**Concourt 2009**

**Exercice N°1**

b) montrer que la suite est convergente et trouver sa limite.

**EXERCICE N°2**

Pour tout entier naturel n strictement supérieur à 1, on note

1. 1) soit n un entier naturel strictement supérieur à 1.

a/ montrons que n est premier si et seulement si

b/ montrons que pour tout entier p premier on a

2) soient m et n deux entiers strictement supérieurs à 1 et premiers entre eux.

Montons que

II/ on dit qu'un entier naturel est un nombre parfait si et seulement si

1°)

1. Vérifier que les entier 6 ; 28 et 496 sont parfaits et Montrer que l’entier ne l'est pas

2°) soit n un entier tel que

1. Montrons que les entiers
2. En déduire que l’entier est parfait.

3°/ soit a un entier parfait pair.

1. Montrons qu’il existe un entier naturel non nul n et un entier impair b tel que
2. Montrer que b =et que b est un nombre premier.
3. En déduire qu'un entier pair a est parfait si et seulement si il s'écrit sous la forme ou est un nombre premier.

4°/ Soit a un entier parfait pair

1. Montrons que les nombres des diviseurs positif de a est pair.
2. Soient .

**Exercice N°3**

1°) a- Montrons que I est de classe C² et solution de l’équation différentielle :

( E ) : ty’’(t) +y’(t) +ty(t) = 0

1. Déterminer une équation différentielle du second degré vérifiée par :

2°)

**Exercice N°4**

|  |  |
| --- | --- |
| Dans le plan orienté, on considère deux carrés directes ABCD et BEFG de cotés respectifs 4cm et 3cm comme l'indique la figure ci-contre:   1. On désigne par P le point d'intersection des droites (EG) et (DC).   Montrer que le quadrilatère GFPD est un parallélogramme.  On désigne par I le centre de ce parallélogramme.   1. Soit C le cercle de centre I et passant par B. On note H le deuxième point d'intersection de C avec la droite (AB). 2. Montrer est un diamètre de C 3. Montrer que la droite (IH) est la bissectrice du segment . |  |

1. Soit K le point de la demi-droite tel que GK = EH
2. Montrer que le quadrilatère DHFK est un carré.
3. Calculer l'aire du carré DHFK et déduire la mesure de son coté.

Concourt 2009 solution

Exercice N°1

EXERCICE N°2

Pour tout entier naturel n strictement supérieur à 1, on note

1. 1) soit n un entier naturel strictement supérieur à 1.

a/ montrons que n est premier si et seulement si

* On suppose que n est premier montrons que

Si n est premier alors les seuls diviseurs de n sont n et 1 et par suite

* On suppose que montrons que n est premier

Si n n’est pas premier alors il existe au moins un diviseur d de n et tel que 1< d <n

Donc ce qui contre dit 1< d <n

Donc n est premier.

Conclusion : n est premier si et seulement si

b/ montrons que pour tout entier p premier on a

Soit p un entier premier les seuls diviseurs de sont donc les entiers et par suite

c/ soient m et n deux entiers strictement supérieurs à 1 et premiers entre eux.

Montons que

* Soient P et q deux entiers naturels premiers les diviseurs de pq sont les entiers 1, p, q, et pq

Donc

* Soient P et q deux entiers naturels premiers et

Soit l’ensemble des diviseurs de v

* Soient

Pour on a

II/ 1°)

On suppose que est un entier parfait Alors

2°) soit n un entier tel que

1. Montrons que les entiers
2. Montrons que l’entier est parfait

On a et

Donc

3°/ soit a un entier parfait pair.

1. Montrons qu’il existe un entier naturel n non nul et un entier impair b tel que

Comme a est un entier pair alors 2 divise a et par suite il existe un entier i entre 0 et k tel que et pour tout j

.

− b et sont premier entre eux

Ce qui est impossible donc b est premier et

c/ - Si a est un entier naturel pair parfait d’après a- et b-

ou

* Réciproquement si ou alors

donc a est un entier pair parfait.

1. Soit a un entier parfait pair

a/ Montrons que les nombres des diviseurs positif de a est pair.

Supposons que a est un entier positifs.

a est un entier naturel pair parfait d’après 3° c/ ou

Soient dk = ou k sont les entiers 1, 2, 3 …..n Les entiers dk sont les diviseurs de

or

ce qui prouve que les nombres des diviseurs positif de a est pair.

1. Soient

Exercise N°3

1°) a- Montrons que I est de classe C² et solution de l’équation différentielle :

( E ) : ty’’(t) +y’(t) +ty(t) = 0

On pose

2°)

On a

D’après 2°) b- en déduit que

EXERCICE N° 4 concours 2009

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1) On a GCP triangle rectangle en C et donc GCP isocèle de sommet principal C donc CP = CG =1cm d’où DP = GF = 3cm et on a (DP)//(GF) et par suite GFCD est un parallélogramme.  + = ce qui prouve que le triangle BDF est rectangle en B or I le milieu de donc IB = ID = IF et comme B est un point du cercle C donc les points D et F sont aussi  Ce qui prouve que le segment est un diamètre de C.  Les angles et sont inscrits au cercle c et ils interceptent le même arc HB donc = |

On a   
 ,

=50

Or AH = AE –HE= 7 - HEAH² = 49 – 14 HE + HE² 49 – 14 HE + HE²2 HE² – 14 HE +24 = 0

Soit HE = ou HE = Or donc HE et par suite AH = 3

DH² = AD² + AH² = 16 + 9 = 25 DH = 5 et HF² = HE² + FE² = 16+9=25 HF = 5 = DH

Conclusion H est un point de la médiatrice de

KGF est un triangle rectangle en G KF² = GF² + GK² = 9+16 = 25 donc KF = 5 DCK est un triangle rectangle en C

DK² = dc² + ck² +16+9= 25 donc DK = 5

Ainsi DK = FK donc K est un point de la médiatrice de DK² + KF² = 25+25=50 = DF²

Donc DFK est un triangle rectangle en K et on a DFH lui aussi un triangle rectangle en H donc DHFK est carré de coté DH = 5