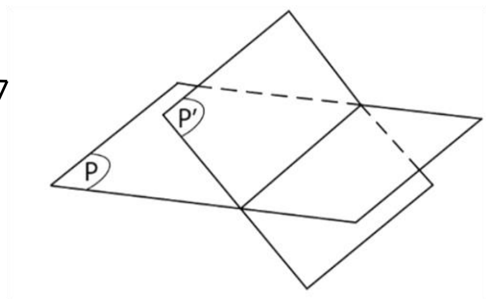
متقاطعين   متوازيين

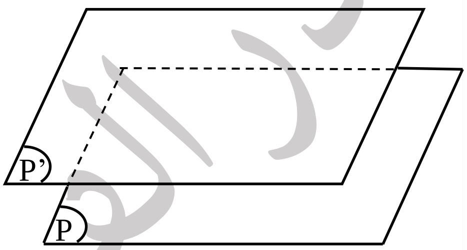
- ليسا في نفس المستوي



غير متوازيين وغير متقاطعين

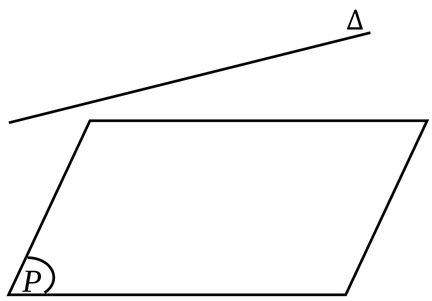
❖ الوضعية النسبية لمستويين :

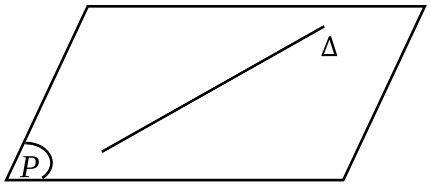


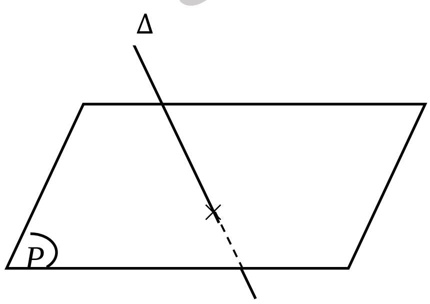


متقاطعان   متوازيان

❖ الوضعية النسبية لمستقيم و مستوي :







متقاطعان   متوازيان

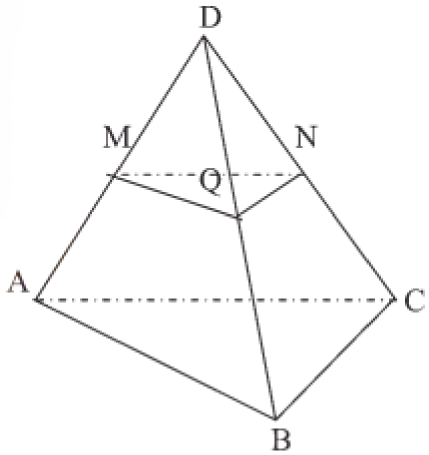
التعامـــد في الفضـــاء

تمرين عدد 2:

يمثل الشكل المقابل هرما قاعدته مثلث حيث:

M منتصف [AD] و N منتصف [DC] و Q منتصف $[DB]$

أكمل الفراغات بما يناسب من المقترحات التالية: متقاطعان؛ متوازيان؛ ليسا في نفس المستوي.



1) (AC) و (DC) هما مستقيمان ....
2) (AB) و (DC) هما مستقيمان ....
3) (NQ) و (MQ) هما مستقيمان ....
4) (AC) و (DB) هما مستقيمان ....
5) (MQ) و (BC) هما مستقيمان ....
6) (AC) و (MN) هما مستقيمان ....

تمرين عدد 3:

- أجب بصواب أو خطأ:

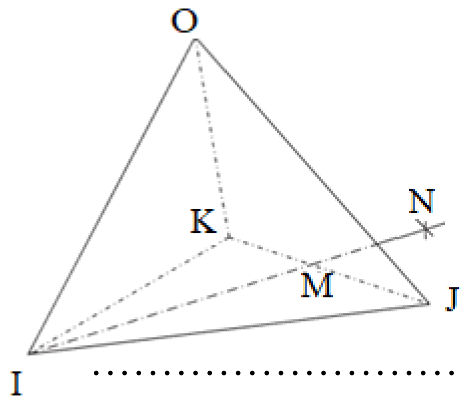
1) إذا كان $D//D'$ و $D' \subset P$ فإن D موازي لجميع المستقيمات المحتوية في P ....
2) مستقيمان يوازيان نفس المستوي هما متوازيان.................
3) مستويان يوازيان نفس المستوي هما متوازيان................
4) مستقيمان غير متقاطعان هما متوازيان.....................

- أكمل الفراغات التالية:

أ- مستقيمان من نفس المستوي هما متـ.............................أو متـ...........................
ب-مستقيمان متوازيان هما مستقيمان محتويان في نفس ....وغير ....
ت-إذا كان مستقيم مواز لمستقيم من مستوي فهو........................لهذا المستوي.
ث-مستويان متوازيان هما مستويان غير ....

تمرين عدد 4:

ليكن الشكل المصاحب OIJK هرما حيث : M منتصف $[KJ]$ و N نقطة من (IM)



أ- بين أن النقطة K تنتمي إلى المستوي (INJ)

....

....

ب-بين أن النقاط M وN وk وO لا تنتمي إلى نفس المستوي.

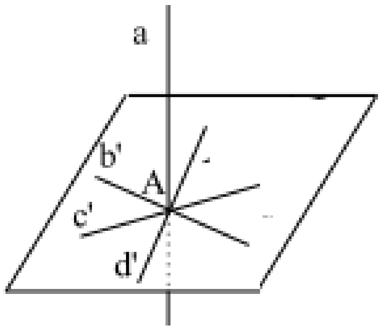
....

....

....

التعامـــد في الفضاء

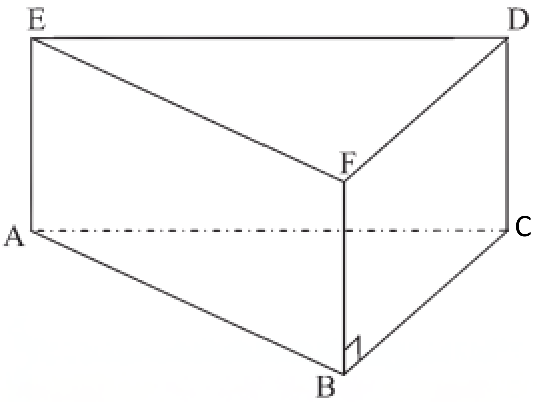
II. مستقيم عمودي على مستوي:



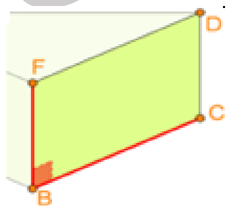
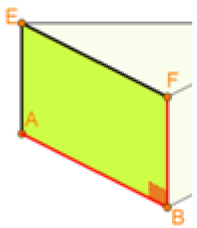
تعريف: يقال المستقيم عمودي على المستوى إذا كان عموديا على كل مستقيم في المستوى.

❖ **نظريــة:** كيف أبين أنَ مستقيم عمودي على مستوي؟

نشاط:

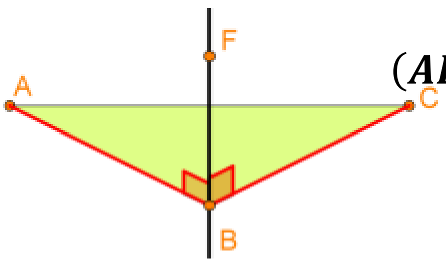


يمثل الشكل المقابل موشورا قائما $ABCEFD$

في المستوى (DBC)  المستقيم (FB) عمودي على المستقيم (CB)	في المستوى (AFB)  المستقيم (FB) عمودي على المستقيم (AB)

المستقيم (FB) : - يقطع المستوى (ABC) في B
- عمودي على المستقيمين (AB)و (CB) المتقاطعين في B

نقول أن المستقيم (BF) عمودي على المستوى (ABC)



- بين أن المستقيم (DC) عمودي على المستوى (EFD)

....

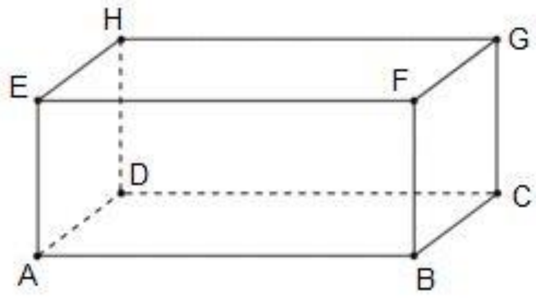
....

التعامـــد في الفضـــاء

عـمــــــــــــومــــا:

مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على مستقيمين متقاطعين من المستوي في هذه النقطة

تطـبيق عدد 1:



يمثل الشكل المقابل متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$.

أجب بصحيح أو خطأ:

أ- المستقيم (HD) عمودي على المستوي (ADC)

....

ب-المستقيم (EB) عمودي على المستوي (ADH)

....

ت-المستقيم (HG) عمودي على المستوي (BFA)

....

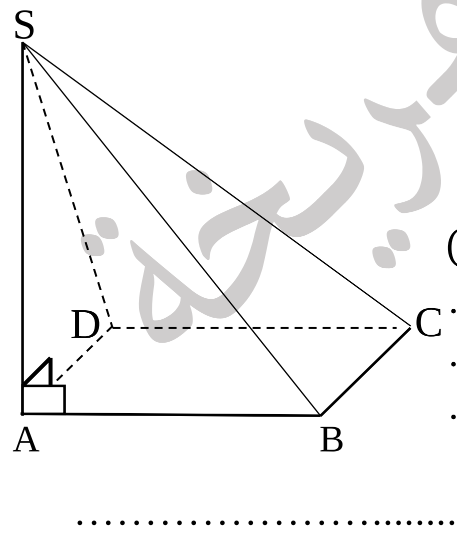
ث-المستقيم (AG) عمودي على المستوي (DBF)

....

ج- المستقيم (HG) عمودي على المستوي (BCF)

....

تطـبيق عدد 2:



يمثل الشكل المصاحب هرما SABCD حيث:

ABCD مربع و $AC = 4\ cm$ و $SB = 2\sqrt{7}cm$

المستقيم (SA) عمودي على المستقيمين (AB) و (AD)

1) بين أن المستقيم (SA) عمودي على المستوي (BDC)

....

....

....

2) احسب البعد SA

....

....

....

3) استنتج V حجم الهرم SABCD.

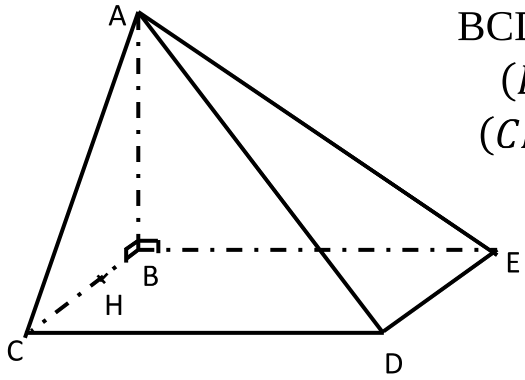
....

....

التعامـــد في الفضـــاء

❖ **استنتاج عـدد1:** كيف أبين أنَ مستقيم عمودي على مستقيم محتوى في مستوي؟

نشاط:



في الشكل المصاحب ABCDE هرم قاعدته المستطيل BCDE

و المستقيم (AB) عمودي على المستقيمين (BC) و (BE)

1) بين أن المستقيم (AB)عمودي على المستوي (CBE)

....

....

....

....

2) لتكن H نقطة من $[BC]$. ماهي طبيعة المثلث ABH

....

3) بين أنّ المستقيم (AB)عمودي على المستقيم (BD)

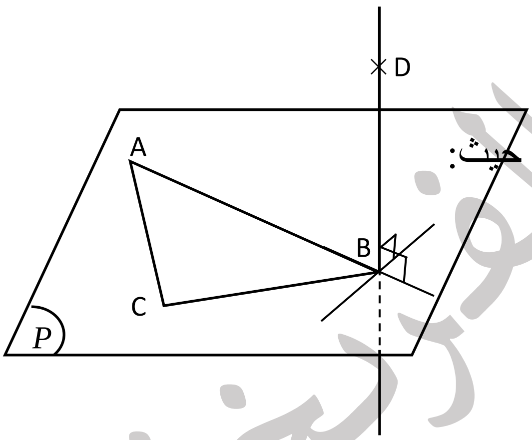
....

....

استنتـــــاج:

مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي المارة من هذه النقطة.

تطـبيق:



في الشكل المصاحب A وB وC ثلاث نقاط من المستوي P حيث:

ABC مثلث قائم الزاوية في C.

و المستقيم (BD)عمودي على المستوي P في B

1) بين أن المستقيم (BD)عمودي على (BC)

....

....

....

2) استنتج طبيعة المثلث BCD

....

3) نعتبر $AC = 12$ و $AB = 34$ و $BD = 19$

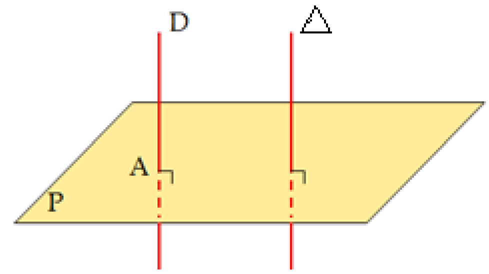
أوجد مساحة المثلث BCD

....

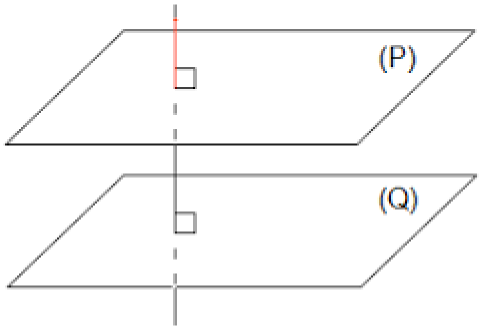
....

التعامـــد في الفضـــاء

❖ استنتاج عـدد 2:

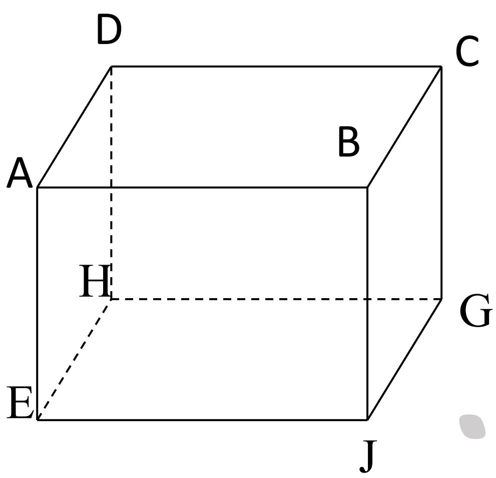


- الوضعية النسبية لمستقيمين يعامدان نفس المستوي.



- الوضعية النسبية لمستويين يعامدان نفس المستقيم.

نشاط:



يمثل الشكل المصاحب رسما لمكعب.

1) أ- اذكر مستويين عموديين علي المستقيم (BJ).

....

ب- ماهي وضعية المستويين المذكورين.

....

2) أ- اذكر مستقيمين عموديين علي المستوي (BCJ).

....

....

ب- ماهي وضعية المستقيمين المذكورين.

....

3) بين أن المستقيم (BJ) عمودي على المستقيم (BD)

....

....

....

استـنـتـــــاج:

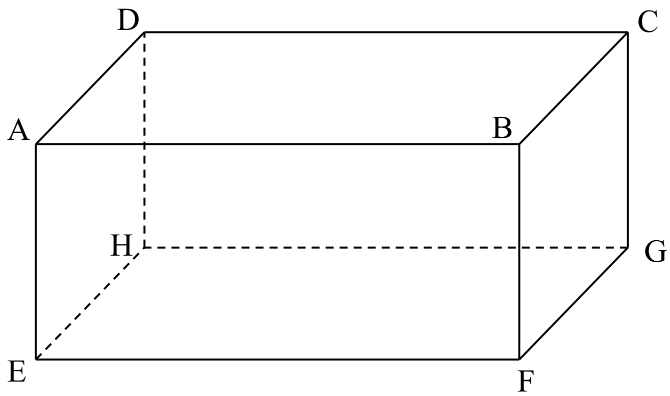
✓**مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان.**

✓**مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.**

التعامـــد في الفضـــاء

متوازي المستطيلات

التعريف: هو مجسم ثلاثي الأبعاد قاعدتاه مستطيلان متوازيان ومتطابقان ويتميز بما يأتي:



1) أوجهه الجانبية عمودية على القاعدتين.

2) جميع أوجهه مستطيلات.

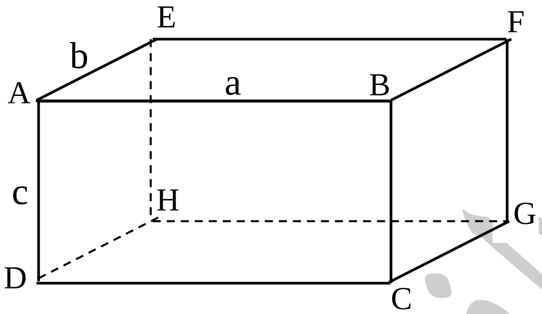
3) فيه كل وجهين متقابلين متوازيين.

4) له 6 أوجه و12 حرفا و8 رؤوس.

ملاحظة: كل مكعب هو متوازي مستطيلات، ولكن العكس غير صحيح.

نشاط:

يمثل الشكل المقابل متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$



أبعاده $AB = a$ و $AE = b$ و $AD = c$

(a و b و c أعداد موجبة) .

1) بين أن $HC^2 = a^2 + b^2$

……………………………………………………

……………………………………………………

2) بين أن المثلث EHC قائم الزاوية في H

……………………………………………………

……………………………………………………

3) استنتج أن $EC = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$

……………………………………………………

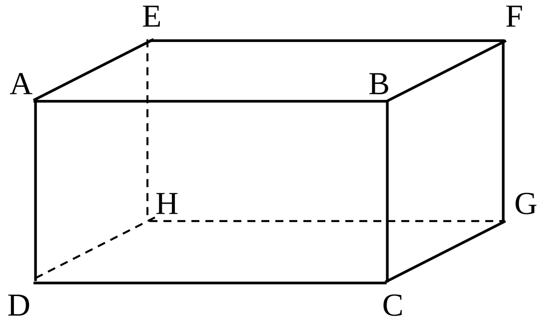
……………………………………………………

4) قارن بين EC و HB و AG و DF

……………………………………………………

التعامـــد في الفضـــاء

عــمـــــــومــــا:



في متوازي المستطيلات كلَ الأقطار

$[EC]$ و$[HB]$ و $[AG]$ و$[DF]$ متقايسة

و قيس طول كل قطر يساوي: $\sqrt{AB^2 + AE^2 + AD^2}$

تطـبيق:

ليكن متوازي مستطيلات $ABCDEFGH$ أبعاده بالصنتمتر $AB = 3$ و $AE = 4$ و $AD = 5$

احسب قيس طول قطره EC

....

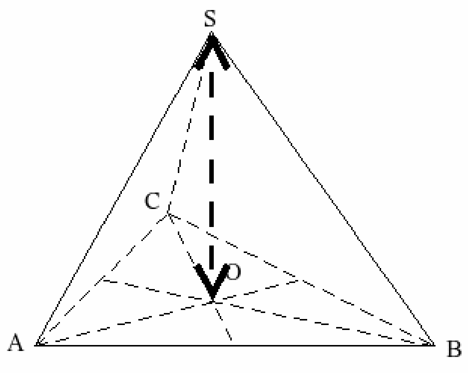
....

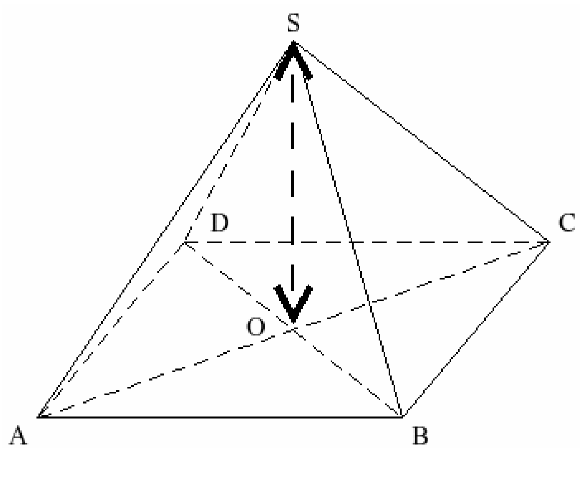
....

الـهرم المنتظم

التعريف:

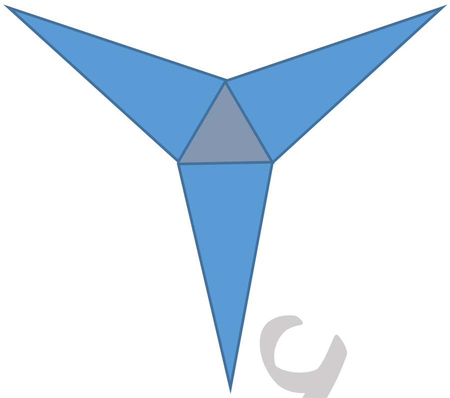
الهرم المنتظم هو الهرم الذي قاعدته مضلع منتظم (علما بأن المضلع المنتظم تكون أبعاده وزواياه متقايسة)، والمسقط العمودي لرأس الهرم على القاعدة يكون عموديا عليها والمار من مركز الدائرة المحيطة بالمضلع وأحرفه الجانبية متقايسة أي أن أوجهه الجانبية مثلثات متقايسة وكل منها مثلث متقايس الضلعين قمته الرَئيسية رأس الهرم.

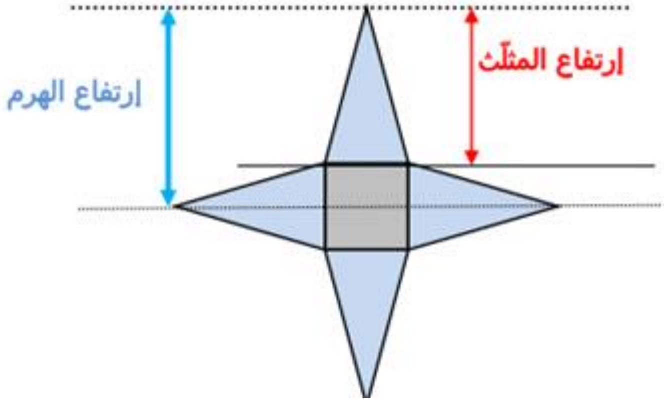




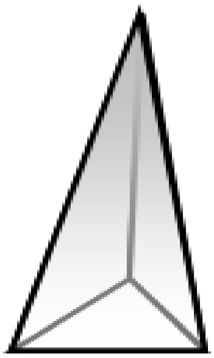
التعامـــد في الفضـــاء

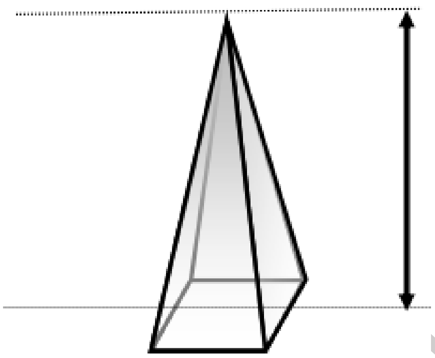
قاعدته مثلث	قاعدته مربع





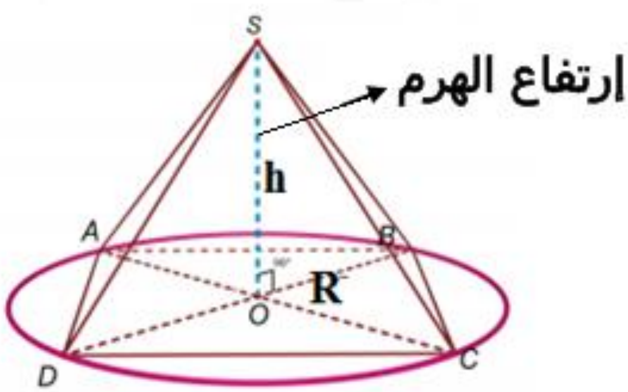
ارتفاع الهرم لا يساوي ارتفاع المثلث

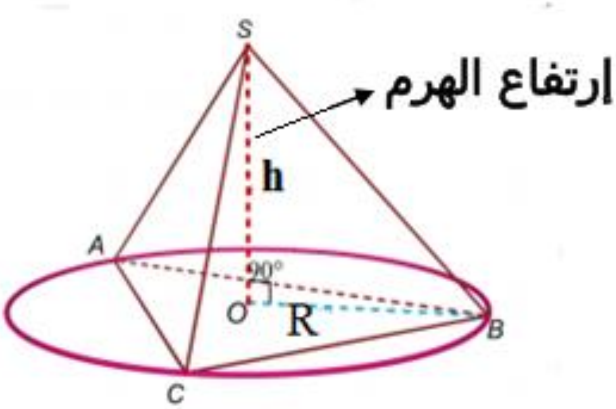




لـحســاب ارتـفــاع هرم منتظم

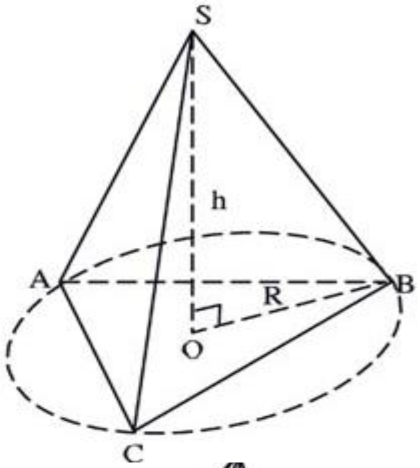
يمـكن أن نسـتعمـل نـظريـة بيتــاغور





التعامـــد في الفضـــاء

نشاط:



نعتبر هرما منتظما رأسه S وارتفاعه h

و O مركز الدائرة المحيطة بقاعدته و R شعاعها

و A رأس من رؤوس قاعدته.

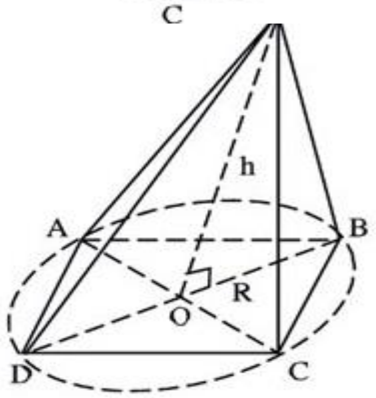
1) بين أن $SA = \sqrt{h^2 + R^2}$

....

....

....

....



2) بين أنَ كل الأحرف الجانبية للهرم المنتظم متقايسة.

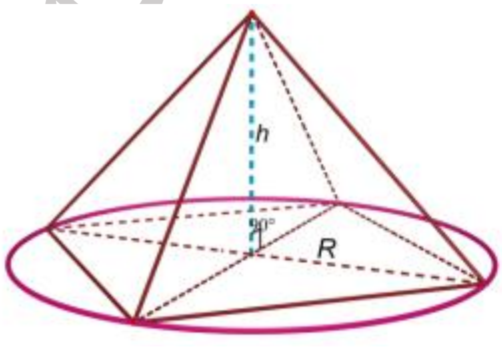
....

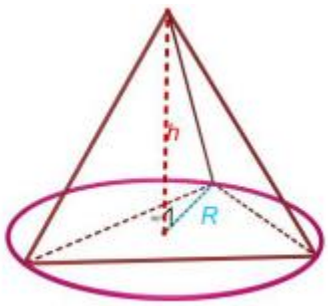
....

....

عـــمـــــــومـــا:

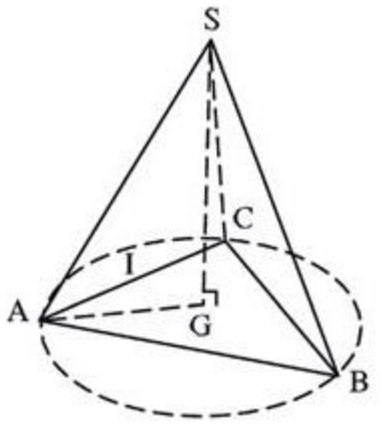
في الهرم المنتظم إذا كان ارتفاعه h و R شعاع الدَائرة المحيطة بقاعدته فإن قيس طول كلَ حرف من أحرفه الجانبية تساوي: $\sqrt{h^2 + R^2}$





التعامـــد في الفضـــاء

تطبيق عدد 1:



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

في الرسم المصاحب SABC هرم منتظم ارتفاعه

يساوي 3 وقاعدته المثلث متقايس الأضلاع ABC

حيث I منتصف $[AC]$

و G مركز الدائرة المحيطة بالقاعدة و $AB = 2\sqrt{3}$.

1) احسب البعد BI.

....

....

2) استنتج البعد BG.

....

....

3) احسب البعد SB.

....

....

4) استنتج البعد SI.

....

....

تطبيق عدد 2:

(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

نعتبر هرما منتظما رأسه S وارتفاعه المربع ABCD الذي مركزه O حيث AB= 3 و SO = 4

1) أحسب SB

....

....

....

2) لتكن I منتصف $[SB]$. أحسب OI

....

....

....

التعامـــد في الفضـــاء

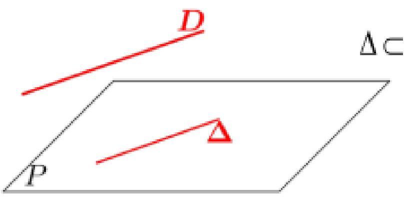
حـــوصلـــة:

كيف أبيّن أنّ مستقيم مـــــوازي لمستوى؟

الطريقة الأولى

لنا $D//\Delta$ و $\Delta\subset P$

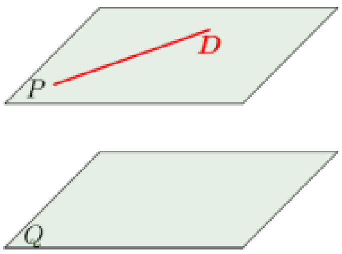
إذا $D//P$



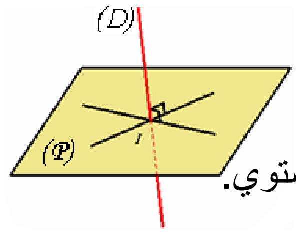
الطريقة الثانية

لنا $P//Q$ و $D\subset P$

إذا $D//Q$



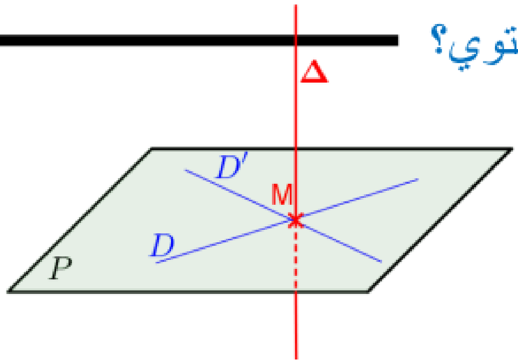
✓ مستقيم عمودي في نقطة على مستقيمين متقاطعين في نفس النقطة من مستوى هو مستقيم عمودي على هذا المستوي.



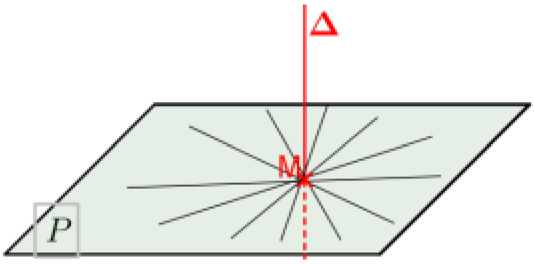
كيف أبيّن أنّ مستقيم عمودي على مستوي؟

لنا $\Delta\perp D$ و $\Delta\perp D'$ و $D\subset P$ و $D'\subset P$ و $D\cap D'=\{M\}$

إذا $\Delta\perp P$ في M



✓ مستقيم عمودي على مستوي في نقطة هو مستقيم عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي المارة من هذه النقطة.

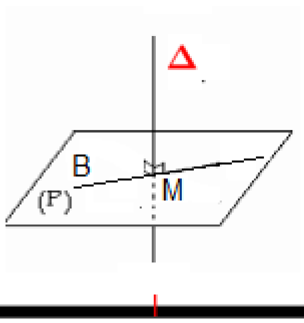


كيف أبيّن أنّ مستقيم عمودي على مستقيم في الفضاء

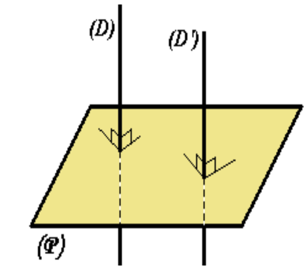
لنا $\Delta\perp P$ في M

$B\in P$

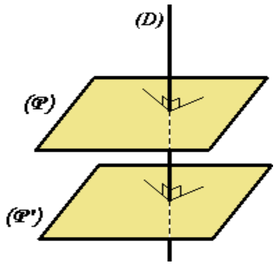
إذا $\Delta\perp(MB)$



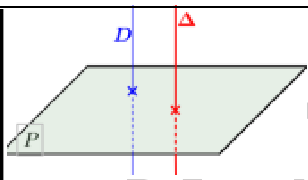
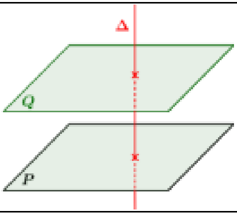
التعامـــد في الفضـــاء



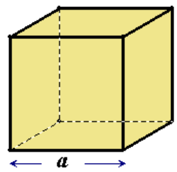
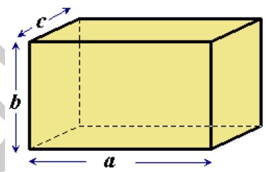
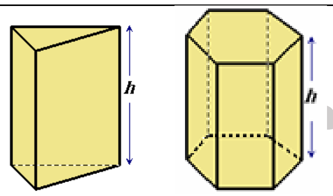
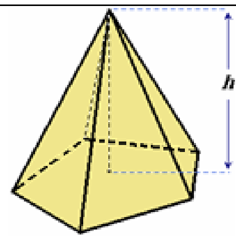
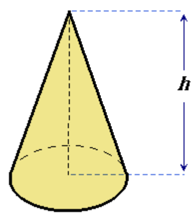
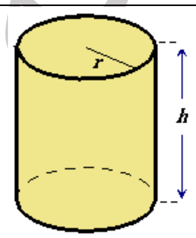
✓ مستقيمان عموديان على نفس المستوي هما مستقيمان متوازيان.



✓ مستويان عموديان على نفس المستقيم هما مستويان متوازيان.

لنا $\Delta \perp P$ و $D \perp P$ إذا $\Delta // D$		لنا $\Delta \perp P$ و $\Delta \perp Q$ إذا $Q // P$	
مستقيمان يعامدان نفس المستقيم في الفضاء ليسا بالضرورة متوازيان			

تذكير الأحجام:

المكعّب	متوازي مستطيلات	الموشور قائم
		
$\mathbf{V = a^3}$	$\mathbf{V = a \times b \times c}$	$\mathbf{V = h \times B}$ حيث B *مساحة القاعدة*
الهرم	**المخروط دوراني**	**الأسطوانة الدائرية القائمة**
		
$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ حيث B *مساحة القاعدة*	$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ حيث B *مساحة القاعدة*	$V = \pi \times r^2 \times h$