

<p>تلتصق هنا اللاصقة الحاملة للاسم واللقب</p>	<p>مناظرة الكفاءة لأستاذية التعليم الثانوي - دورة جويلية 2008 -</p>	<p>الجمهورية التونسية وزارة التربية والتكوين ◆◆◆</p>
	<p>المدة : ساعة</p>	<p>المادة : الرياضيات Version A</p>

ملاحظات :

- (1) يتضمن الاختبار :
 - ورقتين A3 خاصة بالأسئلة مرقمة من 1 إلى 6
 - ورقة واحدة A4 خاصة بالإجابة
- (2) يجب التأكد من التطابق بين :
 - * أوراق الأسئلة Version A و ورقة الإجابة Version A
 - * أوراق الأسئلة Version B و ورقة الإجابة Version B
- (3) يحتوي الاختبار على 50 سؤالاً متعدد الأجوبة (QCM)
- (4) كل سؤال يحتمل إجابة واحدة أو عدة إجابات

تعليمات :

- (1) تثبت اللاصقة الحاوية للرمز Code à Barres في المكان المخصص لها على ورقة الإجابة (الركن الأيمن).
- (2) تثبت اللاصقة الحاملة للاسم واللقب في المكان المخصص لها بالصفحة الأولى (الركن الأيسر) من هذه الورقة.
- (3) لا تُسلم إلا ورقة إجابة واحدة لكل مترشح ويستحسن الإجابة على ورقة الأسئلة قبل نقل العلامات على ورقة الإجابة.
- (4) توضع علامة (X) في المربع أو في المربعات الخاصة بالإجابات الصحيحة
- (5) يُستعمل القلم الجاف (BIC) الأسود أو الأزرق دون سواهما.
- (6) عدم استعمال الماحي (BLANCO) وعدم التشطيب.
- (7) عدم طي ورقة الإجابة.
- (8) تُرجع ورقة الإجابة وأوراق الأسئلة.

Soit un réel x . On considère la proposition « $P : 3 \leq x < 5$ ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P .

A. $x < 3$ et $x \geq 5$	B. $x < 3$ ou $x \geq 5$.	C. $3 < x \leq 5$.
--------------------------	----------------------------	---------------------

Q2. Soit f une fonction définie sur $[0,1]$ et la proposition « $P : f$ est bornée ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P .

A. f n'est pas majorée.	B. f n'est ni majorée, ni minorée.	C. f est soit non majorée, soit non minorée.
---------------------------	--------------------------------------	--

Q3. Soit une suite (u) et la proposition « $P : (u)$ est décroissante ou minorée ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P

A. La suite (u) est croissante ou majorée.	B. La suite (u) n'est ni décroissante ni minorée.	C. La suite (u) est soit non décroissante, soit non minorée.
--	---	--

Q4. Soit f une fonction définie sur $[0, 1]$ et la proposition

« $P : \text{Si } f \text{ est croissante sur } [0, 1] \text{ et } f(0) > 0, \text{ alors } f(1) > 0$ ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la proposition équivalente à P .

A. Si $f(1) \leq 0$, alors soit f est non croissante, soit $f(0) \leq 0$.	B. Si $f(1) \leq 0$ alors f est décroissante sur $[0, 1]$.	C. Si $f(1) \leq 0$ alors f n'est pas croissante sur $[0, 1]$.
---	---	---

Q5. Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} et la proposition

« $P : \text{Il existe un réel } x \text{ de } [0,1] \text{ vérifiant } f(x) = g(x)$ ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la négation de P .

A. Il existe un réel x n'appartenant pas à $[0, 1]$ vérifiant $f(x) = g(x)$.	B. Il existe un réel x de $[0, 1]$ vérifiant $f(x) \neq g(x)$.	C. Pour tout réel x de $[0, 1]$, $f(x) \neq g(x)$.
---	---	--

Q6. On considère une transformation f du plan et la proposition

« $P : \text{Si } f \text{ est une isométrie alors } f \text{ conserve l'alignement}$ ».

Parmi les propositions suivantes, reconnaître la proposition équivalente à P .

A. Si f n'est pas une isométrie alors f ne conserve pas l'alignement.	B. Si f ne conserve pas l'alignement alors f n'est pas une isométrie.	C. Si f conserve l'alignement alors f est une isométrie.
---	---	--

Q7. Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} . Pour tous $A \subset \mathbb{R}$ et $B \subset \mathbb{R}$,

A. $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$	B. $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$	C. $f(A) \cap f(B) \subset f(A \cap B)$
-----------------------------------	-----------------------------------	---

Q8. Pour toute partie F non vide de \mathbb{R} .

A. Si $\inf F$ existe, alors $\min F$ existe.	B. Si $\max F$ existe, alors $\sup F$ existe.	C. Si F est bornée alors F admet un maximum et un minimum
---	---	---

Q9. Soit $G = \left\{ \frac{(-1)^n}{2n+1}, n \in \mathbb{N} \right\}$

A. $\inf G = -1$ et $\sup G = 1$	B. $\inf G = 0$ et $\sup G = 1$.	C. $\inf G = -\frac{1}{3}$ et $\sup G = 1$.
----------------------------------	-----------------------------------	--

Q10. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = x^2 - 2x + 3$.

A. $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$.	B. $f(\mathbb{R}) = [2, +\infty[$.	C. $f([0, 2]) = [2, 3]$.
-----------------------------------	-------------------------------------	---------------------------

Q11. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 4 - (x + 2)^2$. est

A. $f([-3, 0]) = [0, 4]$.	B. $f([-3, 0]) = [-1, 4]$.	C. $f([-3, 0]) = [0, 3]$.
----------------------------	-----------------------------	----------------------------

Q12. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$ par $f(x) = \frac{2x-1}{x+3}$ et f' La fonction dérivée de f

A. f' est strictement croissante.	B. f' est strictement positive.	C. f'' est strictement positive.
-------------------------------------	-----------------------------------	------------------------------------

Q13. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telle que $f(x) = \ln\left(\left|\frac{x+1}{x-1}\right|\right)$.

A. f est définie sur $] -1, 1[$.	B. f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$	C. f est définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$
-------------------------------------	---	---

Q14. Soit f la fonction définie sur \mathbb{R}_+^* par $f(x) = \frac{1}{x}$ et g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^x + 1$.

A. $g \circ f(x) = \frac{1}{e^x + 1}, x > 0$	B. $f \circ f(x) = \frac{1}{x^2}, x > 0$	C. $f \circ f(x) = x, x > 0$.
--	--	--------------------------------

Q15. Soit la fonction $f : x \mapsto \cos(8\pi x)$.

A. f est π -périodique.	B. f est $\frac{1}{8\pi}$ -périodique.	C. f est $\frac{1}{4}$ -périodique.
-------------------------------	--	---------------------------------------

Q16. f est une fonction continue sur $[-1, 4]$ telle que $f(-1) = -3$ et $f(4) = 5$. Le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$ sur $[-1, 4]$ est

A. Exactement 1.	B. Au moins un.	C. zéro.
------------------	-----------------	----------

Q17. Le nombre de solutions dans \mathbb{R} de l'équation $x = \sin x$ est

A. 1.	B. Une infinité.	C. 2.
-------	------------------	-------

Q18. L'approximation affine, pour x voisin de 0, de la fonction définie sur $] -1, +\infty[$ par $f(x) = \sin(x + \pi)$ est

A. $-x$.	B. $-x + 1$.	C. x .
-----------	---------------	----------

Q19. Les primitives d'une fonction impaire et continue sur \mathbb{R} sont des fonctions

A. paires.	B. impaires.	C. ni paires ni impaires.
------------	--------------	---------------------------

Q20. Quelque soit la primitive F de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 5}$

A. $F(0) < F(1)$.	B. $F(0) = F(1)$	C. $F(0) > F(1)$
--------------------	------------------	------------------

Q21. La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ est

A. bornée sur \mathbb{R} .	B. bornée sur \mathbb{R} et atteint ses bornes.	C. non bornée sur \mathbb{R} .
------------------------------	---	----------------------------------

A. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x = 0$

C. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ n'existe pas.

Q23. Soit f la fonction définie au voisinage de 0 par $f(x) = \ln 2 + \frac{1}{2}x - \frac{x^2}{2} + x^2\varepsilon(x)$ où $\lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$. On désigne par C_f sa courbe dans un repère orthonormé.

A. la droite $\Delta: y = \ln 2 + \frac{1}{2}x$ est une asymptote oblique à C_f .

B. la droite $\Delta: y = \ln 2 + \frac{1}{2}x$ est une tangente à C_f .

C. la droite $\Delta: y = \ln 2$ est une asymptote horizontale à C_f .

Q24. Soit f une fonction définie sur un intervalle I de \mathbb{R} .

A. Si f est strictement décroissante sur I alors f est une bijection de I sur $f(I)$.

B. Si f est bijective sur I alors f^{-1} est continue sur $f(I)$.

C. Si f est dérivable et strictement monotone sur I alors f^{-1} est dérivable sur $f(I)$.

Q25.

A. $\text{Arc sin}(\sin x) = x$, pour tout $x \in [0, 2\pi[$.

B. $\tan(\text{Arc tan } x) = x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

C. $\cos(\text{Arc cos } x) = x$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Q26.

A. Si f est continue sur $[a, b]$, dérivable sur $]a, b[$ et si $\lim_{x \rightarrow a} f'(x) = L$ alors f est dérivable en a et $f'(a) = L$.

B. Si f est dérivable sur $]a, b[$ et s'il existe c dans $]a, b[$ tel que $f'(c) = 0$ alors f admet un extremum dans $]a, b[$.

C. Pour toute fonction f dérivable sur $[a, b]$, $f'([a, b])$ est un intervalle.

Q27. On considère la fonction $f: x \mapsto \text{Arc cos}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$.

A. La fonction f est définie sur \mathbb{R} .

B. La fonction f est impaire.

C. La fonction f est dérivable en 1.

Q28.

A. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt = 1$

B. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt = \frac{1}{2}$

C. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan t}{\cos^2 t} dt = \sqrt{2}$

Q29. On considère la fonction $f: x \mapsto \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$.

A. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à 1.

B. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à 0.

C. La valeur moyenne de la fonction f sur $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ est égale à $\frac{2}{\pi}$.

Q30.

A. $\lim_{x \rightarrow 0} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = 1$

B. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_1^x \frac{\sin t}{t} dt = \frac{\pi}{2}$

C. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x \frac{\sin t}{t} dt = +\infty$.

Q31.

A. $\int_1^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.

B. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.

C. $\int_0^{+\infty} \frac{1}{1+\sqrt{t}} dt$ est

Q32.

A. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$ est convergente.	B. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{\sqrt{t}} dt$ est divergente	C. $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-t}}{t\sqrt{t}} dt$ est convergente.
---	---	--

Q33. La limite de la suite de terme général $u_n = \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)^n$, $n \in \mathbb{N}^*$ est égale à

A. $+\infty$.	B. 0.	C. 1.
----------------	-------	-------

Q34. Soit la suite géométrique (u_n) de raison q , telle que $\sum_{p=1}^{p=n} u_p = \frac{11^n - 1}{5}$.

A. $u_3 = 121$.	B. $u_3 = 242$.	C. $u_3 = 363$.
------------------	------------------	------------------

Q35.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{1}{4}$.	B. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = 1$.	C. $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^n = \frac{5}{4}$.
--	--	--

Q36.

A. $\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{25}{36}$.	B. $\sum_{n=1}^{+\infty} n \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = -\frac{25}{36}$.	C. $\sum_{n=0}^{+\infty} (n+1) \left(-\frac{1}{5}\right)^n = \frac{6}{5}$.
---	--	---

Q37.

A. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 1$.	B. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = 0$.	C. $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{2}$.
--	--	--

Q38.

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$	B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$.	C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^2 \left(\frac{1}{2}\right)^n = +\infty$.
--	--	--

Q39.

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 0$	B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = 1$.	C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n!}{n^n} = +\infty$.
--	--	--

Q40.

A. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} = 1$	B. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} = e^{-1}$.	C. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{n^2} = 0$.
--	---	--

Q41. Soit la suite de fonctions $(f_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définies sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par $f_n(x) = (-1 + \cos x)^n$.

A. La suite (f_n) converge simplement sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.	B. La suite (f_n) diverge sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.	C. Pour tout $n \geq 1$, $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} f_n(x) = 1$.
---	---	--

Q42. Soit la série $\sum_{n \geq 1} u_n$ de terme général $u_n = \frac{(-1)^n n}{n^2 + 1}$.

A. $\sum_{n \geq 0} u_n$ est convergente.	B. $\sum_{n \geq 0} u_n$ est divergente	C. $\sum_{n \geq 0} u_n$ est absolument convergente.
---	---	--

Q43.

A. $\sum_{n \geq 1} \ln \left(1 + \frac{(-1)^n}{n} \right)$ est convergente.	B. $\sum_{n \geq 0} \frac{\ln(n^2)}{(n+1)}$ est convergente.	C. $\sum_{n \geq 1} \frac{n}{1+2+\dots+n}$ est convergente.
---	--	---

Q44. Soit la série de fonctions $\sum_{n \geq 1} f_n(x)$ de terme général $f_n(x) = \frac{e^{-nx}}{n}$.

A. La série $\sum_{n \geq 1} n f_n(x)$ converge sur \mathbb{R}_+	B. La série $\sum_{n \geq 1} f_n(x)$ converge sur \mathbb{R}_+ .	C. La série $\sum_{n \geq 1} f'_n(x)$ converge sur \mathbb{R}_+^* .
--	--	---

Q45. On considère l'équation différentielle (E) : $y' + y = \cos x$.

A. L'équation possède une infinité de solutions.	B. L'équation ne possède pas de solution	C. L'équation possède une unique solution.
--	--	--

Q46. Par quoi doit on compléter les pointillés pour que les deux assertions suivantes soient vraies :
 $z \in \mathbb{C}, z = \bar{z} \dots z \in \mathbb{R}$; $z \in \mathbb{C}, z^3 = -1 \dots z = -1$.

A. \Rightarrow et \Leftarrow .	B. \Leftrightarrow et \Leftarrow .	C. \Leftrightarrow et \Leftarrow .
------------------------------------	--	--

Q47. Le produit de trois entiers consécutifs est toujours divisible par

A. 6.	B. 5.	C. 12.
-------	-------	--------

Q48. Le reste de la division euclidienne de 1234567890123456791 par 123456789 est

A. 0.	B. 1.	C. 2.
-------	-------	-------

Q49. Le reste de la division euclidienne de 5^{56789} par 6 est

A. 0	B. 1	C. 5
------	------	------

Q50. Les solutions entières de l'équation $6x + 8y = 2$ sont de la forme

A. $(-1+4k, 1-3k), k \in \mathbb{Z}$	B. $(-1+8k, 1-6k), k \in \mathbb{Z}$	C. $(-1+8k, 1+6k), k \in \mathbb{Z}$
--------------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------