Exercice I : (9 pts) *(Cet exercice est composé de 4 questions indépendantes.)*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $[0,5+1,5pts]$

   a. $|x+2|=5$; 1 b. $1<|2-x|<2$. 1

2. On considère un réel $a>0$ et le réel $H=a^2\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{8}+a^2\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{8}$.

   a. Démontrer que $a^2\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{8}+a^2\dfrac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{8}=(\sqrt{2}a)^2$. $[1pt]$

   b. En déduire le nombre réel négatif dont le carré est égal à H. $[0,5pt]$

3. Soit x et y deux réels positifs. On pose $A=\sqrt{x}+\sqrt{y}$ et $B=\sqrt{x+y}$.

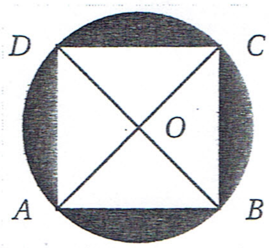
   a. Comparer les réels A^2 et B^2. En déduire la comparaison des réels A et B. $[1+0,5pts]$

   b. Quelle relation doit-il exister entre x et y pour que l'on ait l'égalité $A^2=2B^2$? $[1pt]$

4. Le carré $ABCD$ ci-dessous, de centre O est inscrit dans un cercle de diamètre d. On suppose que son côté $x=AB$ est compris entre 4 et 5 cm $(4<x<5)$ et que $3,145$ est une valeur approchée de π à $0,005$ près.

   a. Démontrer que $16<x^2<25$; $32<d^2<50$ et $25,12<\dfrac{\pi d^2}{4}<39,38$. $[2pts]$

   b. En déduire un encadrement de l'aire de la surface noire. (On rappelle que l'aire d'un cercle de diamètre d est $\dfrac{\pi d^2}{4}$.) $[1pt]$



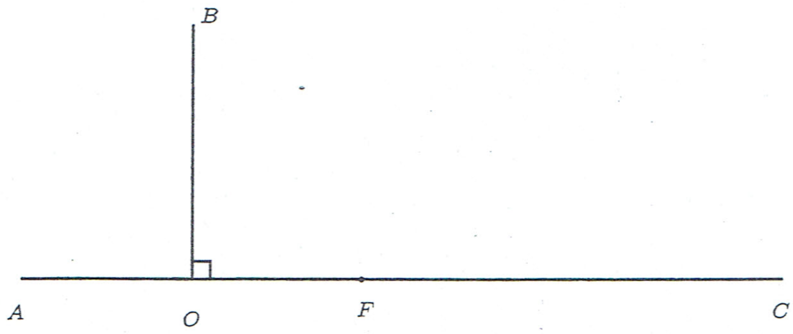
Exercice 01 :

On note a et b deux nombres entiers.

1. Démontrer que $(3a+b)^2-(3a-b)^2=12ab$ 1,5
2. En déduire rapidement le résultat de $A=(3\sqrt{5}+\sqrt{3})^2-(3\sqrt{5}-\sqrt{3})^2$ 1
3. Explique pourquoi tous les nombres multiples de 12 peuvent se mettre sous la forme d'une différence de deux carrés d'entiers.
4. Exprimer 420 comme différence de deux carrés d'entiers.

Exercice 4 ([redacted] points)

1. Reproduire en vraie grandeur la figure ci-dessous en tenant compte des renseignements suivants :
   - L'unité est le cm.
   - Les points A,O,F et C sont alignés dans cet ordre.
   - AC=15 ; AO=OF=3 ; OB=6.
   - (BO) et (AC) sont perpendiculaires.



   Compléter la figure au fur et à mesure des questions.
2. Prouver que $AB = 3\sqrt{5}$ et que $BC = 6\sqrt{5}$.
3. Démontrer que B appartient au cercle de diamètre $[AC]$.
4. (a) Construire le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre $[FC]$ qui coupe (BC) en H.
   (b) Justifier que (AB) et (FH) sont parallèles.
   (c) Calculer CF puis CH.