المعادلات و المتراجحــات ذات مجهول واحد من الدرجة الأولى

I. المعادلة ذات مجهول واحد من الدرجة الأولى :

1) تعريف المعادلة :

كل معادلة ذات مجهول واحد من الدرجة الأولى تكتب على شاكلة $ax+b=0$ أو $ax=b$

حيث a و b عددان حقيقيان $(a\neq 0)$

2) حل المعادلة :

إذا كان $ax+b=0$ فإنّ $ax=-b$ و بالتالي $x=\frac{-b}{a}$ و نكتب $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\frac{b}{a}\right\}$

أمثلة :

الحلول	المعادلة
لدينا $-5x=-3$ و منه $x=\frac{3}{5}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{3}{5}\right\}$	$-5x+3=0$
لدينا $\left(1-\sqrt{2}\right)x=4$ و منه $x=\frac{4}{1-\sqrt{2}}=\frac{4\left(1+\sqrt{2}\right)}{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)}=\frac{4\left(1+\sqrt{2}\right)}{1^2-\sqrt{2}^2}=-4\left(1+\sqrt{2}\right)$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-4\left(1+\sqrt{2}\right)\right\}$	$\left(1-\sqrt{2}\right)x=4$
لدينا $8x=16$ و منه $x=\frac{8}{16}=\frac{1}{2}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{1}{2}\right\}$	$16x=8$
لدينا $-2x=-6$ و منه $x=\frac{-6}{-2}=3$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{3\}$	$-2x+6=0$

3) أنواع أخرى من المعادلات تؤول كتابتها إلى معادلة ذات مجهول واحد من الدرجة الأولى:

أ- النوع الأول : $|x|=a$ ، هناك حالتان :

- الحالة الأولـــى : a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$
- الحالة الثانية : a موجب $x=a$ أو $x=-a$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\{-a,a\}$ (كيف ذلك ؟) :

$|x|=a$ يعني $x^2=a^2$ يعني $x^2-a^2=0$ أو $(x-a)(x+a)=0$ و بالتالي

$$\begin{cases} x-a=0 \\ \text{أو} \\ x+a=0 \end{cases} \text{ و منه } \begin{cases} x=a \\ \text{أو} \\ x=-a \end{cases} \text{ إذن } S_{\mathbb{R}}=\{-a,a\}$$

ب- النوع الثاني : $x^2=a$ ، هناك حالتان :

- الحالة الأولـــى : a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$

➢ الحالة الثانية : a موجب $x=\sqrt{a}$ أو $x=-\sqrt{a}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-\sqrt{a},\sqrt{a}\right\}$ (كيف ذلك ؟):

$x^2=a$ و $a=\sqrt{a}^2$ يعني $x^2=\sqrt{a}^2$ يعني $x^2-\sqrt{a}^2=0$ و منه

$\left(x-\sqrt{a}\right)\left(x+\sqrt{a}\right)=0$ و بالتالي $\left(x-\sqrt{a}\right)\left(x+\sqrt{a}\right)=0$ و منه $\begin{cases} x=\sqrt{a} \\ \text{أو} \\ x=-\sqrt{a} \end{cases}$ إذن

$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\sqrt{a},\sqrt{a}\right\}$.

ت- النوع الثالث : $\sqrt{x}=a$، هناك حالتان :

➢ الحالة الأولـــى : a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$.

➢ الحالة الثانية : a موجب $x=a^2$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{a^2\right\}$.

ث- النوع الرابع : $ax+b=cx+d$ حيث $a\neq c$:

لدينا $ax+b=cx+d$ إذن $ax-cx=d-b$ يعني $x\left(a-c\right)=d-b$ يعني

$x=\dfrac{d-b}{a-c}$ إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\dfrac{d-b}{a-c}\right\}$.

الخلاصة

	المعادلة	مجموعة الحلول
1	$ax+b=0$ أو $ax=-b$ حيث $\left(a\neq 0\right)$	$S_{\mathbb{R}}=\left\{-\dfrac{b}{a}\right\}$ أو $S_{\mathbb{R}}=\left\{\dfrac{b}{a}\right\}$
2	$\lvert x\rvert=a$	a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$ a موجب إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{-a,a\right\}$
3	$x^2=a$	a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$ a موجب إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{\sqrt{a},-\sqrt{a}\right\}$
4	$\sqrt{x}=a$	a سالب إذن $S_{\mathbb{R}}=\varnothing$ a موجب إذن $S_{\mathbb{R}}=\left\{a^2\right\}$
5	$ax+b=cx+d$ حيث $a\neq c$	$S_{\mathbb{R}}=\left\{\dfrac{d-b}{a-c}\right\}$

II. المتراجحة ذات مجهول واحد من الدرجة الأولى :

1) أنواع المتراجحة و هي 4 :

- $ax+b\geq 0$
- $ax+b>0$ حيث $(a\neq 0)$
- $ax+b\leq 0$
- $ax+b<0$

2) كيفية حل المتراجحة :

أ- الخطوة الأولى: نعتبر المعادلة $ax+b=0$ و مما سبق نعلم أنّ $x=\frac{-b}{a}$

ب- الخطوة الثانية : يجب الرجوع إلى علامة العدد a .

الخلاصة :

	المتراجحة		مجموعة الحلول
1	$ax+b\geq 0$	a موجبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left[-\frac{b}{a},+\infty\right[$
		a سالبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-\frac{b}{a}\right]$
2	$ax+b>0$	a موجبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\frac{b}{a},+\infty\right[$
		a سالبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-\frac{b}{a}\right[$
3	$ax+b\leq 0$	a موجبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-\frac{b}{a}\right]$
		a سالبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left[-\frac{b}{a},+\infty\right[$
4	$ax+b<0$	a موجبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\infty,-\frac{b}{a}\right[$
		a سالبا قطعا	$S_{\mathbb{R}}=\left]-\frac{b}{a},+\infty\right[$

إعداد : وجدي الجمعـــــــي