

DEVOIR DE SYNTHESE N°3
MATHÉMATIQUE
DURÉE 2H

Exercice N°1 : (6 points)

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$
 $x \longmapsto \frac{ax+b}{x-1}$ où a et b deux réels .

- 1/ - Quelle est le domaine de définition de la fonction f ?
- 2/ - Déterminer a et b pour que la courbe représentative de f dans un repère (O, i, j) passe par les points A(2,-1) et B (3 , $\frac{1}{2}$).
- 3/ - On donne a = 2 et b = - 5
 - a) Vérifier que pour $x \in D_f$ on a : $f(x) = 2 - \frac{3}{x-1}$
 - b) Soit $g(x) = \frac{3}{x-1}$; étudier g et tracer sa courbe représentative .
 - c) Résoudre $2 - g(x) = 0$.
 - d) Résoudre graphiquement $f(x) \geq 0$.

Exercice N°2 : (4 points)

Soit un repère (O, i, j) .

Soit C le cercle de centre A(1, 3) et de rayon 2 .

- 1/ - Déterminer l'équation de cercle C .
- 2/ - On considère (C_m) l'ensemble des points M(x, y) tel que :

$$(C_m) : x^2 + y^2 + mx + (m+3)y + 1 = 0 .$$
 - a) Montrer que pour tout $m \in \mathbb{R}$, C_m est un cercle .
 - b) Vérifier que E(1 , -1) est un point fixe de cercle C_m .
 - c) Déterminer m pour que le point I_m (m , -3m) \in C_m .
- 3/ - Soit m = 1 :
 - a) Déterminer le centre O₁ et le rayon R₁ de cercle C₁ .
 - b) Déterminer une équation de la tangente (D) à C₁ en I₁(1 , -3).
- 4/ - Soit $\Delta : x = 1$; déterminer les points d'intersections de C₁ et Δ .
- 5/ - Déterminer la distance de point F(-1 , 2) à la droite (D) .

