

Mathématiques

Décembre 2015

Lycée Thélepte

Devoir de synthèse n° 1

1^{er} année secondaire

Prof : Mhamdi Abderrazek

Durée : 90 minutes

.....**Exercice 1 : (4 points)**.....

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte l'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie (Aucune justification n'est demandée)

1). Soient a et b deux réels inverses, alors $a^{2009} \times b^{2010} =$

a) a	b) b	c) 1
------	------	------

2). Si $x \in [-2, 1]$ alors $\frac{4}{3+x} \in$

a) [1, 4]	b) [-1, 3]	c) [-1, 4]
-----------	------------	------------

3). $\sqrt{(1 - \sqrt{5})^2} + \sqrt{5} + 1 =$

a) 0	b) 2	c) $2\sqrt{5}$
------	------	----------------

4). Si x est un angle aigu tel que $\cos x = \frac{1}{2}$ alors $\sin x =$

a) $\frac{\sqrt{3}}{2}$	b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$	c) $\frac{1}{2}$
-------------------------	-------------------------	------------------

.....**Exercice 2 : (6 points)**.....

Soit x un réel tel que $x \in [1 ; 3]$ et $a = \frac{x^2+3x+2}{x^2+1}$.

1). a). Donner un encadrement de $(3x+1)$ et de (x^2+1) .

b). En déduire que $\frac{3x+1}{x^2+1} \in [\frac{2}{5} ; 5]$

2). a). Vérifier que $a = 1 + \frac{3x+1}{x^2+1}$.

b). En déduire que $a \in [\frac{7}{5} ; 6]$.

3). Montrer que $|a - 6| - \sqrt{16a^2} + |5a - 7| + 1 = 0$.

.....Exercice 3 : (5 points).....

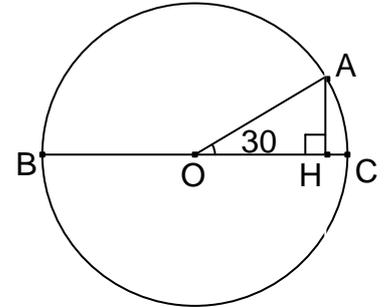
Soit (ζ) un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que $BC = 4$ cm ,

Soit A un point de (ζ) tel que $\widehat{AOC} = 30^\circ$ et H le projeté orthogonal de A sur [BC]

1).a). Montrer que $AH = 1$

b). Calculer OH

c). Vérifier que $BH = 2 + \sqrt{3}$



2).a). Montrer que $\widehat{ABC} = 15^\circ$

b). Montrer que $\tan(15^\circ) = 2 - \sqrt{3}$

.....Exercice 4 : (5 points).....

Dans la figure ci-dessous ABC est un triangle tel que $AC = 5$ et $AE = 3$

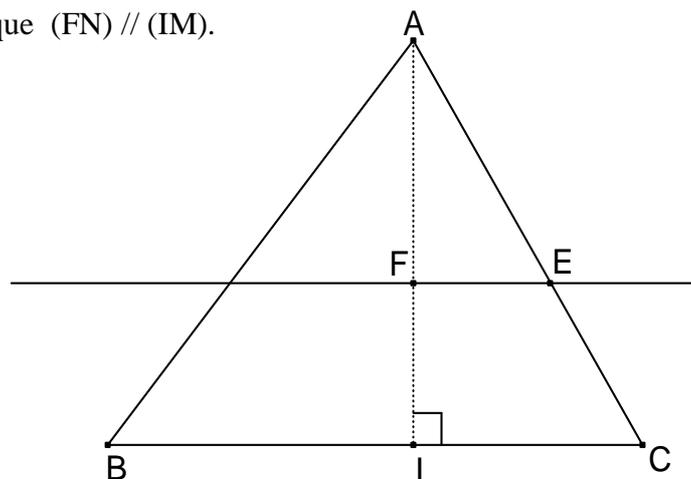
$(AI) \perp (BC)$ et $(EF) \parallel (BC)$

1). Montrer que $\frac{AF}{AI} = \frac{3}{5}$

2). (CF) coupe (AB) en M et la parallèle à (CF) passant par E coupe (AB) en N .

a). Montrer que $\frac{AN}{AM} = \frac{3}{5}$

b). En déduire que $(FN) \parallel (IM)$.



Bon travail

Exercice 1:

1	2	3	4
b	a	c	a

Exercice 2:

Soit x un réel tel que $x \in [1 ; 3]$ et $a = \frac{x^2 + 3x + 2}{x^2 + 1}$.

1).a). On a $x \in [1 ; 3]$ alors $1 \leq x \leq 3$ alors $3 \leq 3x \leq 9$ alors $4 \leq 3x + 1 \leq 10$.

On a $x \in [1 ; 3]$ alors $1 \leq x \leq 3$ alors $1^2 \leq x^2 \leq 3^2$ alors $2 \leq x^2 + 1 \leq 10$.

b). On a $4 \leq 3x + 1 \leq 10$ et $2 \leq x^2 + 1 \leq 10$ alors $\frac{4}{10} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq \frac{10}{2}$

alors $\frac{2}{5} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 5$ donc $\frac{3x+1}{x^2+1} \in [\frac{2}{5} ; 5]$.

2).a). On a $1 + \frac{3x+1}{x^2+1} = \frac{x^2+1+3x+1}{x^2+1} = \frac{x^2+3x+2}{x^2+1} = a$.

b). On a $\frac{2}{5} \leq \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 5$ alors $1 + \frac{2}{5} \leq 1 + \frac{3x+1}{x^2+1} \leq 1 + 5$ alors $\frac{7}{5} \leq a \leq 6$ d'où $a \in [\frac{7}{5} ; 6]$.

3). on a $a \leq 6$ alors $a-6 \leq 0$ donc $|a-6| = (6-a)$ et on a $a \geq \frac{7}{5}$ alors $5a \geq 7$ donc $5a-7 \geq 0$

alors $|5a-7| = (5a-7)$ et on a $\sqrt{16a^2} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{a^2} = 4|a| = 4a$ (car $|a| = a$ puisque $a \geq 0$).

On obtient $|a-6| - \sqrt{16a^2} + |5a-7| + 1 = (6-a) - 4a + (5a-7) + 1 = -5a + 5a + 7 - 7 = 0$.

Exercice 3:

1).a). Dans le triangle HOA rectangle en H on a $\sin(\widehat{AOH}) = \frac{AH}{OA}$

sig AH = $\sin(\widehat{AOH}) \cdot OA = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1$

b). Dans le triangle HOA rectangle en H on a $\cos(\widehat{AOH}) = \frac{OH}{OA}$

sig OH = $\cos(\widehat{AOH}) \cdot OA = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 2 = \sqrt{3}$.

c). On $O \in [BH]$ alors $BH = BO + OH = 2 + \sqrt{3}$.

2).a). On a \widehat{ABC} est un angle inscrit dans le cercle (ζ) et \widehat{AOC} est l'angle au centre associé à

$$\widehat{ABC} \text{ donc } \widehat{ABC} = \frac{1}{2} \widehat{AOC} = \frac{1}{2} \times 30^\circ = 15^\circ.$$

$$\text{b). } \tan(15^\circ) = \tan(\widehat{AOC}) = \tan(\widehat{AOH}) = \frac{AH}{BH} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = \frac{(2-\sqrt{3})}{2^2-\sqrt{3}^2} = \frac{(2-\sqrt{3})}{1} = 2 - \sqrt{3}.$$

Exercice 4:

1). Dans le triangle AIC on a $E \in (AC)$ et $F \in (AI)$ et $(EF) \parallel (BC)$ alors d'après théorème de

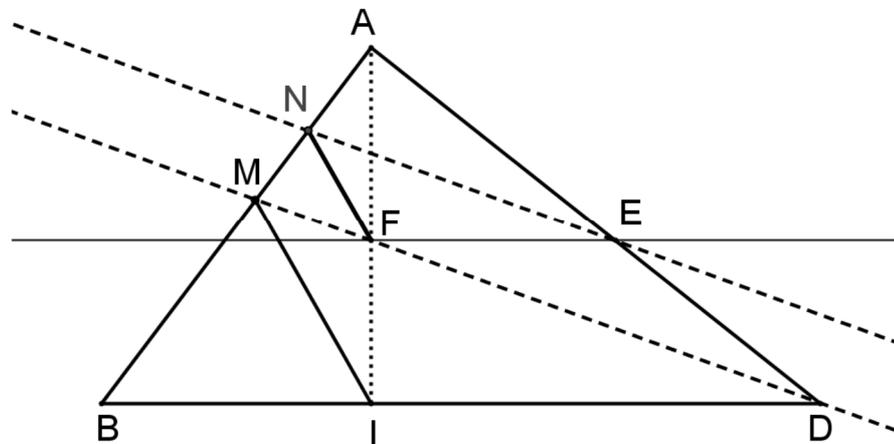
$$\text{Thalès on a } \frac{AF}{AI} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}$$

2).a). Dans le triangle AMC on a $N \in (AM)$ et $E \in (AC)$ et $(EN) \parallel (MC)$ alors d'après

$$\text{théorème de Thalès on a } \frac{AN}{AM} = \frac{AE}{AC} = \frac{3}{5}.$$

b). Dans le triangle AMI on a $N \in [AM]$ et $F \in [AC]$ et $\frac{AN}{AM} = \frac{AF}{AI} = \frac{3}{5}$ alors $(FN) \parallel (IM)$

(D'après la réciproque du théorème de Thalès).



Bon travail