LYCE IBN ARAFA CHEBIKA PROF : ROMMANI.FAHMI	DEVOIR DE SYNTHESE N°1 DE MATHEMATIQUES	CLASSE : 1A 2015/2016 DUREE : 45 minute

99826467

EXERCICE N°1 (3 points)

Choisir la bonne réponse :

1/ $si\ -3 \le x \le 2\ alors$:

$a)\ \frac{1}{6} \le \frac{1}{x+4} \le 1 \qquad b)\ -1 \le \frac{1}{x+4} \le 0 \qquad c)\ -3 \le \frac{1}{x+4} \le -2$.

2) $(\cos x + \sin x)^2 =$

$a)\ 1 \qquad b)\ 1 + \cos(x).\sin(x) \qquad c)\ 1 + 2\cos(x).\sin(x)$

3) ***Le nombre*** 123456789123 ***est*** :

a) pair   *b) premier*   *c) divisible par* 3

4) ***Le*** $pgcd(200\ ;\ 320) =$

$a)\ 45 \qquad b)\ 40 \qquad c)\ 55$

5) ***L'ensemble*** $E = \{x \in \mathbb{R}\ tel\ que : 0 < 2.x + 2 \le 4\}$ ***est l'intervalle*** :

$a)\ ]-1;1] \qquad b)\ ]-1;1[\qquad c)\ [-1;1]$

6) $\sqrt{105 - \sqrt{29 - \sqrt{13 + \sqrt{|1-10|}}}} =$

$a)\ 20 \qquad b)\ 10 \qquad c)\ 12$

EXERCICE N°2 (4 points)

Soit a un entier naturel non nul .

1/ ***Pour quelles valeurs de n le nombre*** $\frac{25}{2+\sqrt{n}} \in \mathbb{N}$.

2/ ***Donner l'écriture scientifique du nombre*** $x = 324,1.105$.

3/ a) ***Montrer que*** : $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$.

b) ***En déduire que*** : $\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots\dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = 9$.

EXERCICE N°3 (4 points)

Soit x un réel . Soit A $= (x^2 - 4).(2x+1) + (x-2)^2.(x+2)$.

1/ *Calculer la valeur de A pour* $x = 4.\cos(60°)$.

2/ *Développer et simplifier A* .

3/ *Montrer que* : $A = (x-2).(x+2).(3x-1)$.

4/ *Pour quelles valeurs de x on a* : $A = 0$.

<u>EXERCICE N°4 (4 points)</u>

Soit x un angle aigu.

1/ *Montrer que* : $\left(1-\cos(x)\right)\left(1+\cos(x)\right) = \sin^2(x)$.

2/ *Montrer que* : $\cos(x).\tan(x) = \sin(x)$.

3/ *Simplifier* $B = \left(\cos(x)-\sin(x)\right)^2 + 2\sin(x).\cos(x)$.

<u>EXERCICE N°5 (5 points)</u>

Soit ABC un triangle tel que : $AB = 2$, $BC = 4$ *et* $AC = 2.\sqrt{3}$.

1/ *Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.*

2/ *a*) *Calculer* $\tan\left(\widehat{ABC}\right)$.

b) *En déduire l'angle* $\widehat{ABC}$.

3/ *Soit H le projeté orthogonal de A sur* (*BC*).

Calculer AH , BH et CH .

4/ *Soit K le milieu de* [*BC*] .

Calculer cos ($\widehat{KAC}$) .

CORRECTION :

EXERCICE N° 1 :

1/ a) 2/ c) 3/ c) 4/ b) 5/ a) 6/ b)

EXERCICE N° 2 :

1/ $\frac{25}{2+\sqrt{n}} \in \mathbb{N}$ *signifie* $\left(2+\sqrt{n}\right) \in D_{25} = \{1; 5; 25\}$

signifie $\sqrt{n} \in \{3; 23\}$

signifie $n \in \{9; 529\}$.

2/ $l'\acute{e}criture\ scientifique\ de\ 324,1.105\ est\ 3,241105.10^2$.

3/ a) $\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{1.(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{(\sqrt{n+1}+\sqrt{n})(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{\cancel{n}+1-\cancel{n}} = \sqrt{n+1}-\sqrt{n}$

b)

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}} = \cancel{\sqrt{2}} - \sqrt{1} + \cancel{\sqrt{3}} - \cancel{\sqrt{2}} + \cdots + \sqrt{100} - \cancel{\sqrt{99}}$$

$$= \sqrt{100} - \sqrt{1} = 10 - 1 = 9$$

<u>EXERCICE N°3 (4 points)</u>

1/ si $x = 4.cos(60°) = 4.\frac{1}{2} = 2\ alors\ A = (2^2-4).(4+1)+(2-2)^2.(2+2) = 0.$

2/ $A = (x^2-4).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2).$

$= x^2.2x + x^2.1 - 4.2x - 4.1 + (x^2 - 2.2x + 1^2).(x+2)$

$= 2.x^3 + x^2 - 8x - 4 + x^3 + 2.x - 4.x^2 - 8x + x + 2$

= $3.x^3 - 3.x^2 - 13.x - 2.$

3/ $A = (x-2).(x+2).(3x-1)$

$= (x^2-2^2).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2)$

$= (x-2).(x+2).(2x+1)+(x-2)^2.(x+2)$

$= (x-2).(x+2).[2x+1+x-2]$

$= (x-2).(x+2).(3x+1)$.

4/ $A = 0\ sig\ (x-2).(x+2).(3x+1) = 0$

$sig(x-2) = 0\ ou\ (x+2) = 0\ ou(3x+1) = 0$

$sig\ x = 2\ ou\ x = -2\ ou\ x = \frac{-1}{3}$

<u>EXERCICE N°4 (4 points)</u>

On rappelle que : $cos^2(x) + sin^2(x) = 1.$

1/ $\big(1-cos(x)\big)\big(1+cos(x)\big) = 1 - cos^2(x) = sin^2(x)$

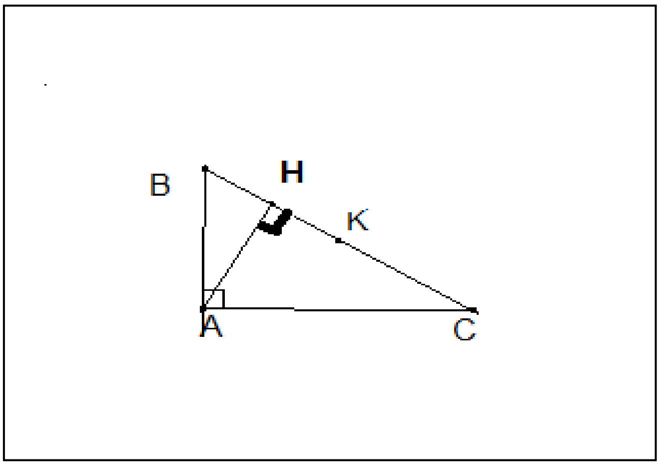
2/ $cos(x).tan(x) = \cancel{cos(x)}\frac{sin(x)}{\cancel{cos(x)}} = sin(x).$

3/ $B = \big(cos(x)-sin(x)\big)^2 + 2sin(x).cos(x)$

$= cos^2(x) + sin^2(x) - \cancel{2sin(x).cos(x)} + \cancel{2sin(x).cos(x)}$

$= \boldsymbol{cos^2(x)} + \boldsymbol{sin^2(x)} = 1$

EXERCICE N°5 (5 points)



$\boldsymbol{AB = 2, BC = 4}$ ***et***

$\boldsymbol{AC = 2.\sqrt{3}}$

1) ***on a :*** $\boldsymbol{BC^2} = 16 = 12 + 4 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 2^2 = (\mathrm{AC})^2 + (\mathrm{AB})^2$

D'aprés la réciproque de pythagore le triangle ABC est rectangle en A **.**

2) ***a***) $\boldsymbol{tan}\left(\widehat{\boldsymbol{ABC}}\right) = \frac{\mathrm{AC}}{\mathrm{AB}} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

b) $\boldsymbol{tan}\left(\widehat{\boldsymbol{ABC}}\right) = \sqrt{3}$ alors $\widehat{\boldsymbol{ABC}} = 60°$.

3) $\boldsymbol{AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{2.2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}}$, $\boldsymbol{BH = \frac{AB^2}{BC} = \frac{4}{4} = 1}$, $\boldsymbol{CH = BC - BH = 3}$.

4) $\boldsymbol{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{KAC}}\right) = \boldsymbol{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{KCA}}\right) = \boldsymbol{cos}\left(\widehat{\boldsymbol{BCA}}\right) = \boldsymbol{\frac{AC}{BC} = \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}}$.