

Algèbre

Exe 1

On appelle f la fonction définie par $f(x) = (x - 3) - 2(x - 3)(x + 7)$.

1. Factoriser $f(x)$.
2. Développer $f(x)$
3. Résoudre l'inéquation $(x - 3)(-2x - 13) > 0$

Exe 2

Pour chaque question, une seule réponse est exacte. Donnez la réponse exacte. Une réponse correcte rapporte 2 points, une réponse fautive coûte 1 point. Une réponse ambiguë, ou une abstention, ne rapportent ni ne coûtent.

1. La quantité $|\sqrt{2} - 5| + |6 - 2\sqrt{2}|$ est égale à :
 $1 - \sqrt{2}$ $11 + 3\sqrt{2}$ $11 - 3\sqrt{2}$ $1 + \sqrt{2}$ $2 + \sqrt{2}$
2. L'équation $|x - 1| = 4$ a pour solution :
 5 et -5 5 et -3 5 5 et 3 Aucune de ces réponses
3. L'intervalle $[-2; 6]$ est représenté par l'inéquation :
 $|x + 1| \leq 3$ $|x - 1| \leq 3$ $-2 \leq |x| \leq 6$ Aucune de ces réponses
4. Soit x un nombre réel. Alors $|-x|$ est égal à :
 x $-x$ $|x|$ Aucune de ces réponses

Exe 3

On appelle f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ par $f(x) = \frac{3x+5}{x+2}$.

1. Démontrer que, pour tout $x \neq -2$, $f(x) = 3 - \frac{1}{x+2}$.
2. Prouver que pour tout nombre réel $x > -2$, $f < 3$.
3. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exe 4

1. a et b sont des nombres réels.

a. Démontrer que $(a + b)^3 + (a - b)^3 = 2a(a^2 + 3b^2)$

b. En déduire une expression simplifiée de $f(x) = (x + \sqrt{1+x^2})^3 + (-x + \sqrt{1+x^2})^3 - 8x^3 - 6x$

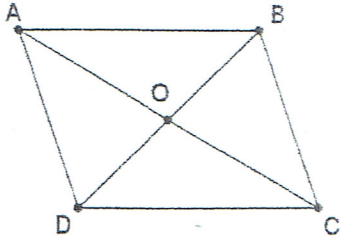
c. En déduire la valeur exacte de $f(3^{2014})$



Géométrie

Exercice I

$ABCD$ est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en O .



(1) Compléter par un vecteur égal :

a) $\overline{AB} = \dots$

b) $\overline{BC} = \dots$

c) $\overline{DO} = \dots$

d) $\overline{OA} = \dots$

e) $\overline{CD} = \dots$

(2) Dire si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier :

a) $\overline{OB} = \overline{OC}$

e) $AB = DC$

b) $[AB] = [DC]$

f) $O = \text{mil } \overline{AC}$

c) $\overline{OA} = \overline{OC}$

g) $\text{mil } \overline{BD} = \text{mil } \overline{AC}$

d) $\overline{OA} = \overline{OC}$

h) $\overline{AA} = \overline{BB}$

Exercice II

Soit ABC un triangle quelconque.

(1) Construire :

- le point N tel que $\overline{AN} = \overline{BC}$;
- le point P tel que $\overline{PA} = \overline{BC}$;
- le point M tel que $\overline{BM} = \overline{AC}$.

(2) Montrer que $A = \text{mil}[NP]$, $B = \text{mil}[PM]$ et $C = \text{mil}[MN]$.

(3) Quel est le rapport des aires des triangles ABC et MNP ? Justifier !

Exercice III la hauteur inaccessible

AOH est un triangle rectangle en O , B est un point de $[AO]$. On appelle a l'angle \widehat{HOA} et b l'angle \widehat{HOB} . Le but de l'exercice est d'exprimer OH en fonction de AB et des angles a et b .

1) Montrer que $OH = OB \tan a = OA \tan b$.

2) En écrivant que $OA - OB = AB$ montrer que $OA = \frac{\tan b}{\tan b - \tan a} AB$.

3) En déduire que $OH = \frac{\tan a \times \tan b}{\tan b - \tan a} AB$.

4) Une falaise se trouve de l'autre côté d'une rivière. On cherche à mesurer sa hauteur sans franchir l'eau. Du bord, on la voit suivant un angle de 50° , et 20 mètres plus loin suivant un angle de 40° . Quelle est la hauteur de la falaise ?

