| CONTENUS | COMPETENCES EXIGIBLES | COMMENTAIRES |
|---|---|---|
| **Fonction linéaire et fonction affine**<br>Fonction linéaire | Connaître la notation $x \mapsto ax$, pour une valeur numérique de a fixée. | La définition d'une fonction linéaire, de coefficient a, s'appuie sur l'étude des situations de proportionnalité rencontrées dans les classes précédentes. On pourra recourir à des tableaux de proportionnalité et on mettra en évidence que le processus de correspondance est « je multiplie par a ».<br>Pour des pourcentage d'augmentation ou de diminition, une mise en évidence similaire peut être faite ; par exemple, augmenter de 5% c'est mulitiplier par 1,05 et diminuer de 5% c'est multiplier par 0,95. |
| | Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire à partir de la donnée d'un nombre non nul et de son image | L'étude de la fonction linéaire est aussi l'occasion d'utiliser la notion d'image. On introduira la notation $x \mapsto ax$ pour la fonction. A propos de la notation des images $f(2)$, $f(-0,25)$..., on remarquera que les parenthèses y ont un autre statut qu'en calcul algébrique. |
| | Représenter graphiquement une fonction linéaire.<br>Lire sur la représentation graphique d'une fonction linéaire l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée. | L'énoncé de Thalès permet de démontrer que la représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine ; cette droite a une équation de la forme $x \mapsto ax$. On interprétera graphiquement le nombre a, coefficient directeur de la droite.<br>C'est une occasion de prendre conscience de l'existence de fonctiond dont la représentation graphique n'est pas une droite (par exemple en examinant comment varie l'aire d'un carré quand la longueur de son côté varie de 1 à 3). |
| Fonction affine.<br>Fonction affine et fonction linéaire associée | Connaître la notation $x \mapsto ax+b$ pour des valeurs numérique de a et b fixées.<br><br>Déterminer une fonction affine par la donnée de deux nombres et de leurs images. | Pour des valeurs de a et b numériquement fixées, le processus de correspondance sera aussi explicité sous la forme « je multiplie par a puis j'ajoute b ». La représentation graphique de la fonction affine peut être obtenue par une translation à partir de celle de la fonction linéaire associée. C'est une droite, qui a une équation de la forme $y \mapsto ax+b$. In interpretera graphiquement le coeffivient directeur a et l'ordonnée à l'origine b ; on remarquera la proportionnalité des accroissement de x et de y. |
| | Représenter graphiquement une fonction affine.<br><br>Lire sur la représentation graphique d'une fonction affine l'image d'un nombre donné et le nombre ayant une image donnée. | Pour déterminer la fonction affine associée à une droite donnée dans un repère, on entraînera les élèves à travailler à partir de deux points pris sur la droite et à exploiter la représentation graphique.<br>On fera remarquer qu'une fonction linéaire est une fonction affine.<br>Des enregistrements graphiques ou des courbes représentatives de fonctions non affines peuvent sevir de support à la construction de tableaux de valeurs ou à la recherche de particularité d'une fonction : coordonnées de points, sens de vartiation sur un intervalle donné, maximum, mimimum. Aucune connaissance spécifique n'est éxigible sur ce sujet. |
| Systèmes de deux équations à deux inconnues | Résoudre algébriquement un système de deux équations du premier degré à deux inconnues admettant une solution et une seule ; en donner une interprétation graphique. | Pour l'interprétation graphique, on utilisera la représentation des fonctions affines. |

## I. FONCTION LINEAIRE :

➔ Etant donné un nombre a, on définit une **fonction linéaire** $f$ lorsque, à tout nombre x, on associe le nombre ax.

Le nombre a est le **coefficient de linéarité** de $f$.

Le nombre ax est **l'image de x par *f***.

**On note :** $f : x \mapsto ax$ la fonction de coefficient a ;

$f(x)$ l'image de x par la fonction $f$, et on écrit $f(x) = ax$.

***Exemple :***

La fonction $f : x \mapsto -3x$ est la fonction linéaire de coefficient –3.

| ***x*** | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***f(x)*** | 12 | 9 | 6 | 3 | 0 | -3 | -6 | -9 | -12 |

Ce tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.

Le coefficient de proportionnalité, -3, est le coefficient de linéarité de $f$.

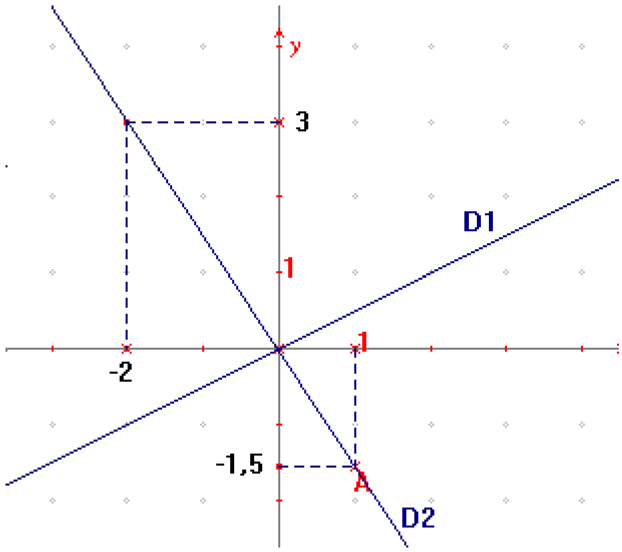
***Propriété :***

**Etant donné un nombre a, la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ est une droite *D* qui passe par l'origine O du repère.**
**Une équation de cette droite *D* est $y = ax$.**
*D* passe par le point A(1 ; a), et le coefficient de linéarité a de la fonction linéaire $f$ est le coefficient directeur de la droite *D.*

***Exemples :***

1. La représentation graphique de la fonction linéaire $g : x \mapsto 0,5x$ est la droite $D_1$ d'équation $y = 0,5x$.
2. La représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto -\frac{3}{2}x$ est la droite $D_2$ d'équation $y = -\frac{3}{2}x$.

On lit sur la représentation graphique que : l'image de 1 par $f$ est $-\frac{3}{2}$ et que le nombre dont l'image par $f$ est 3 vaut –2.

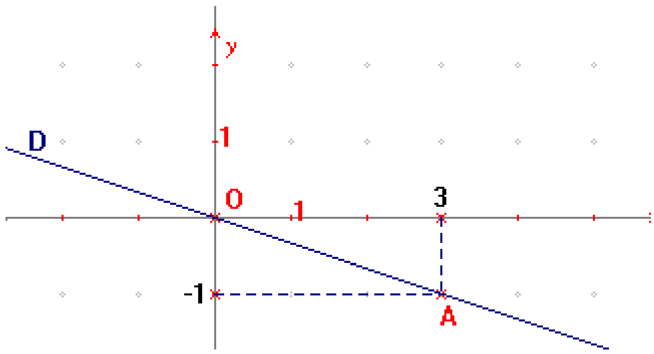



***Propriété :***

**Toute droite passant par l'origine O du repère et non confondue avec l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction linéaire.**
**Elle a une équation de la forme $y = ax$.**

***Exemple :***

La droite *D* passe par O et par A(3 ; -1).
*D* est la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto -\frac{1}{3}x$ ;
elle a pour équation $y = -\frac{1}{3}x$.




## II. FONCTION AFFINE :

➔ Etant donné deux nombres a et b, on définit une **fonction affine** $f$ lorsque, à tout nombre x, on associe le nombre ax + b.
Les nombres a et b sont les **coefficients** de $f$ .
Le nombre ax + b est **l'image de x par $f$** .

**On note :** $f : x \mapsto ax+b$ la fonction de coefficients a et b ;
$f(x)$ l'image de x par la fonction $f$, et on écrit $f(x) = ax+b$.

***Propriété :***

**Etant donné deux nombres a et b, la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax+b$ est une droite *D* parallèle à la représentation graphique de la fonction linéaire $g : x \mapsto ax$ . Une équation de cette droite *D* est $y = ax+b$.**
*D* passe par le point B(0 ; b), et b est appelé **l'ordonnée à l'origine** de $f$.
Le coefficient de linéarité a de la fonction affine $f$ est le **coefficient directeur** de la droite *D.*
On dit que $g$ est **la fonction linéaire associée** à $f$.

***Remarque :***

Une fonction linéaire est une fonction affine particulière car $f : x \mapsto ax$ peut aussi s'écrire $f : x \mapsto ax+0$.

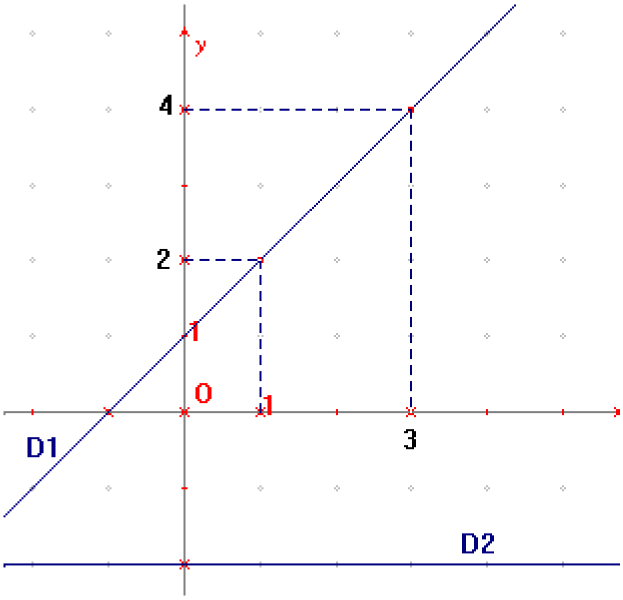
Lorsque a = 0,la fonction affine $f$ est définie par $f(x) = b$ ; c'est une fonction constante dont la représentation graphique est une droite parallèle à l'axe des abscisses.

***Exemples :***

1. La représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto x+1$ est la droite $D_1$ d'équation $y=x+1$.

   On lit sur la représentation graphique que :
   - l'image de 1 par $f$ est 2
   - et que le nombre dont l'image par $f$ est 4 est 3.

2. La représentation graphique de la fonction affine $g : x \mapsto -2$ est la droite $D_2$ d'équation $y=-2$.




***Propriété :***

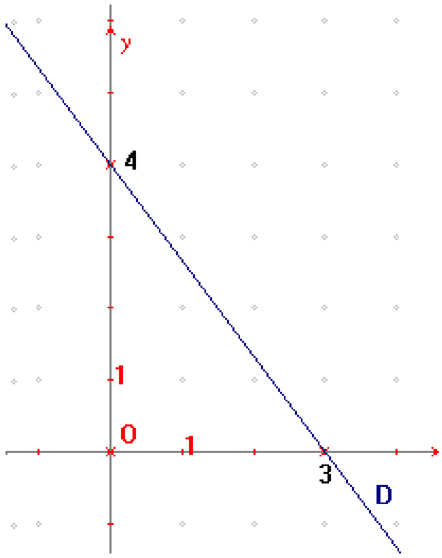
**Toute droite non parallèle à l'axe des ordonnées est la représentation graphique d'une fonction affine. Elle a une équation de la forme $y = ax+b$.**

***Exemple :***

*D* est la représentation graphique de la fonction affine

$f : x \mapsto -\frac{4}{3}x+4$ ;

elle a pour équation $y=-\frac{4}{3}x+4$.

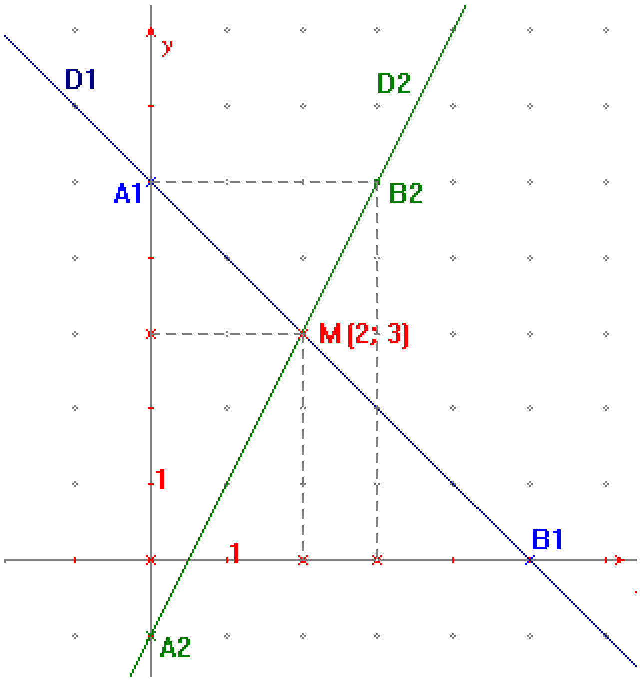



## III. RESOLUTION GRAPHIQUE D'UN SYSTEME DE DEUX EQUATIONS A DEUX INCONNUES :

On veut résoudre le système de deux équations à deux inconnues : $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$.

En exprimant y en fonction de x dans les deux équations, on obtient un nouveau système qui a les mêmes solutions que le système de départ : $\begin{cases} y=-x+5 \\ y=2x-1 \end{cases}$

Résoudre le système revient donc à déterminer le point d'intersection des droites :
- $D_1$ d'équation $y=-x+5$
- et $D_1$ d'équation $y=2x-1$.




- La fonction $x \mapsto -x+5$ a pour représentation graphique la droite $D_1$ d'équation $y=-x+5$

- La fonction $x \mapsto 2x-1$ a pour représentation graphique la droite $D_2$ d'équation $y=2x-1$

**La lecture graphique fournit les coordonnées de ce point : M(2 ; 3)**
On peut vérifier par le calcul que le couple (2 ; 3) est la solution du système.

***Remarque :***

Cette méthode de résolution ne doit pas être utilisée dans un exercice que si cela est explicitement demandé dans les consignes. En effet, elle nécessite des tracés très précis et n'est pas toujours applicable.