الأساتذة: بن مرزوق- بن فرحات إعدادية أبوالقاسم الشابي الفحص		فرض تأليفي عدد : 2 في 06/ 03 / 2014
المستوى : 9 أساسي1 و 2 و 5 و 6	المدة : ساعتان	المادة : رياضيات

التمرين الأول (4 ن)

يلي كل سؤال من أسئلة هذا التمرين ثلاث إجابات إحداها فقط صحيحة أكتب على ورقة تحريرك في كل مرة رقم السؤال و الإجابة الصحيحة الموافقة له .

رقم السؤال	السؤال	المقترح أ	المقترح ب	المقترح ج
❶	$\left(2\sqrt{5}+1\right)^2-\left(2\sqrt{5}-1\right)^2=$	42	2	$8\sqrt{5}$
❷	a و b عددين حقيقيين لهما نفس العلامة بحيث $a\geq b$ يعني :	$\frac{1}{a}\leq\frac{1}{b}$	$2a\leq 2b$	$a-\sqrt{2}\leq b-\sqrt{2}$
❸	لدينا $4\leq x\leq 5$ و $-2\leq y\leq -1$ إذن	$-8\leq xy\leq -5$	$-10\leq xy\leq -4$	لا يمكن حصر xy
❹	ABC مثلث قائم في A و I منتصف $[BC]$ إذن :	$AI=\frac{BC}{2}$	$AI=\frac{AB\times AC}{BC}$	$[AI]$ هو الارتفاع الصادر من A

التمرين الثاني (4,5 ن)

1) قارن العددين الحقيقيين $2\sqrt{13}$ و $3\sqrt{5}$

$\left(2\sqrt{13}\right)^2=4\times 13=52$ و $\left(3\sqrt{5}\right)^2=9\times 5=45$ اذن $\left(2\sqrt{13}\right)^2>\left(3\sqrt{5}\right)^2$ و بالتالي

$2\sqrt{13}>3\sqrt{5}$

2) نعتبر العددين : $a=3-2\sqrt{5}$ و $b=\sqrt{13}-4$.

أ- أثبت أن كلا من a و b عددين سالبين .

$3^2=9$
$\left(2\sqrt{5}\right)^2=20$ اذن $3^2<\left(2\sqrt{5}\right)^2$ يعني $3<2\sqrt{5}$ أي $3-2\sqrt{5}<0$ و بالتالي $a<0$

$\left(\sqrt{13}\right)^2=13$
$(4)^2=16$ اذن $\left(\sqrt{13}\right)^2<(4)^2$ يعني $\sqrt{13}<4$ أي $\sqrt{13}-4<0$ و بالتالي $b<0$

ب- أنشر و اختصر كلا من العبارتين a^2 و b^2

$$a^2=\left(3-2\sqrt{5}\right)^2=9-12\sqrt{5}+20=29-12\sqrt{5}$$

$$b^2=\left(\sqrt{13}-4\right)^2=13-8\sqrt{13}+16=29-8\sqrt{13}$$

ت- بين أن : $a^2-b^2=4\left(2\sqrt{13}-3\sqrt{5}\right)$

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...

$$a^2-b^2=\cancel{29}-12\sqrt{5}-\cancel{29}+8\sqrt{13}=8\sqrt{13}-12\sqrt{5}=4\left(2\sqrt{13}-3\sqrt{5}\right)$$

ث- استنتج مقارنة بين العددين a و b ثم بين $\frac{1}{a}$ و $\frac{1}{b}$.

بما أن $2\sqrt{13}>3\sqrt{5}$ **فان** $4\left(2\sqrt{13}-3\sqrt{5}\right)>0$ **أي** $a^2-b^2>0$ **يعني** $a^2>b^2$ **و بالتالي**

$a<b$ **(لانهما عددان سالبان) و من ثما** $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$

التمرين الثالث **(4,5 ن)**

1) لتكن العبارة A بحيث : $A=x^2-6x-7$ و x عدد حقيقي .

أ- أحسب القيمة العددية للعبارة A في حالة $x=\sqrt{7}$.

$$A=\left(\sqrt{7}\right)^2-6\sqrt{7}-7=\cancel{7}-6\sqrt{7}-\cancel{7}=-6\sqrt{7}$$

ب- بين أن : $A=(x-3)^2-16$.

لنا : $(x-3)^2-16=x^2-6x+9-16=x^2-6x-7=A$ و بالتالي

$$A=(x-3)^2-16$$

ت- استنتج تفكيكا إلى جذاء عوامل للعبارة A .

$$A=(x-3)^2-16=(x-3)^2-4^2=(x-3-4)(x-3+4)=(x-7)(x+1)$$

ث- أوجد العدد الحقيقي x بحيث : $A=0$

$A=0$ **يعني** $x-7=0$ **أو** $x+1=0$ **اذن** $x=7$ **أو** $x=-1$

2) لتكن العبارة B بحيث : $B=(x+2)^2-(x+1)^2$

أ- بين أن : $B=2x+3$.

$$B=(x+2)^2-(x+1)^2=\cancel{x^2}+4x+4-\cancel{x^2}-2x-1=2x+3$$

ب- أوجد عددين صحيحين طبيعيين متتالين m و n بحيث : $m^2-n^2=2003$.

حسب السؤال السابق فان $B=(x+2)^2-(x+1)^2=2x+3$ **و حيث** $m^2-n^2=2003$ **فان**

العددين المتتاليين هما $m=x+2$ **و** $n=x+1$ **و حيث العدد** x **يحقق** $2x+3=2003$ **أي أن**

$2x=2003-3=2000$ **و بالتالي** $x=\frac{2000}{2}=1000$ **و بتعويض قيمة** x **نجد العددين**

المتتاليين هما $m=1000+2=1002$ **و** $n=1000+1=1001$ **و حيث**

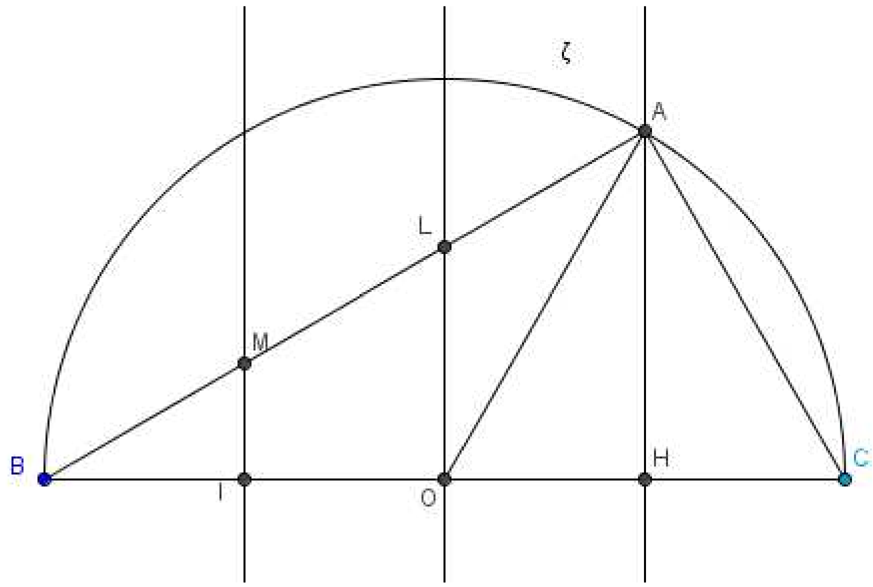
$$(1002)^2-(1001)^2=2003$$

التمرين الرابع/ (وحدة القيس هي الصنتيمتر) **(7 ن)**

لتكن (ζ) نصف دائرة مركزها O و $[BC]$ قطرا لها بحيث $BC=8$. و النقطة H منتصف $[OC]$.

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...

المستقيم المار من H و العمودي على (BC) يقطع (ζ) في النقطة A .



1) أ) بين أن المثلث ABC قائم الزاوية في A .

بما أن $OA = OC = OB$ فان O تبعد نفس البعد عن الرؤوس الثلاث للمثلث ABC و هو يقبل الارتسام في الدائرة ζ و قطرها $[BC]$ هو أحد أضلاعه و بالتالي المثلث ABC قائم الزاوية في A .

ب) بين أن المثلث AOC متقايس الأضلاع .

(AH) عمودي على $[OC]$ في منتصفها H اذن فهو الموسط العمودي لـ $[OC]$ و A نقطة منه اذن $OA = AC$ و حيث A و C نقطتين من الدائرة ζ التي مركزها O فان : $OA = OC$ و بالتالي :
$OA = OC = AC$ يعني المثلث OAC متقايس الأضلاع و قيس طول ضلعه $4cm$.

ج) بين أن : $AH = 2\sqrt{3}$.

$[AH]$ هو الارتفاع الصادر من أحد رؤوس المثلث OAC المتقايس الأضلاع و بالتالي $AH = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

د) أحسب BH ثم استنتج أن $AB = 4\sqrt{3}$.

$BH = BO + OH = 4 + 2 = 6$

✸ بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث AHB القائم في H لدينا :

$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 6^2 = 12 + 36 + 48$ اذن :

$AB = \sqrt{48} = \sqrt{16} \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

2) المستقيم المار من O و العمودي على (BC) يقطع $[AB]$ في النقطة L .

أ) أثبت أن : $\frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH}$.

بتطبيق نظرية طالس في المثلث ABH حيث $(AH) // (LO)$ (يعامدان نفس المستقيم (BC)) لدينا :

$\frac{BO}{BH} = \frac{BL}{BA} = \frac{OL}{AH}$ اذن $\frac{OL}{AH} = \frac{BO}{BH}$,

ب) استنتج حساب OL .

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...

$$OL=\frac{AH\times BO}{BH}=\frac{2\sqrt{3}\times 4}{6}=\frac{8\sqrt{3}}{6}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

3) لتكن النقطة I منتصف $[OB]$.

المستقيم المار من النقطة I و العمودي على المستقيم (BO) يقطع $[AB]$ في النقطة M .

أ) برهن أن : M منتصف $[LB]$.

✸ في المثلث BOL حيث I منتصف الضلع $[BO]$ و $(MI)//(LO)$ اذن (MI) يقطع الصلع $[BL]$ في منتصفه M .

ب) أحسب IM ثم استنتج أن : $OM=\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

✸ في المثلث BOL لدينا I منتصف $[BO]$ و M منتصف $[LB]$ اذن : $IM=\frac{OL}{2}=\frac{1}{2}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

✸ لدينا $\frac{BO}{BH}=\frac{BL}{BA}$ يعني $BL=\frac{BO}{BH}\times AB=\frac{4}{6}AB=\frac{2}{3}AB$

$$BL=\frac{2}{3}\times 4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

✸ في المثلث OBL القائم الزاوية في O لدينا $[OM]$ هو الموسط الصادر من رأس الزاوية القائمة و بالتالي

$$OM=\frac{1}{2}BL=\frac{1}{2}\times\frac{8\sqrt{3}}{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$$

4) أ) بين أن $AM=\frac{2}{3}AB$ و أحسب : AM .

لدينا $BL=\frac{2}{3}AB$ اذن $AL=AB-BL=AB-\frac{2}{3}AB=\frac{1}{3}AB$ و بما أن L منتصف $[AM]$ فان :

$AM=2AL=2\times\frac{1}{3}AB=\frac{2}{3}AB$ يعني $AM=\frac{2}{3}\times 4\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$.

ب) استنتج أن المثلث AOM قائم الزاوية وحدد رأس الزاوية القائمة .

في المثلث AOM لدينا : $AM^2=\left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{64\times 3}{9}=\frac{64}{3}$ و $OA^2=4^2=16=\frac{48}{3}$ و

$OM^2=\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2=\frac{16\times 3}{9}=\frac{16}{3}$ اذن لدينا $OA^2+OM^2=AM^2$ و بالتالي المثلث OAM قائم الزاوية في O حسب عكس نظرية بيتاغور .

Devoir.tn
Toutes les matières, tous les niveaux...