

Devoir de synthèse n°3 : 1^{ère} année . Année Scolaire 1999-2000

Exercice n°1 :

Soit x un réel de $]-2 ; -1[$.

1/ Encadrer $x+3$.

2/ Soit $A = x^2 + 6x + 8$. a) Montrer que $A = (x+3)^2 - 1$.

b) En déduire un encadrement de A .

Exercice n°2 :

A/ Résoudre dans \mathbb{R} :

a) $\frac{x-1}{3} + \frac{x-5}{2} \geq \frac{x+3}{6}$; b) $|2x-3| < 5$.

c) $2(x-1)^2 \leq x^2 - 1$.

B/ On donne $A(x) = |2x+4| + |-x+1|$.

a) Ecrire $A(x)$ sans le symbole de valeur absolue .

b) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A(x) = 5$.

C/ On donne le système (S) :
$$\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

a) Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système (S) .

b) En déduire l'ensemble des solutions du système (S') :
$$\begin{cases} 3|x-3| - |y-2| = 5 \\ 2|x-3| + |y-2| = 4 \end{cases}$$

Exercice n°3 :

Soit le cercle de centre O et de rayon 4 et de diamètre $[AB]$ et soit C un point du cercle (C) tel que $AC = 4$.

1/ Montrer que $\widehat{BAC} = 60^\circ$.

2/ Si H est le projeté orthogonal de C sur (AB) , calculer AH , BH et CH (On donne $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ et $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$) .

3/ La tangente au cercle (C) en B coupe (AC) en T .

a) Evaluer l'angle \widehat{BCT} ..

b) En calculant $\cos \widehat{ATB}$ de deux manières différentes ,montrer que $TB^2 = TA \cdot TC$.

c) Calculer TA , TB et TC .

Exercice n°4 :

On donne le schéma suivant (C) est un cercle de centre O est un cercle d'un plan P , $[AB]$ est un diamètre de (C) , Δ la droite perpendiculaire à P en A ? C est un point de (C) distinct de A et B et S un point de Δ distinct de A .

1/ a) Montrer que la droite (AS) est orthogonale à la droite (BC) .

b) Montrer que $(BC) \perp (ASC)$.

c) En déduire la nature du triangle SBC .

2/ On pose $I = A * C$, $J = S * C$, et $D = S_o(C)$. Montrer que le plan (IOJ) est parallèle au plan (SAD) .

3/ On donne $AC = 3$, $AB = 5$ et $AS = 4$. Calculer SC , BC et SB .

