TRIGONOMETRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

OBJECTIFS

Trigonométrie : du grec *metron* « mesure », et *gonas* « angle ». Le préfixe *tri* précise que la trigonométrie s'occupe des mesures des figures formées avec trois angles : les triangles.

Nous connaissons déjà deux relations entre les divers éléments d'un triangle rectangle :

Les faire trouver…

❶ *relation entre les angles :*

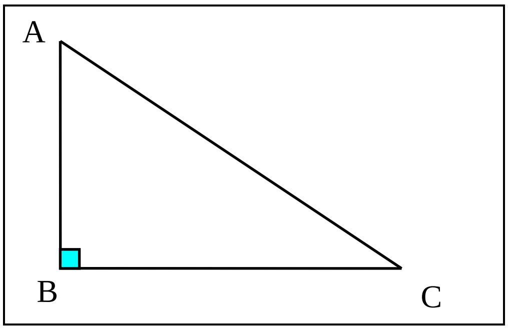
« La somme des deux angles aigus est 90 degrés »

ici : $\widehat{A} + \widehat{C} = 90°$

❷ *relation entre les côtés :*

Le théorème de Pythagore.

ici : $BA^2 + BC^2 = AC^2$



L'objet de la trigonométrie est d'établir des relations entre les angles et les côtés.
Munis de ces relations et de la calculatrice, nous pourrons calculer des longueurs et des angles inconnus... grâce aux longueurs ou angles connus !

I) Souvenir de 4ème : LE COSINUS D'UN ANGLE AIGU

Déjà étudié en 4ème, faire revenir cette notion par les élèves

ABC est un triangle rectangle en A.
On peut définir *le cosinus* de ses deux angles aigus :

Mettre le triangle rectangle en position quart de cercle trigo…

$$\text{Cos } \widehat{B} = \frac{AB}{BC}$$

$$\text{Cos } \widehat{C} = \frac{AC}{BC}$$

Cosinus = côté adjacent/hypoténuse
Le cosinus d'un angle aigu est ***un nombre*** *compris entre 0 et 1. (côté adj < hypoténuse)*

Si on connaît AB et BC, grâce à la calculette, ou à une table trigo… , on peut retrouver l'angle dont le cosinus est AB/BC
Si on connaît l'angle et un des deux côtés, en résolvant une équation on peut trouver le côté manquant.

Ici repérer la touche $\boxed{\text{cos}}$ *sur la calculatrice.*

Attention : $\boxed{30}$ $\boxed{\text{cos}}$ *ou sur les nouvelles calculatrice* $\boxed{\text{cos}}$ $\boxed{30}$.

Le cosinus d'un angle est un rapport entre deux longueurs (pas d'unité)

Attention, le cosinus de l'angle droit n'est pas défini dans un triangle rectangle (mais la calculatrice nous donne cos 90° = 0)
Si il y a des questions à ce sujet : calculatrice donne une valeur approchée du cosinus d'un angle donné.
Cos 0° = 1 ; Cos 60° = 0.5 ; Cos 90° = 0 … Cos 120° = -0.5 ; Cos 180° = -1 ; Cos 360° = 1… mais on n'est plus dans un triangle rectangle

Calculer des angles

RST est un triangle rectangle en S.
RS = 3 cm et ST = 4 cm.

- Dessiner RST.
- Calculer cos $\widehat{R}$
- Calculer $\widehat{R}$ et $\widehat{T}$ *(à l'unité près)*
- Vérifier sur le dessin.

① Avant de calculer le cosinus de $\widehat{R}$, il est nécessaire de calculer …………………………………… :

………

………

………

② Ensuite on exprime cos $\widehat{R}$ dans le triangle RST rectangle en S :

Cos $\widehat{R}$ =

③ On remplace par les valeurs données : Cos $\widehat{R}$ =

④ La calculatrice permet alors de trouver l'angle *connaissant le cosinus.*

→ vérifier que la calculatrice est en $\boxed{\text{mode}}$ $\boxed{\text{degré}}$ (et non pas en radian, ou en grade)

→ taper 0,6 $\boxed{\text{inv}}$ $\boxed{\text{cos}}$ ou $\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{cos}}$ ou $\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{cos}}$ (selon la calculatrice)

→ l'écran affiche une valeur approchée de l'angle $\widehat{R}$, qu'il convient d'arrondir suivant la précision demandée par l'énoncé.

→ On écrit : $\widehat{R} \approx$

⑤ Il y a à présent deux méthodes pour déterminer l'angle $\widehat{T}$:

- ……………………………………………………………………………………

  ……………………………………………………………………………………

ou

- ……………………………………………………………………………………

  ……………………………………………………………………………………

A RETENIR: Dans un triangle rectangle, grâce à l'outil COSINUS :
Si on connaît : le côté adjacent d'un angle aigu et l'hypoténuse
Alors on peut calculer : la mesure de cet angle aigu

MARDI :

Qu'avons-nous vu hier ?

On s'est souvenu qu'il existait un outil permettant de faire le lien entre les angles et les côtés d'un triangle rectangle. Le cosinus.

Corriger : Détermination de l'angle $\widehat{T}$ Deux méthodes.
Remplir : A RETENIR.

Une jolie définition d'Alembert en 1789 :
« La trigonométrie c'est l'art de trouver les parties inconnues d'un triangle par le moyen de celles qu'on connaît »

L'astronome grec Hipparque (2ème siècle av J.-C) a été le premier à établir une relation entre angles et longueurs.
L'histoire de la trigonométrie est en effet indissociable de celle de l'astronomie.
Dès les civilisations les plus anciennes, on scrute le ciel pour observer le mouvement du soleil et des étoiles.
Hipparque, grâce à un immense travail d'observation des astres a établi les premières tables permettant de passer des mesures des angles aux longueurs.
Il est plus « facile » de mesurer un angle qu'une longueur inaccessible… en astronomie.
De l'Antiquité à la Renaissance, la trigonométrie a permis des calculs essentiels en astronomie, architecture et topographie.
Ce sont les arabes qui l'importèrent en Occident au 15ème siècle. Avec eux, la trigonométrie est devenue une discipline purement mathématique, indépendante de l'astronomie, mais féconde pour la géométrie.

Pour mémoire : Thalès entre 620 et 550 av.J.-C

Partie exercices

Dessinons un triangle rectangle BRS, rectangle en R avec BR = 6 cm et RS = 8 cm.
Comment déterminer la mesure de $\widehat{B}$?

1- On calcule SB en utilisant le théorème de Pythagore. SB = 10 cm
2- $\text{Cos } \widehat{B} = \frac{BR}{BS}$
3- $\text{Cos } \widehat{B} = \frac{6}{10} = 0{,}6$
4- La calculatrice donne $\widehat{S} \approx 53°$.

Au passage, faire remarquer, que l'on retrouve le 53° de l'exercice du cours sur les calculs d'angles, alors que l'on a un triangle rectangle différent : point commun : $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = 0.6$ qui caractérise bien l'angle…formé par ces deux côtés dans un triangle rectangle.

Bien… Ne pourrait-on pas essayer de s'en sortir sans passer par le calcul de BS, sans passer par le théorème de Pythagore ? Ce serait économique…

Essayons avec d'autres rapports de longueurs.

$\frac{6}{8} = 0.75$

Près de la touche $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice, il y deux touches $\boxed{\text{sin}}$ et $\boxed{\text{tan}}$

Sin est l'abréviation de sinus. Tan de tangente.
Le sinus et la tangente d'un angle sont deux autres rapports trigonométriques. Essayons de les retrouver.

0,75 $\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{cosinus}}$ donne environ 41 °….

0,75 $\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{sinus}}$ donne environ 49 °

0,75 $\boxed{\text{shift}}$ $\boxed{\text{tangente}}$ donne environ 37 °… Tiens c'est environ la mesure de l'angle $\widehat{S}$!

Et si on essayait avec $\frac{8}{6}$?

$\frac{8}{6}$ est la tangente de l'angle $\widehat{B}$.

Définition de la tangente ? Tan = opp/ adj Et on obtient ainsi les mesures de $\widehat{B}$ et de $\widehat{S}$ sans passer par le calcul de l'hypoténuse.

Et le sinus ? Quel rapport ?

On essaie.

Sin 37° ≈ 0.6
Sin 53° ≈ 0.8 Tiens… Peut-être Opp/Hyp

En fait : *sin 37° = cos 53°*
Sin 53° = cos 37°

II) DEUX NOUVEAUX RAPPORTS TRIGONOMETRIQUES : LE SINUS ET LA TANGENTE D'UN ANGLE AIGU

ABC est un triangle rectangle en A.
On définit ainsi le sinus et la tangente de ses angles aigus :

$\text{Sin } \widehat{B} = \frac{AC}{BC}$ $\text{Sin } \widehat{C} = \frac{AB}{CB}$

$\text{Tan } \widehat{B} = \frac{AC}{AB}$ $\text{Tan } \widehat{C} = \frac{AB}{CA}$

Sinus = côté opposé/hypoténuse
Tangente = côté opposé/côté adjacent

Le sinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.
Attention la tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à zéro mais peut être plus grand que 1 ! Oralement, à faire écrire après avec le cosinus.

Si il y a le temps SOHCAHTOA
EXERCICES D'APPLICATION DRECTE : 17,18 p 191 16 p 190 12 et 20 ?

III) DES FORMULES DE TRIGONOMETRIE