الجمهورية التونسية ••• وزارة التربية	امتحان شهادة ختم التعليم الأساسي العام ❋ دورة 2013 ❋	
الاختبار : الرياضيـــــات	**الحصة :** ساعتـــان	**الضـــارب :** 2

التمرين الأوّل : (3 نقاط)

يلي كلّ سؤال ثلاث إجابات، إحداها فقط صحيحة.
أنقل، في كلّ مرة، على ورقة تحريرك رقم السؤال والإجابة الصحيحة الموافقة له.

1) العدد $4536a79b$ حيث a و b رقمان، يقبل القسمة على 15 إذا كان :

أ) $a=5$ و $b=2$ ب) $a=2$ و $b=0$ ج) $a=4$ و $b=5$

2) مقاسات الأحذية التي بيعت بإحدى المغازات في يوم هي : 37 ، 36 ، 38 ، 39 ، 40 ، 41 ، 40 ، 39 ، 41
موسّط هذه السّلسلة الإحصائية لمقاسات الأحذية هو :

أ) 39 ب) 39,5 ج) 40

3) يحتوي صندوق على 40 كرة كُتب على كلّ منها ثمنها بالدينار كما يبيّن الجدول التالي :

الثمن بالدينار	5	10	15	20
عدد الكرات	12	4	13	11

إذا اخترنا بصفة عشوائية كرة من بين هذه الكرات فإنّ احتمال أن لا يتجاوز ثمنها 12 دينارا هو :

أ) 10 % ب) 16 % ج) 40 %

التمرين الثاني : (3.5 نقاط)

نعتبر العددين الحقيقيين $a = \dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ و $b = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

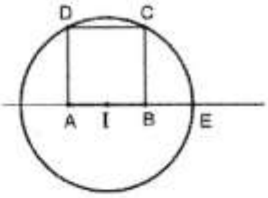
1) أ) أحسب $a+b$

ب) بيّن أنّ b مقلوب العدد a .

2) (وحدة قيس الطول هي الصّنتمتر) .

ABCD مربّع بحيث AB=1 و I منتصف [AB].

الدائرة التي مركزها I و تمرّ من النقطة C تقطع نصف المستقيم (AB] في نقطة E .



أ) أحسب البعد IC

ب) بيّن أنّ $AE = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ و $BE = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$

التمرين الثالث : (4.5 نقاط)

نعتبر العبارة $A=\frac{1}{3}(3x-2)+2x-\frac{7}{3}$ حيث x عدد حقيقي.

1) أ) بيّن أنّ $A=3x-3$

ب) حلّ في $\mathbb{R}$ المتراجحة $3x-3\geq 0$

2) لتكن العبارة $B=x^2-(1+\sqrt{2})x+\sqrt{2}$ حيث x عدد حقيقي.

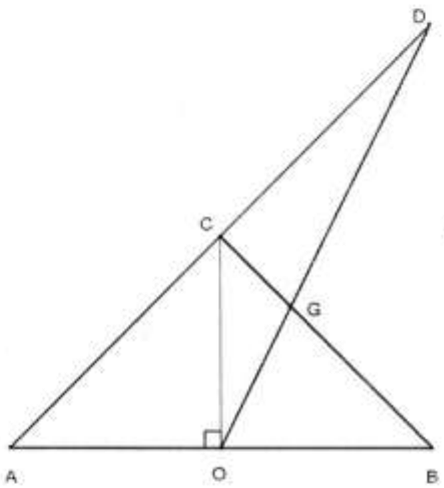
أ) أحسب القيمة العدديّة للعبارة B في حالة $x=\sqrt{2}$

ب) بيّن أنّ $B=(x-1)(x-\sqrt{2})$

3) أ) بيّن أنّ $B-A=(x-1)(x-\sqrt{2}-3)$

ب) أوجد الأعداد الحقيقية x بحيث $A=B$

التمرين الرابع : (5 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

A و B نقطتان من المستوي حيث AB=6 و O منتصف قطعة المستقيم [AB].

C نقطة من الموسّط العمودي لقطعة المستقيم [AB]حيث OC=3.

D مناظرة A بالنسبة إلى النقطة C و G نقطة تقاطع المستقيمين (BC) و (OD) .

1) بيّن أنّ G مركز ثقل المثلّث ABD.

2) المستقيم (AG) يقطع [BD] في النقطة E.

أ) بيّن أنّ E منتصف [BD].

ب) بيّن أنّ المستقيمين (AB) و (BD) متعامدان و أنّ BD=6.

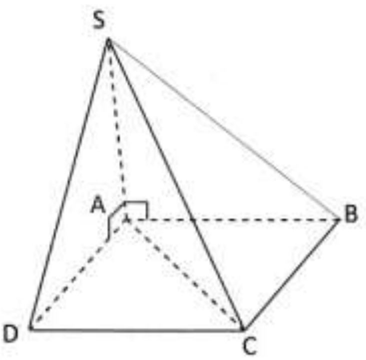
ج) بيّن أنّ $AE=3\sqrt{5}$ ثم أحسب AG.

3) أ) بيّن أنّ OEDC متوازي الأضلاع و استنتج أنّ (OG) حامل لإحدى موسّطات المثلّث OEC.

ب) بيّن أنّ OECA متوازي الأضلاع. ماذا يمثل (EG) بالنسبة إلى المثلّث OEC ؟

ج) بيّن أنّ G مركز ثقل المثلّث OEC.

التمرين الخامس : (4 نقاط)



(وحدة قيس الطول هي الصنتمتر)

يمثل الرسم المصاحب هرما SABCD حيث ABCD مربّع و $AB=2\sqrt{2}$.

المستقيم (SA) عموديّ على المستقيمين (AB) و (AD) و $SA=2\sqrt{5}$.

1) أ) بيّن أنّ المستقيم (SA) عموديّ على المستوي (ABD).

ب) استنتج أنّ المثلّث SAC قائم الزاوية.

2) أ) أحسب البعد AC.

ب) بيّن أنّ $SC=6$.

3) لتكن E منتصف [SC] . أحسب البعد AE.

إصلاح إمتحان شهادة ختم التّعليم الأساسي العام لدورة 2013 في مادّة الرّياضيّات

التّمرين الأوّل:

1) ⟵ ب	2) ⟵ أ	3) ⟵ ج

التّمرين الثّاني:

1) أ-
$$a+b=\frac{\sqrt{5}+1}{2}+\frac{\sqrt{5}-1}{2}=\frac{\sqrt{5}\cancel{+1}+\sqrt{5}\cancel{-1}}{2}=\frac{\cancel{2}\sqrt{5}}{\cancel{2}}=\sqrt{5}$$

إذن: $\boxed{a+b=\sqrt{5}}$

ب- بما أنّ: $a\times b=\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\times\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)=\frac{\left(\sqrt{5}+1\right)\times\left(\sqrt{5}-1\right)}{2\times 2}=\frac{\sqrt{5}^2-1^2}{4}=\frac{5-1}{4}=\frac{4}{4}=1$

فإنّ: b هو مقلوب العدد a .

2) أ- بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلّث IBC القائم في B ، فإنّ: $IC^2=IB^2+BC^2$ حيث $IB=\frac{AB}{2}$ لأنّ I منتصف $[AB]$.

إذن: $IC^2=\left(\frac{AB}{2}\right)^2+BC^2$ يعني $IC^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+1^2$ يعني $IC^2=\frac{1}{4}+1$ يعني $IC^2=\frac{5}{4}$

يعني $IC=\sqrt{\frac{5}{4}}$ و منه : $\boxed{IC=\frac{\sqrt{5}}{2}}$

ب- بما أنّ: IE=IC (يمثّلان شعاعيْ الدّائرة)

و : $IB=IA=\frac{AB}{2}$ لأنّ I منتصف $[AB]$.

فإنّ: $AE=IA+IE$ يعني $AE=\frac{AB}{2}+IC$ يعني $AE=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$ يعني $\boxed{AE=\frac{1+\sqrt{5}}{2}}$

و : $BE=IE-IB$ يعني $BE=IC-\frac{AB}{2}$ يعني $BE=\frac{\sqrt{5}}{2}-\frac{1}{2}$ يعني $\boxed{BE=\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$

التّمرين الثّالث:

1) أ-

$$A=\frac{1}{3}(3x-2)+2x-\frac{7}{3}=\frac{1}{\cancel{3}}\times\cancel{3}x-\frac{1}{3}\times 2+2x-\frac{7}{3}$$

$$=x-\frac{2}{3}+2x-\frac{7}{3}$$

$$=3x-\frac{9}{3}=3x-3$$

إذن: $\boxed{A=3x-3}$

ب- $3x-3\geq 0$ يعني $3x\geq 3$ يعني $x\geq\frac{3}{3}$ يعني $\boxed{x\geq 1}$ و بالتّالي : $S_{\mathbb{R}}=[1,+\infty[$.

2) أ- في حالة ، $x=\sqrt{2}$ فإنّ: $B=\sqrt{2}^2-(1+\sqrt{2})\times\sqrt{2}+\sqrt{2}=2-1\times\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+\sqrt{2}$

$$=\cancel{2}\cancel{-\sqrt{2}}\cancel{-2}\cancel{+\sqrt{2}}=0$$

ب-

$$B=(x-1)(x-\sqrt{2})=x\times x-x\times\sqrt{2}-1\times x+1\times\sqrt{2}$$

$$=x^2-\sqrt{2}x-x+\sqrt{2}$$

$$=x^2-(\sqrt{2}+1)x+\sqrt{2}$$

إذن: $\boxed{B=(x-1)(x-\sqrt{2})}$

3) أ-

$$B-A=(x-1)(x-\sqrt{2})-(3x-3)=(x-1)(x-\sqrt{2})-3(x-1)$$

$$=(x-1)(x-\sqrt{2}-3)$$

ب- $A=B$ يعني $A-B=0$ يعني $(x-1)(x-\sqrt{2}-3)=0$ يعني $x-1=0$ أو $x-\sqrt{2}-3=0$

يعني $\boxed{x=1}$ أو $\boxed{x=\sqrt{2}+3}$

التّمرين الرّابع:

1) لدينا في المثلّث ABD:

- ✓ C منتصف $[AD]$ يعني $[BC]$ موسّطا للمثلّث ABD (لأنّ A و D متناظرتان بالنّسبة إلى C).
- ✓ O منتصف $[AB]$ يعني $[DO]$ موسّطا للمثلث ABD .

و بما أنّ $[BC]$ و $[OD]$ يتقاطعان في نقطة G ، فإنّ G تمثّل مركز ثقل المثلّث ABD .

2) أ- بما أنّ G مركز ثقل المثلّث ABD ، فإنّ $[AG]$ موسّطا للمثلّث ABD يعني المستقيم (AG) يقطع الضّلع $[BD]$ في منتصفه،

و بالتّالي : E منتصف $[BD]$.

ب-

- لدينا: $CA=CD$ لأنّ C منتصف $[AD]$ ؛ و : $CA=CB$ لأنّ C نقطة من الموسّط العمودي للقطعة $[AB]$.

ممّا يعني أنّ: $\boxed{CA=CD=CB}$ و بما أنّ C منتصف $[AD]$ ، فإنّ: ABD مثلّث قائم الزّاوية في B .

و منه : $\boxed{(AB)\perp(BD)}$

- لدينا في المثلّث O : ABD و C منتصفيْ $[AB]$ و $[AD]$ على التّوالي.

إذن: $OC=\frac{1}{2}\times BD$ يعني $BD=2\times OC$ يعني $BD=2\times 3=6$ و بالتّالي: $\boxed{BD=6\text{ cm}}$

ج-

- حساب البعد AE:

بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلّث ABE القائم في B ، فإنّ: $AE^2=AB^2+BE^2$

يعني $AE^2=6^2+3^2$ يعني $AE^2=36+9$ يعني $AE^2=45$

إذن : $AE=\sqrt{45}=\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\sqrt{5}$ و منه : $\boxed{AE=3\sqrt{5}}$

- حساب البعد AG:

بما أنّ G مركز ثقل المثلّث ABD ، فإنّ : $AG=\frac{2}{3}\times AE$ يعني : $AG=\frac{2}{\cancel{3}}\times\cancel{3}\sqrt{5}$

إذن: $\boxed{AG=2\sqrt{5}}$

3) أ-

❖ لدينا: $DE=\frac{BD}{2}=3\ cm$ لأنّ E منتصف $[BD]$ ، يعني $\boxed{OC=DE}$ **(نتيجة 1)**

و لدينا : $(BD)//(OC)$ لأنّهما عموديّان على نفس المستقيم (AB) ، يعني $\boxed{(OC)//(DE)}$ **(نتيجة 2)**

إذن حسب **(نتيجة 1)** و **(نتيجة 2)** نستنتج أنّ الضلعين المتقابليْن للرّباعي OEDC متقايسين و متوازييْن .

يعني OEDC متوازي أضلاع.

❖ بما أنّ OEDC متوازي أضلاع ، فإنّ قطراه يتقاطعان في منتصفيْهما يعني $[OD]$ يقطع $[CE]$ في منتصفه،

و بما أنّ G نقطة من المستقيم (OD) فإنّ (OG) يقطع الضّلع $[CE]$ في منتصفه،

و بالتّالي : (OG) حامل لإحدى موسّطات المثلّث OEC .

ب-

❖ لدينا في المثلّث ABD:

✓ C منتصف $[AD]$.

✓ E منتصف $[BD]$.

إذن: $(AB)//(CE)$ و $CE=\frac{AB}{2}$ و منه : $(AO)//(CE)$ و CE=AO يعني OECA متوازي أضلاع.

❖ بما أنّ OECA متوازي أضلاع ، فإنّ قطراه يتقاطعان في منتصفيْهما يعني $[AE]$ يقطع $[OC]$ في منتصفه،

و بما أنّ G نقطة من المستقيم (AE) فإنّ (EG) يقطع الضّلع $[OC]$ في منتصفه،

و بالتّالي : (EG) حامل لإحدى موسّطات المثلّث OEC .

ج- بما أنّ G نقطة تقاطع المستقيمين (OG) و (EG) حامليْ موسّطيْ للمثلّث OEC ، فإنّ G: تمثّل مركز ثقل المثلّث ABD .

التّمرين الخامس:

1) **أ-** بما أنّ : المستقيم (SA) عمودي على (AB) و (AD) على التّوالي في النّقطة A،وهما مستقيمين من المستوي (ABD).

فإنّ: $\boxed{(SA)\perp(ABD)}$

ب- بما أنّ المستقيم (SA) عمودي على المستوي (ABD) في النّقطة A ، فإنّ كلّ مستقيم محتو في المستوي (ABD) و مارّ من A يكون عموديّا على (SA) و منه : $(SA)\perp(AC)$ يعني SAC مثلّث قائم الزّاوية في A .

2) **أ-** بما أنّ ABCD مربّع طول ضلعه $2\sqrt{2}$ ، فإنّ: $AC=\sqrt{2}\times AB=\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=4\ cm$ ، و بالتّالي: $\boxed{AC=4\ cm}$

ب- بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلّث SAC القائم في A ، فإنّ: $SC^2=AC^2+AS^2$ يعني $SC^2=4^2+\left(2\sqrt{5}\right)^2$

يعني $SC^2=16+20$ يعني $SC^2=36$ يعني $SC=\sqrt{36}=6\ cm$ ، و بالتّالي: $\boxed{SC=6\ cm}$

3) بما أنّ SAC مثلّث قائم الزّاوية في A فإنّ منتصف وتره $[SC]$ متساوي البعد عن رؤوسه الثّلاثة ،

و بما أنّ E منتصف الوتر $[SC]$ فإنّ $AE=ES=EC=\dfrac{SC}{2}$ يعني $AE=\dfrac{6}{2}=3$ و بالتّالي $\boxed{AE=3\ cm}$