NOM :
CLASSE :

8 AVRIL 2009

LYCEÉ TURGOT
CLASSES DE SECONDE GT

DEVOIR COMMUN DE MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2 heures

L'usage de la calculatrice est interdit

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

Les réponses de l'exercice 1 seront données sur ce document.
Les figures des exercices 2 et 5 seront complétées sur ce document.
Les réponses des exercices 2 à 6 seront rédigées sur feuille.

Tournez la page S.V.P.

Exercice 1 (3 points)

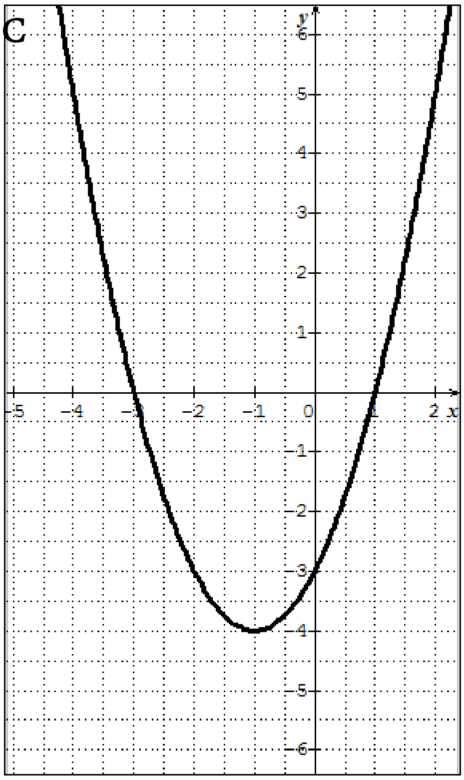
Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.
Vous devez entourer pour chacune des questions la bonne réponse.
Une réponse correcte rapporte 0,75 point, une réponse incorrecte enlève 0,25 point.
L'absence de réponse ne donne pas de point et n'en enlève pas.
Si au final votre total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

		A	***B***	***C***
Q1	$\dfrac{2}{\sqrt{3}-1}$ est égale à :	$\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{2}$	$\dfrac{2\left(\sqrt{3}+1\right)}{4}$	$\sqrt{3}+1$
Q2	Pour a non nul, le nombre $\dfrac{a^{-3}\times a^{5}}{a^{-2}}$ est égal à :	a^4	$a^{(-3)\times 5:(-2)}$	a^6
Q3	si $x=-\dfrac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ alors :	$x\in \mathbf{Z}$	$x\in \mathbf{N}$	x est irrationnel
Q4	Soit f la fonction définie pour tout réel $x\neq\dfrac{7}{5}$ par $\mathrm{f}(x)=\dfrac{1-2x}{5x-7}$. $\mathrm{f}(\dfrac{3}{2})$ est égal à :	$-\dfrac{5}{8}$	-4	-1

Exercice 2 (5,5 points)

La courbe ci-dessous est la représentation graphique (C) de la fonction **f** définie sur par

$\mathbf{f}\ (x) = (X+1)^2-4$.



1. Donnez par lecture graphique, en faisant apparaître sur la courbe ci-contre des pointillés, si nécessaire :
   1.a. L'image de -1,
   1.b. Les antécédents de 0
   1.c. Le minimum de la fonction **f**.
   1.d. Le tableau des variations de la fonction **f** .
   1.e. Le tableau de signe de **f** (x) selon les valeurs de x.
2. Développez et réduisez **f** (x).
3. Factorisez **f** (x).
4. Calculez **f** (-3), puis vérifiez graphiquement en faisant apparaître sur la courbe ci-contre des pointillés, si nécessaire.
5. Résolvez graphiquement l'équation **f** (x) = **-3** en faisant apparaître sur la courbe ci-contre des pointillés, si nécessaire, puis vérifiez ce résultat par le calcul.

6. **g** est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\mathbf{g}(x) = 5$.
   Construisez sur le graphique précédent, en justifiant, la représentation graphique de la fonction **g** .
7. Résolvez graphiquement l'équation $\mathbf{f}(x) = \mathbf{g}(x)$.
8. Résolvez graphiquement l'inéquation $\mathbf{f}(x) \leq \mathbf{g}(x)$.

<u>Exercice 3</u> (3,5 points)

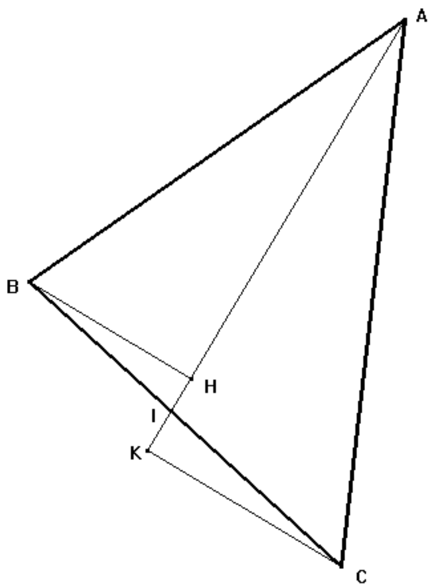
Résolvez dans **R**

1. $$\frac{11x-4}{2} - \frac{8x-5}{6} = 7$$

2. $$x^2 - 9 \leq 0$$

3. $$\frac{3x\left(x^2+1\right)}{-x-11} \leq 0$$

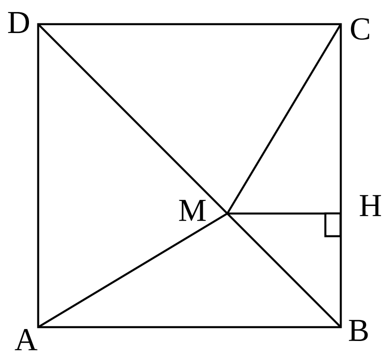
<u>Exercice 4</u> (2 points)



Dans le triangle *ABC*, la bissectrice de *BAC* coupe [*BC*] en *I*.
K et *H* sont les points de (*AI*) tels que (*BH*) et (*CK*) sont perpendiculaires à (*AI*).

1. Montrez que les triangles *ACK* et *ABH* sont semblables.
2. Montrez que les triangles *BIH* et *CIK* sont semblables.
3. Déduisez-en que $\dfrac{IB}{IC} = \dfrac{AB}{AC}$.

<u>Exercice 5</u> (4 points)



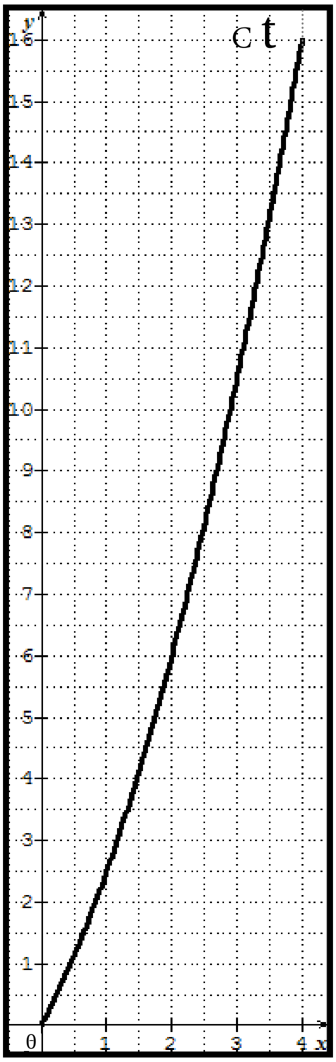
ABCD est un carré de 4 cm de côté.
M est un point de la diagonale [BD] qui se projette orthogonalement en H sur [BC].
On pose BH = x (en cm).
Le but de cet exercice est de trouver une valeur de x telle que les aires du trapèze ABHM et du triangle CDM soient égales.

1. Utilisez le schéma pour indiquer dans quel intervalle se situe le réel x .
2. Démontrez que HM = x .

Tournez la page S.V.P.

3. Vérifiez que l'aire, en cm², du trapèze ABHM peut s'exprimer sous la forme $t(x)=\frac{(4+x)x}{2}$.
4. Vérifiez que l'aire, en cm², du triangle CDM peut s'exprimer sous la forme $h(x)=8-2x$.
5. Sur la figure de la page suivante, on donne la représentation graphique C_t de la fonction t.

   Construisez, en justifiant, la représentation graphique C_h de la fonction h.



6. Que représente l'abscisse x_0 du point d'intersection de ces deux courbes ?

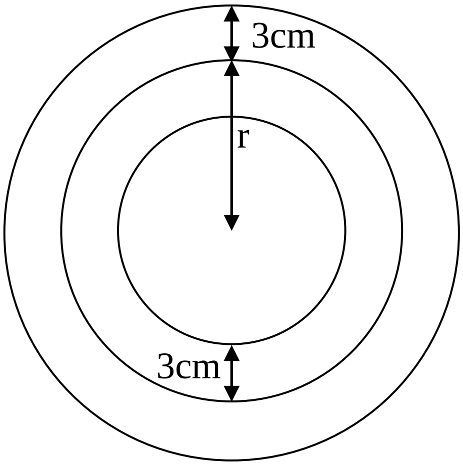
7.a. Montrez que $t(x) = h(x)$ équivaut à $x^2+8x-16=0$.

7.b. Vérifiez que cette équation est équivalente à $(x+4)^2-32=0$.

7.c. Résolvez en ayant préalablement factorisé : $(x+4)^2-32=0$.

7.d. Déduisez-en que la valeur exacte de x_0 est : $x_0=4\sqrt{2}-4$.

<u>Exercice 6</u> (2 points)



Un jongleur possède trois frisbees dont les rayons sont différents. La différence des rayons est de 3 cm. L'aire du plus grand est égale à la somme des aires des deux plus petits.
Le but de cet exercice est de trouver les valeurs des rayons des frisbees.

1. Mettez ce problème en équation.
2. Résolvez cette équation.
3. Déduisez-en les valeurs des rayons des trois frisbees.