الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◊◊◊	**مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي** **- دورة نوفمبر 2007-** **المدة : ساعة**	تلصق هنا اللاصقة الحاملة للاسم واللقب

ملاحظات :

1) *يتضمن الاختبار :*

- ورقتين A3 خاصّة بالأسئلة مرقمة من 1 إلى7
- ورقة واحدة 4A خاصّة بالإجابـة

2) *يجب التأكّد من التطابق بين :*

* أوراق الأسئلة Epreuve A و ورقة الإجابة Epreuve A
* أوراق الأسئلة Epreuve B و ورقة الإجابة Epreuve B

3) ***يحتوي الاختبار على 50 سؤالا متعدّد الأجوبة (QCM)***

4) ***كلّ سؤال يحتمل إجابة واحدة أو عدّة إجابات***

تعليمات :

1) تثبت اللاصقة الحاوية للرمز Code à Barres في المكان المخصّص لها على ورقة الإجابة (الركن الأيمن).
2) تثبت اللاصقة الحاملة للاسم واللقب في المكان المخصّص لها بالصفحة الأولى (الركن الأيسر من هذه الورقة.
3) لا تُسلم إلاّ ورقة إجابة واحدة لكلّ مترشح ويستحسن الإجابة على ورقة الأسئلة قبل نقل العلامات على ورقة الإجابة.
4) توضع علامة (×) في المربّع أو في المربّعات الخاصّة بالإجابات الصحيحة
5) يُستعمل القلم الجاف (BIC) الأسود أو الأزرق دون سواهما.
6) عدم استعمال الماحي (BLANCO) وعدم التشطيب.
7) عدم طي ورقة الإجابة.
8) تُرجع ورقة الإجابة وأوراق الأسئلة.

مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي		الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◈◈◈ الإدارة العامة للامتحانات
المادة : الرياضيات **Version B**	- دورة نوفمبر 2007-	

Q1.On lance de façon aléatoire deux dés indiscernables à 6 faces (numérotées de 1 à 6).

A. La somme de deux chiffres a plus de chances d'être 7 que 2.	B. La somme de deux chiffres a autant de chances d'être 3 que 11.	C. La somme de deux chiffres a strictement plus de chances d'être supérieure ou égale à 11 que d'être inférieure ou égale à 3.

Q2.On tire successivement sans remise deux cartes d'un jeu ordinaire de 52 cartes.

A. La probabilité pour que la première carte soit un as de trèfle est $\frac{1}{52}$.	B. La probabilité pour qu'aucune carte ne soit 10 est $\frac{188}{221}$.	C. La probabilité pour que la première carte soit un as de trèfle et la deuxième soit un 10 est $\frac{4}{52}$.

Q3.On tire successivement sans remise deux cartes d'un jeu ordinaire de 52 cartes.

A. La probabilité pour qu'au moins une carte soit un carreau est $\frac{15}{34}$.	B. La probabilité pour que les cartes soient de la même couleur est $\frac{13}{17}$.	C. La probabilité pour que les cartes ne soient pas de la même couleur est $\frac{13}{17}$.

Q4.Dans la division euclidienne de -4 par 300

A. Le reste est égal à 0.	B. Le reste est égal à 296.	C. Le reste est égal à 4.

Q5.Dans la division euclidienne de -4 par 300

A. Le quotient est égal à -75.	B. Le quotient est égal à -1.	C. Le quotient est égal à 1.

Q6.Soit la congruence E: $x^3 \equiv 1 \pmod 7$.

A. E a pour unique solution $x = 4$	B. E a pour solution $x = 2$.	C. E a pour unique solution $x = 2$

Q7.Soit la congruence E: $x^3 \equiv 1 \pmod 7$.

A. E admet une infinité de solutions dans $\mathbb{Z}$.	B. E est équivalente à $x \equiv 1 \pmod{14}$.	C. E est équivalente à $x \equiv 5 \pmod 7$.

Q8.Soit S l'ensemble des entiers naturels tels que $(n+1)$ divise (n^2+1).

A. S contient une infinité d'éléments.	B. S est réduit au singleton $\{1\}$.	C. L'entier 1 appartient à S.

Q9.Soit S l'ensemble des entiers naturels tels que $(n+1)$ divise (n^2+1).

A. S contient 0 et 1.	B. $S = \{0,\ 1\}$.	C. Si n appartient à S, alors $(n+1)$ divise $(n-1)$.

Q10.Soit a un entier naturel non nul, p un nombre premier tel que $p \mid a^3$.

A. $p \mid a$.	B. $p^3 \mid a^3$.	C. $p^2 \mid a^3$.

Q11.Soit a un entier naturel non nul, p un nombre premier tel que $p \mid a^3$.

A. Si a est premier alors $p^3 = a^3$.	B. p divise tout diviseur de a^3.	C. Il y a un diviseur de a qui divise p.

Q12.Soit $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto z^2 + 1$.

A. f est injective.	**B.** f n'est pas injective.	**C.** L'équation $f(z) = -1$ possède deux solutions.

Q13.Soit $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}, z \mapsto z^2 + 1$.

A. f est surjective.	**B.** f n'est pas surjective.	**C.** $\lvert z^2 + 1 \rvert = 0 \Leftrightarrow z = -1$.

Q14.Par quoi doit on compléter les pointillés pour que les deux assertions suivantes soient vraies :

$z \in \mathbb{C},\ z = \overline{z}\ .....\ z \in \mathbb{R}\ \ ;\ \ z \in \mathbb{C},\ z^3 = -1\ .....\ z = -1$.

A. $\Rightarrow$ et $\Leftarrow$.	**B.** $\Leftrightarrow$ et $\Leftrightarrow$.	**C.** $\Leftarrow$ et $\Leftrightarrow$.

Q15.Par quoi doit on compléter les pointillés pour que les deux assertions suivantes soient vraies :

$z \in \mathbb{C},\ z = \overline{z}\ .....\ z \in \mathbb{R}\ \ ;\ \ z \in \mathbb{C},\ z^3 = -1\ .....\ z = -1$.

A. $\Rightarrow$ et $\Rightarrow$.	**B.** $\Leftrightarrow$ et $\Leftarrow$.	**C.** $\Leftarrow$ et $\Leftarrow$.

Q16.

A. Le polynôme $X^4 + X^3 - X^2 - X$ est divisible par $X(X-1)$.	**B.** Le reste de la division euclidienne de $X^3 + X^2 + 3$ par $X - 1$ est $X + 4$.	**C.** Le quotient de $X^5 + 2X^3 + X^2 + 2X + 1$ par $X^2 + 1$ est $X^3 + X + 1$

Q17.

A. Le polynôme $X - 1$ divise $X^n - 1,\ n \geq 1$.	**B.** Le polynôme $X + 1$ divise $X^n + 1,\ n \geq 1$.	**C.** Le polynôme $X + 1$ divise $X^{2n} - 1,\ n \geq 1$.

Q18.

A. $(x \in \mathbb{Q},\ y \in \mathbb{Q}) \Rightarrow x + y \in \mathbb{Q}$	**B.** $(x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q},\ y \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}) \Rightarrow x + y \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$	**C.** $(x, y \in \mathbb{R} - \mathbb{Q})$ et $x < y \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{Q} / x < z < y)$

Q19.

A. $(x, y \in \mathbb{R} - \mathbb{Q})$ et $x < y \Rightarrow (\exists z \in \mathbb{R} - \mathbb{Q} / x < z < y)$	**B.** Pour $n \geq 3$, n impair $\Rightarrow \sqrt{n} \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$	**C.** Pour $n \geq 3$, n pair $\Rightarrow \sqrt{n} \in \mathbb{Q}$

Q20.Soit M la matrice à coefficients réels telle que $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

A. La matrice M est de rang 1.	**B.** La matrice M est diagonalisable.	**C.** Ker M est de dimension 1.

Q21.Soit M la matrice à coefficients réels telle que $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

A. 0 est une valeur propre de M.	**B.** 0 est l'unique valeur propre de M.	**C.** 1 est une valeur propre de M.

مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي المادة : الرياضيات — **Version B** - دورة نوفمبر 2007-	الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◈◈◈ الإدارة العامة للامتحانات

Q22. Soit M la matrice à coefficients réels telle que $M=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$.

A. Le polynôme minimal de M est $m(X)=X^3$.	**B.** Le polynôme caractéristique de M est $\chi(X)=-X^3$.	**C.** La matrice M est diagonalisable.

Q23. Soit M la matrice à coefficients réels telle que $M=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\0&1&0\end{pmatrix}$.

A. 0 est l'unique valeur propre de M.	**B.** $M^n=0,\ n\geq 2$.	**C.** M est inversible

Q24. Soit ABCDEFGH un cube de centre O et d'arête a.

A. La distance du point O au plan (ABC) est égale à $\dfrac{a}{2}$.	**B.** La distance du point O à la droite (AE) est égale à $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.	**C.** O appartient au plan (AFH).

Q25. Soit ABCDEFGH un cube de centre O et d'arête a.

A. Le volume du tétraèdre BCDE est égal à $\dfrac{a^3}{6}$.	**B.** Le volume du tétraèdre ABDE est égal à $\dfrac{a^3}{6}$.	**C.** L'intersection du cube avec la sphère de centre A et de rayon $a\sqrt{2}$ est $\{C, F, H\}$.

Q26. Soit E un ensemble non vide et P, Q deux parties de E. On pose $P\,\Delta\,Q=(P\cup Q)\setminus(P\cap Q)$ et on désigne par C_EP le complémentaire de P dans E.

A. $P\,\Delta\,Q=(P\setminus Q)\cup(Q\setminus P)$.	**B.** $P\,\Delta\,Q=C_EP\cap C_EQ$	**C.** Si $Q\subset P$, alors $P\,\Delta\,Q=P$

Q27. Soient E un ensemble non vide et P, Q deux parties de E. On pose $P\,\Delta\,Q=(P\cup Q)\setminus(P\cap Q)$.

A. Si E est un ensemble fini, $\mathrm{Card}(P\,\Delta\,Q)\leq\mathrm{Card}(P)+\mathrm{Card}(Q)$	**B.** Si E est un ensemble fini, $\mathrm{Card}(P\,\Delta\,Q)<\mathrm{Card}(P)+\mathrm{Card}(Q)$	**C.** Si E est un ensemble fini, $\mathrm{Card}(P\Delta Q)=\mathrm{Card}(P)+\mathrm{Card}(Q)-\mathrm{Card}(P\cap Q)$

Q28. Soit E, F et G des parties de $\mathbb{R}$.

A. Si supE existe, alors maxE existe.	**B.** Si max E existe, alors supE existe.	**C.** Si E et F sont majorées et $G\subset E\cap F$, alors $\sup G\leq\min(\sup E,\sup F)$.

Q29. Soient E, F et G des parties de $\mathbb{R}$. Pour tout réel x, on note $[x]$ la partie entière de x.

A. Si $E=\left\{\dfrac{(-1)^n}{n}+1,\ n\in\mathbb{N}^*\right\}$, alors $\inf E=0$ et $\sup E=1$.	**B.** Si $F=\left\{\dfrac{[x]}{x},\ x>0\right\}$, alors $\inf F=0$ et $\sup F=1$.	**C.** Si $G=\left\{\dfrac{(-1)^n}{n},\ n\in\mathbb{N}^*\right\}$, alors $\inf G=0$ et $\sup G=\dfrac{1}{2}$.

Q30. Soit E un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ et une application $f: E\to\mathbb{R}$.

A. Si f est strictement croissante, alors f est injective.	**B.** Si f est croissante et injective, alors f est strictement croissante.	**C.** Si f est strictement croissante, alors f est bijective

مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي		الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◈◈◈ الإدارة العامة للامتحانات
المادة : الرياضيات **Version B**	- دورة نوفمبر 2007-	

Q31.Soit E un sous-ensemble de $\mathbb{R}$ et une application $f : E \to \mathbb{R}$.

A. Si f est surjective de E sur $\mathbb{R}$ alors il existe une unique application h de $\mathbb{R}$ dans E telle que $h \circ f = Id_E$.	**B.** Si f est injective alors il existe une application g de $f(E)$ dans E telle que $g \circ f = Id_E$.	**C.** f est surjective si pour tout x de E, il existe un unique y tel que $y = f(x)$.

Q32.

A. Si f est dérivable sur $[a,b]$ avec $f(a) = f(b)$, alors il existe c dans $]a,b[$ tel que $f'(c) = 0$.	**B.** Si f est continue sur $[a,b]$, dérivable sur $]a,b[$ et si $\lim\limits_{x \to a} f'(x) = L$ alors f est dérivable en a et $f'(a) = L$.	**C.** Si f est dérivable sur $[a, b]$ et si f s'annule trois fois alors l'équation $f'(x) = 0$ admet au moins deux solutions dans $[a, b]$.

Q33.

A. Si f est dérivable sur $]a,b[$ et s'il existe c dans $]a,b[$ tel que $f'(c) = 0$ alors f admet un extremum dans $]a,b[$.	**B.** Si f est dérivable sur $[a, b]$ alors $f'([a,b])$ est un intervalle.	**C.** Si f est deux fois dérivable sur $[a, b]$ et si f'' garde un signe constant sur $[a, b]$, alors f est strictement monotone sur $[a, b]$.

Q34.Pour tout réel x, on désigne par $[x]$ la partie entière de x.

A. La fonction $f : x \mapsto \sqrt{x - [x]}$ est continue sur $\mathbb{R}$.	**B.** La fonction $f(x) \mapsto [x]\sin\frac{1}{x}$ est continue en 0.	**C.** La fonction $f(x) \mapsto [x]\sin\frac{1}{x}$ est dérivable en 0.

Q35.Pour tout réel x, on désigne par $[x]$ la partie entière de x.

A. $[x] \sim x,\ x \to +\infty$.	**B.** $e^{[x]} \sim e^{x},\ x \to +\infty$.	**C.** $e^{\sqrt{[x]}} \sim e^{\sqrt{x}},\ x \to +\infty$.

Q36.Pour $x > 0$, on pose $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt$.

A. $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = 0$.	**B.** $\lim\limits_{x \to +\infty} x f(x) = 0$.	**C.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \frac{\pi}{2}$.

Q37.Pour $x > 0$, on pose $f(x) = \int_0^x \frac{\sin t}{t}\,dt$.

A. $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = +\infty$.	**B.** $\lim\limits_{x \to 0} f'(x) = 1$.	**C.** $\lim\limits_{x \to +\infty} f'(x) = 0$.

Q38.Soit la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $n \geq 1$.

A. Il existe un entrer $N > 0$ tel que pour tout n, $n \geq N \Rightarrow x_n \geq 0$.	**B.** Pour tout $\varepsilon > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $x_n \leq \varepsilon$.	**C.** Pour tout entier non nul N, il existe $n \geq N$ tel que $x_n < 0$.

الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◈◈◈ الإدارة العامة للامتحانات	مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي	
	- دورة نوفمبر 2007-	المادة : الرياضيات **Version B**

Q39. Soit la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $x_n = \frac{(-1)^n}{n}$, $n \geq 1$.

A. Il existe un entier non nul N tel que pour tout $n \geq N$, $x_n = 0$.	B. Pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $N > 0$ tel que $n \geq N \Rightarrow \|x_n\| \leq \varepsilon$	C. Pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $N > 0$ tel que $n \geq N \Rightarrow x_n \leq \varepsilon$

Q40. Soit $f(x) = 2x(1-x)$ et la suite définie par $u_0 \in [0,1]$ et $u_{n+1} = f(u_n)$, $n \geq 1$.

A. $\forall n \in \mathbb{N},\ u_n \in [0,1]$	B. $\forall u_0 \in [0,1], (u_n)_n$ est monotone	C. Si $(u_n)_n$ converge vers L, alors $L \in [0,1]$

Q41. Soit $f(x) = 2x(1-x)$ et la suite définie par $u \in [0,1]$ et $u_{n+} = f(u_n)$, $n \geq 1$.

A. Si $(u_n)_n$ converge vers L, alors $L = 0$	B. Si $(u_n)_n$ converge vers L, alors $L = \frac{1}{2}$	C. Si $u_0 \in]0,1[$, alors $(u_n)_n$ ne converge pas vers 0

Q42. Soit la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $S_n = \sum_{1}^{n} \frac{1}{k}$, $n \geq 1$.

A. $S_n \sim \ln(n)$.	B. $\forall n \in \mathbb{N},\ S_{n+1} < S_n$.	C. $\lim_n S_n = 0$.

Q43. Soit la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $S_n = \sum^{n} \frac{1}{k}$, $n \geq 1$.

A. $\lim_n S_n = +\infty$.	B. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ S_n \leq \ln(n)$.	C. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ S_n \leq \sqrt{n}$.

Q44. Soit la suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par $f_n : x \mapsto x^n(1-x^2)$, $n \geq 1$.

A. La suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge absolument sur $[-1,1]$.	B. La suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge uniformément sur $[-1,1]$.	C. La suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge simplement sur $[-1,1]$.

Q45. Soit la suite de fonctions $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par $f_n : x \mapsto x^n(1-x^2)$, $n \geq 1$.

A. $\lim_{x\to 1} f_n(x) = 1$.	B. $\lim_n f_n(x) = 0$.	C. $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ \|f_n(x)\| \leq 1$.

Q46.

A. La série $\sum_{n\geq 1} \ln\left(1 + \frac{(-1)^n}{n}\right)$ est divergente.	B. La série $\sum_{n\geq 0} \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)}$ est convergente.	C. La série $\sum_{n\geq 1} \frac{1}{1^2+2^2+\ldots+n^2}$ est convergente.

Q47.

A. La série $\sum_{n\geq 1} \frac{n}{2^n}$ est convergente.	**B.** La série $\sum_{n\geq 1} \frac{2^n}{n}$ est convergente.	**C.** La série $\sum_{n\geq 1} \frac{\sin n}{2^n}$ est divergente.

Q48.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1.$	**B.** $\sum_{n=2}^{+\infty} n\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 4.$	**C.** $\sum_{n=2}^{+\infty} n(n-1)\left(\frac{1}{2}\right)^n = 4.$

Q49.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \ln 2.$	**B.** $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n}\left(\frac{1}{2}\right)^n = \ln 2 - 1.$	**C.** $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^n = -\ln 2.$

Q50. On lance de façon aléatoire deux dés indiscernables à 6 faces (numérotées de 1 à 6).

A. Il y a 36 tirages distincts possibles.	**B.** Il y a 30 tirages distincts possibles.	**C.** Il y a 21 tirages distincts possibles.