DEVOIR DE SYNTHESE DE MATHEMATIQUES N°1
CLASSE : 1ERE ANNEE SECONDAIRE
SECTION : 1ERE S1+2+3+4
DUREE : 1HEURE 30 MINUTES

LYCEE OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2011-2012
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

Calculatrice autorisée

EXERCICE 1: 3 points

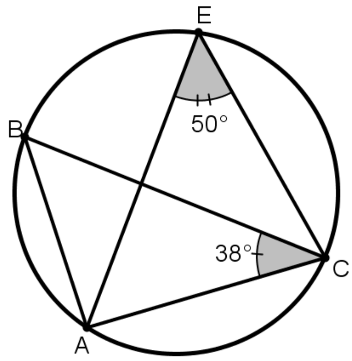
Répondre par vrai ou faux sans justifier ta réponse a chacune des propositions suivantes

1- soient a , b et c trois entiers naturels. si $PGCD(a,b)=PGCD(a,c)$, alors $b=c$

2- $0{,}004\times25\times10^{-23}=10^{-24}$

3- $\sqrt{0{,}0001\times10^{-5}\times0{,}4}=2\times10^{-5}$

4-dans la figure si contre , ABC est un triangle rectangle en A



EXERCICE 2: 2,5 points

1- Calculer le PGCD des nombres 360 et 504 par la méthode de l'algorithme d'Euclide.

2- En déduire l'écriture de la fraction $\frac{360}{504}$ sous forme irréductible.

3-Écrire la fraction $\frac{360}{504}$ avec un dénominateur égal à 1001.

EXERCICE 3: 2,5 points

On considère les trois nombres réels A, B et C suivantes :

$$A=\frac{5}{3}-\frac{\frac{7}{3}}{1+\frac{2}{5}} \quad ; \quad B=\sqrt{45}-7\sqrt{5}+2\sqrt{20} \quad ; \quad C=\frac{7\times10^{-5}\times0{,}21\times10^{12}}{42\times10^{23}}$$

1-montrer que $A=0$ et $B=0$

2-Donner l'écriture scientifique de C

EXERCICE 4: 5 points

soit les deux réels X et Y tels que : $X=3\sqrt{7}+\sqrt{28}-\sqrt{63}$; $Y=\frac{(\sqrt{3})^{-4}\times\sqrt{18}}{3^{-3}\sqrt{6}}$

1- montrer que $X=2\sqrt{7}$ et $Y=3\sqrt{3}$. en déduire que $X\succ Y$

2- calculer $X^{-2}\times Y^{2}$

3- a- montrer que $(X+Y)$ et l'inverse de $(X-Y)$

b- en déduire $\sqrt{\frac{2\sqrt{7}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}+3\sqrt{3}}}=2\sqrt{7}-3\sqrt{3}$

4- a-soit a et b deux réels tels que $a\leqslant b$. développer l'expression $(a-b)(2\sqrt{7}-3\sqrt{3})$

b- en déduire que $2\sqrt{7}a+3\sqrt{3}b\leqslant2\sqrt{7}b+3\sqrt{3}a$

<u>EXERCICE 5</u>: 7 POINTS

<u>N.B: Pour les calculs de trigonométrie, utilisez les valeurs exactes du tableau.</u>

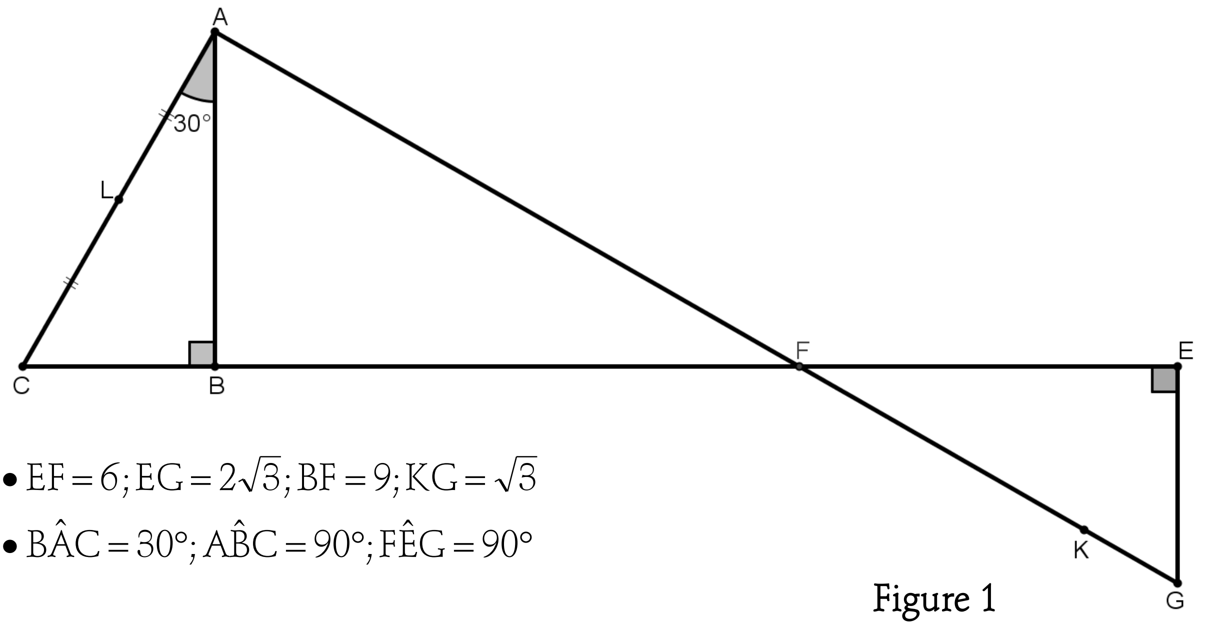
<u>L'unité des mesures des longueurs est le centimètre et celle des angles est le degré</u>

Dans la figure 1 si dessous on a :

- EFG est un triangle rectangle en E tel que : $EF = 6$; $EG = 2\sqrt{3}$.
- ABC est un triangle rectangle en B. L milieu de $[AC]$ et $B\hat{A}C = 30°$
- les points E , F , B et C sont alignés et $BF = 9$
- les points A , F , K et G sont alignés et $GK = \sqrt{3}$

x	30°	45°	60°
sinx	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosx	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tanx	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

1) Montrer que $FG = 4\sqrt{3}$
2) a-montrer que $E\hat{G}F = 60°$
   b- vérifier que les droites (AB)et(EG) sont parallèles
   c- en déduire que le triangle ACF est rectangle en A
3) a-montrer que $\frac{FB}{FE} = \frac{FA}{FG}$
   b- en déduire que $FA = 6\sqrt{3}$ et $AB = 3\sqrt{3}$
4) a-montrer que $BC = 3$
   b-en deduire que $AC = 6$
5) montrer que les droites (AC)et(EK) sont parallèles
6) en déduire que le quadrilatère ALKE est un parallélogramme

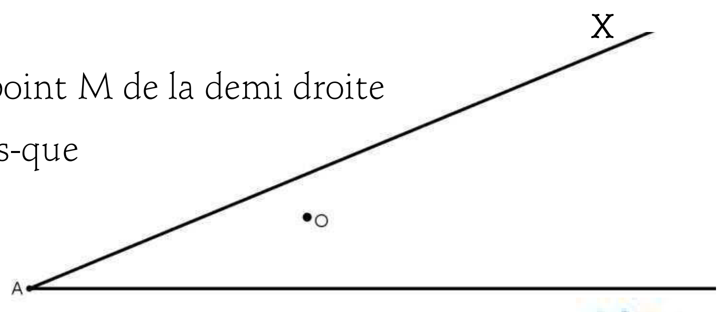


- $EF = 6; EG = 2\sqrt{3}; BF = 9; KG = \sqrt{3}$
- $B\hat{A}C = 30°; A\hat{B}C = 90°; F\hat{E}G = 90°$

Figure 1

****<u>QUESTION BONUS</u> : 2 POINTS**

recopier la figure si contre puis construire un point M de la demi droite $[AX)$ et un point N de la demi droite $[AY)$ tels-que O , M et N sont alignés et $OM = 2ON$
expliquer la méthode de construction



CORRECTION DU DEVOIR DE SYNTHESE N°1 DE MATHEMATIQUES
CLASSE : 1$^{\text{IEME}}$ ANNEE SECONDAIRES1+2+3+4

LYCEE OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2011-2012
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

EXERCICE 1 :

1- soient a , b et c trois entiers naturels. si $\mathrm{PGCD}(a,b)=\mathrm{PGCD}(a,c)$, alors $b=c$: **FAUX**

JUSTIFICATION:

$\mathrm{PGCD}(4,8)=\mathrm{PGCD}(4,12)=4$ mais $8\neq 12$

2- $0{,}004\times 25\times 10^{-23}=10^{-24}$: **VRAI**

JUSTIFICATION:

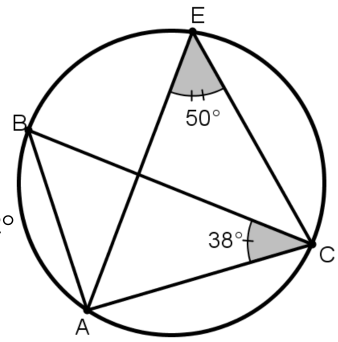
$0{,}004\times 25\times 10^{-23}=4\times 10^{-3}\times 25\times 10^{-23}=100\times 10^{-26}=10^{2}\times 10^{-26}=10^{-24}$

3- $\sqrt{0{,}0001\times 10^{-5}\times 0{,}4}=2\times 10^{-5}$: **VRAI**

JUSTIFICATION:

$\sqrt{0{,}0001\times 10^{-5}\times 0{,}4}=\sqrt{10^{-4}\times 10^{-5}\times 4\times 10^{-1}}=\sqrt{4\times 10^{-10}}=\sqrt{4}\times\sqrt{10^{-10}}=2\times 10^{-5}$

4-dans la figure si contre , ABC est un triangle rectangle en A: **FAUX**



JUSTIFICATION:

Les deux angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AEC}$ sont inscrits dans le même cercle donc sont égaux $\widehat{ABC}=\widehat{AEC}=50°$ et par suite $\widehat{BAC}=180-(38+50)=180-88=92°$

Donc le triangle ABC n'est pas rectangle en A

EXERCICE 2:

1- $504=1\times 360+144$
$360=2\times 144+\boxed{72}$ donc $\boxed{\mathrm{PGCD}(360\ ,504)=72}$
$144=2\times 72+0$

2- On divise le numérateur et le dénominateur par leurs PGCD on obtient $\boxed{\dfrac{360:72}{504:72}=\dfrac{5}{7}}$

3- $\dfrac{360}{504}=\dfrac{5}{7}=\dfrac{5\times 143}{7\times 143}=\dfrac{715}{1001}$ donc $\boxed{\dfrac{360}{504}=\dfrac{715}{1001}}$

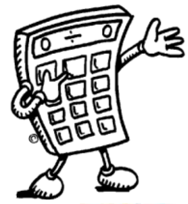
EXERCICE 3:

1- $A=\dfrac{5}{3}-\dfrac{\frac{7}{3}}{1+\frac{2}{5}}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{5}{5}+\frac{2}{5}}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{\frac{7}{3}}{\frac{7}{5}}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{7}{3}\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{5}{3}-\dfrac{5}{3}=0$ donc $\boxed{A=0}$

$B=\sqrt{45}-7\sqrt{5}+2\sqrt{20}=\underbrace{\sqrt{9}\times\sqrt{5}}_{3\sqrt{5}}-7\sqrt{5}+\underbrace{2\sqrt{4}\times\sqrt{5}}_{4\sqrt{5}}=\underbrace{3\sqrt{5}-7\sqrt{5}}_{-4\sqrt{5}}+4\sqrt{5}=-4\sqrt{5}+4\sqrt{5}=0$ donc $\boxed{B=0}$

2- $C=\dfrac{7\times 10^{-5}\times 0{,}21\times 10^{12}}{42\times 10^{23}}=\dfrac{7\times 10^{-5}\times 21\times 10^{-2}\times 10^{12}}{42\times 10^{23}}=\dfrac{7\times 21}{\underbrace{42}_{3,5}}\times\underbrace{10^{-5}\times 10^{-2}\times 10^{12}\times 10^{-23}}_{10^{(-5-2+12-23)}}=3{,}510^{-18}$

Donc l'écriture scientifique de C est : $\boxed{C=3{,}510^{-18}}$



EXERCICE 4:

1-

$$X = 3\sqrt{7} + \sqrt{28} - \sqrt{63} = 3\sqrt{7} + \sqrt{4}\times\sqrt{7} - \sqrt{9}\times\sqrt{7} = \underbrace{3\sqrt{7} + 2\sqrt{7}}_{5\sqrt{7}} - 3\sqrt{7} = 5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = 2\sqrt{7} \text{ ;donc } \boxed{X = 3\sqrt{7}}$$

$$Y = \frac{(\sqrt{3})^{-4}\times\sqrt{18}}{3^{-3}\times\sqrt{6}} = \frac{\left((\sqrt{3})^{2}\right)^{-2}\times\sqrt{6}\times\sqrt{3}}{3^{-3}\times\sqrt{6}} = \frac{3^{-2}\times\sqrt{3}}{3^{-3}} = \underbrace{3^{-2}\times 3^{3}}_{3^{1}}\times\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ ; donc } \boxed{Y = 3\sqrt{3}}$$

$X^2 = \left(2\sqrt{7}\right)^2 = 28$; $Y^2 = \left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27$. $X^2 \succ Y^2$, et puisque X et Y sont positifs alors $\boxed{X \succ Y}$

2- $X^{-2}\times Y^2 = \dfrac{Y^2}{X^2} = \dfrac{27}{28}$ donc $\boxed{X^{-2}\times Y^2 = \dfrac{27}{28}}$

3- a- $(X+Y)\times(X-Y) = X^2 - Y^2 = 28 - 27 = 1$; donc $(X+Y)$ est l'inverse de $(X-Y)$: $\boxed{X+Y = \dfrac{1}{X-Y}}$

b- $\sqrt{\dfrac{2\sqrt{7}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}+3\sqrt{3}}} = \sqrt{\dfrac{X-Y}{X+Y}} = \sqrt{(X-Y)\times\dfrac{1}{(X+Y)}} = \sqrt{(X-Y)\times(X-Y)} = \sqrt{(X-Y)^2} = |(X-Y)|$

et puisque $X \succ Y$, alors $X - Y \succ 0$ et par suite $|(X-Y)| = X - Y$, enfin $\boxed{\sqrt{\dfrac{2\sqrt{7}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}+3\sqrt{3}}} = 2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}$

4- a- a et b deux réels tels-que $a \leqslant b$

$$\boxed{(a-b)(2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}) = 2\sqrt{7}a - 3\sqrt{3}a - 2\sqrt{7}b + 3\sqrt{3}b}$$

b- on compare par la différence

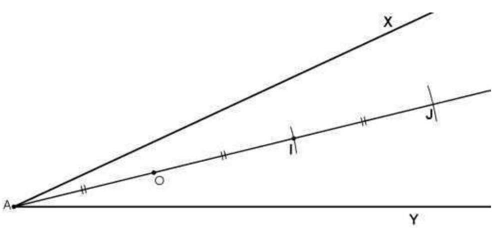
$$\left(2\sqrt{7}a + 3\sqrt{3}b\right) - \left(3\sqrt{3}a + 2\sqrt{7}b\right) = 2\sqrt{7}a + 3\sqrt{3}b - 3\sqrt{3}a - 2\sqrt{7}b = (a-b)(2\sqrt{7} - 3\sqrt{3})$$

$a \leqslant b$ donc $a - b \leqslant 0$, $2\sqrt{7} \geqslant 3\sqrt{3}$ donc $2\sqrt{7} - 3\sqrt{3} \geqslant 0$ et par suite $(a-b)(2\sqrt{7} - 3\sqrt{3}) \leqslant 0$

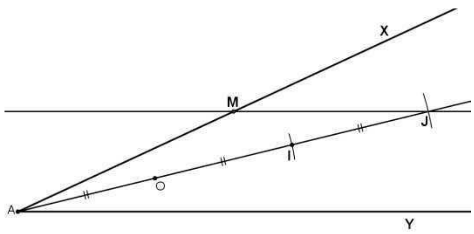
donc $\left(2\sqrt{7}a + \sqrt{3}b\right) - \left(3\sqrt{3}a + 2\sqrt{7}b\right) \leqslant 0$ ce qui donne $\boxed{2\sqrt{7}a + \sqrt{3}b \leqslant 3\sqrt{3}a + 2\sqrt{7}b}$

QUESTION BONUS: ETAPES DE CONSTRUCTIONS DES POINTS M ET N

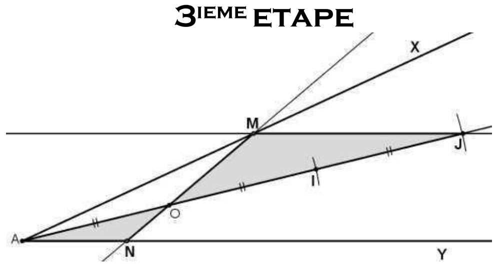
1ERE ETAPE



2IEME ETAPE



3IEME ETAPE



1ERE ÉTAPE : On trace la demi- droite $[AO)$ et on place sur celle-ci deux points I et J telles que $OA = OI = IJ$

2IEME ÉTAPE : On trace la droite Δ passant par J et parallèle a (AY) . Δ coupe demi- droite $[AX)$ en un point M

3IEME ÉTAPE : On trace la droite (OM) . celle-ci coupe $[AY)$ en un point N qui vérifie OM=2ON .en faite on appliquant **le théorème de Thalès** sur le triangle OMJ on aura $\dfrac{OM}{ON} = \dfrac{OJ}{OI} = 2$ donc $OM = 2ON$

EXERCICE 5:

1) Le triangle EFG est rectangle en E , d'après **le théorème de Pythagore** on a

$FG^2 = EF^2 + EG^2$ signifie $FG^2 = 6^2 + (2\sqrt{3})^2$ signifie $FG^2 = 36 + 12 = 48$ signifie $FG^2 = 48$ donc $\boxed{FG = 4\sqrt{3}}$

2) **a-** Le triangle EFG est rectangle en E ,donc $\cos E\hat{G}F = \dfrac{\text{adjacent}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{GE}{GF} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{1}{2}$

et d'après le tableau (ou le calculatrice) on déduit que $\boxed{E\hat{G}F = 60°}$

b- les deux droites (AB)et(EG) sont perpendiculaires a la même droite (CE) donc elles sont parallèles : $(EG) \perp (CE)$ et $(AB) \perp (CE)$ donc $(AB) // (EG)$

c- les deux angles $E\hat{G}F$ et $B\hat{A}F$ sont alternes internes formés par deux droites parallèles (AB) et(EG) coupés par la sécante (AG) donc sont égaux $E\hat{G}F = B\hat{A}F$, et puisque $E\hat{G}F = 60°$ alors $B\hat{A}F = 60°$ et par suite $C\hat{A}F = C\hat{A}B + B\hat{A}F = 30° + 60° = 90°$ donc le triangle ACF et rectangle en A.

3) **a-** les deux droites (AB)et(EG) sont parallèles . $F \in (BE)$ et $F \in (AG)$

on appliquant **le théorème de Thalès** dans le triangle ABF , on aura❶ $\boxed{\dfrac{FB}{FE} = \dfrac{FA}{FG} = \dfrac{AB}{EG}}$

b- de ❶on a $\dfrac{9}{6} = \dfrac{FA}{4\sqrt{3}} = \dfrac{AB}{2\sqrt{3}}$ signifie $FA = \dfrac{4\sqrt{3} \times 9}{6} = \dfrac{36\sqrt{3}}{6} = 6\sqrt{3}$ donc $\boxed{FA = 6\sqrt{3}}$

de ❶on déduit que $AB = \dfrac{2\sqrt{3} \times 9}{6} = \dfrac{18\sqrt{3}}{6} = 3\sqrt{3}$ donc $\boxed{AB = 3\sqrt{3}}$

4) **a-** Le triangle ABC est rectangle en B ,donc $\tan B\hat{A}C = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{BC}{3\sqrt{3}}$,d'autre part :

$\tan B\hat{A}C = \tan 30° = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$, donc $\dfrac{BC}{3\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ signifie $BC = \dfrac{3\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{3} = 3$ donc $\boxed{BC = 3}$

b-methode 1 : Le triangle ABC est rectangle en B , d'après **le théorème de Pythagore** on a :
$AC^2 = BA^2 + BC^2$ signifie $AC^2 = (3\sqrt{3})^2 + 3^2$ signifie $AC^2 = 27 + 9 = 36$ signifie $AC^2 = 36$
donc $AC = \sqrt{36} = 6$ $\boxed{AC = 6}$

methode 2 : Le triangle ABC est rectangle en B ,donc $\sin B\hat{A}C = \dfrac{\text{opposé}}{\text{hypothenuse}} = \dfrac{BC}{AC}$

d'autre part : $\sin B\hat{A}C = \sin 30° = \dfrac{1}{2}$ donc $\dfrac{3}{AC} = \dfrac{1}{2}$ signifie $AC = 3 \times 2 = 6$ donc $\boxed{AC = 6}$

5) $\dfrac{FE}{FC} = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$, $\dfrac{FK}{FA} = \dfrac{3\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$. On déduit que $\dfrac{FE}{FC} = \dfrac{FK}{FA}$
les points A , F et K d'une part et les points C , F et E d'autre part sont alignés dans le même ordre donc d'après la **réciproque de théorème de Thalès** on déduit que les droites (AC) et (EK) sont parallèles

6) (AC) et (EK) sont parallèles .d'après le théorème de Thalès $\dfrac{FE}{FC} = \dfrac{FK}{FA} = \dfrac{EK}{AC}$ donc $\dfrac{FE}{FC} = \dfrac{EK}{AC}$ donc $\dfrac{6}{12} = \dfrac{EK}{6}$

Et par suite $EK = \dfrac{6 \times 6}{12} = 3$. D'autre part $L \in (AC)$ alors (AL) // (EK) . L milieu de $[AC]$ donc $AL = 3$

Et par suite $AL = EK$ et (AL) // (EK) ;
ainsi ALKE possède deux cotés opposés parallèles et égaux donc ALKE est un parallélogramme

x	30°	45°	60°
sinx	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cosx	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
tanx	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$