

Ensembles :

Compléter les tableau suivant avec le signe \in ou **Erreur !**.

x	N	Z	\mathbb{D}	Θ	P
-13					
59,0000002					
$-\frac{7}{4}$					
$\sqrt{4}$					
$\frac{23}{7}$					
$4 - \pi$					

Nombres premiers :

- 251 est-il un nombre premier ? Justifier la réponse.
- Décomposer 980 en produit de facteurs premiers.

EX 2 : Calculer sans machine , donnez le résultat en notation scientifique :

$$a = 0,0000\ 654 \quad b = 52562 \quad c = \frac{4256}{10^3} \quad d = \frac{5 \times 14}{7 \times 20} \quad e = \frac{0,0063}{7}$$

$$f = 1000 \text{ milliards} \quad g = \frac{12}{0,0006}$$

EXERCICE n°1 :

1/ Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{15}{6} + 1 - \frac{10}{4} + \frac{2}{3} & \text{b) } \frac{2 + \frac{1}{3}}{\frac{3}{7} \times \frac{28}{27}} & \text{c) } \frac{10^{-4} \times (10^3)^2}{10^5} \end{array} \quad \text{d) }$$

$$\frac{18 \times 15}{27 \times 25} - \frac{3}{25}$$

2/ Mettre le nombre suivant sous forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif.

$$3\sqrt{112} - 2\sqrt{7} + 5\sqrt{28}$$

3/ Donner la valeur exacte du nombre suivant.

$$(4 - \sqrt{5})(2 + 3\sqrt{5})$$

Exercice n°1

1) Mettre les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

$$A = \frac{64 \times 63}{56 \times 72} \quad B = \frac{2 + \frac{1}{3}}{5 - \frac{1}{4}}$$

2) Ecrire le nombre suivant sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b un entier naturel.

$$C = 5\sqrt{112} - 13\sqrt{28} + 2\sqrt{7}$$

3) Simplifier les expressions suivantes en montrant les étapes de simplification.

$$D = \frac{1}{10^{333}} - \frac{1}{10^{334}} \quad E = \frac{49 \times 105^2 \times 32}{(100 \times 7)^3}$$

Exercice n°2

Recopier les phrases suivantes et préciser VRAI ou FAUX en justifiant.

- 1) $\frac{1}{7}$ est un nombre décimal. 2) 3 est un nombre rationnel.
- 3) 3,141592654 est un nombre décimal. 4) $\sqrt{3} \times (2\sqrt{27} - 3\sqrt{3})$ est un entier naturel.

Exercice n°3

1) Décomposer 720 puis 1080 en produit de facteurs premiers.

2) Réduire la fraction $\frac{1080}{720}$.

3) Calculer PGCD(720 ; 1080).

4) On veut paver une pièce qui mesure 10,80 m sur 7,20 m avec des dalles carrées les plus grandes possibles. Calculer les dimensions de ces dalles et le nombre de dalles nécessaires.

Exercice n°4

Démontrer que le carré d'un entier impair est un nombre impair.

Exercice 5

Trouver 3 nombres pairs consécutifs dont la somme est 378.

Exercice 6

Retrouver la fraction qui donne naissance à l'écriture décimale illimitée périodique 0,21 21 21 21 ...

Exercice 7:

1/ Après avoir simplifier au maximum les nombres suivants, donner le plus petit ensemble auquel ils appartiennent.

Donner aussi leur nature.

a) $\frac{24,6}{10,8}$ b) $\frac{\sqrt{56}}{2\sqrt{40}}$ c) $\frac{15}{25} - \frac{2}{15}$ d) $\frac{21 - 7\pi}{33 - 11\pi}$ e) $\frac{-21}{3\sqrt{49}}$

2/ a) Donner un rationnel non décimal.

b) Donner un réel non rationnel.

c) Donner un décimal non entier et non rationnel.

d) Donner un entier non naturel.

e) Donner un irrationnel compris entre $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{3}$.

f) Donner un entier relatif mais non naturel supérieur à l'inverse de : $1 - \sqrt{3}$.

Exercice :

1/ Donner la définition de nombre premier.

2/ Donner 8 nombres premiers.

3/ Déterminer si les nombres suivants sont premiers. S'ils ne le sont pas, donner leur décomposition en produit de facteurs premiers.

a) 3 036 b) 325 325 c) 191 d) 33 649

4/ Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible en décomposant en produit de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur. Préciser s'ils sont décimaux ou non et pourquoi.

a) $\frac{126}{189}$ b) $\frac{585}{1500}$ c) $\frac{360}{2772}$ d) $\frac{191}{23}$

5/ Simplifier les racines carrées suivantes en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.

a) $\sqrt{231000}$ b) $\sqrt{3825}$ c) $\sqrt{127}$

Exercice:

Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui sont écrits en notation scientifique. Ecrire les autres sous forme scientifique.

a) $1,5 \Delta 10^2$ b) $0,1053 \Delta 10^{-3}$ c) $1563 \Delta 10^5$

Exercice

Quelle est la nature du nombre réel suivant : $\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$?

Exercice

1/ Après avoir simplifier au maximum les nombres suivants, donner le plus petit ensemble auquel ils appartiennent.

Donner aussi leur nature.

a) $\frac{0,21}{1,05}$ b) $\frac{7\pi + 14}{3\pi + 6}$ c) $\frac{18}{5\sqrt{81}}$ d) $\frac{16}{6} - \frac{11}{3}$ e) $\frac{-8\pi}{-2}$ f) $\frac{2}{\sqrt{2} + 1} -$

$2\sqrt{2}$

- 2/ a) Donner un rationnel non décimal.
- b) Donner un réel non rationnel.
- c) Donner un décimal non entier.
- d) Donner un entier non naturel.

Exercice

- 1/ Donner la définition de nombre premier.
- 2/ Donner 8 nombres premiers.
- 3/ Déterminer si les nombres suivants sont premiers. S'ils ne le sont pas, donner leur décomposition en produit de facteurs premiers.
 - a) 3 036 b) 325 325 c) 127 d) 33 649
- 4/ Mettre les fractions suivantes sous forme irréductible en décomposant en produit de facteurs premiers le numérateur et le dénominateur. Préciser quels sont les nombres décimaux.
 - a) $\frac{126}{189}$ b) $\frac{585}{1500}$ c) $\frac{360}{2772}$
- 5/ Simplifier les racines carrées suivantes en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.
 - a) $\sqrt{231000}$ b) $\sqrt{3825}$ c) $\sqrt{127}$
- 6/ Donner le PGCD des nombres suivants en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.
 - a) PGCD (220 ; 798) b) PGCD (29 260 ; 55 176)

Exercice

Parmi les nombres suivants, indiquer ceux qui sont écrits en notation scientifique. Ecrire les autres sous forme scientifique.

- a) $12\Delta 10^{-3}$ b) $6,4 \Delta 10^5$ c) $5,03\Delta 10^{-4}$ d) $0,124 \Delta 10^2$ e) $- 34,56 \Delta 10^2$

Ex 1 : Nombres premiers

5,5 points

- 1) Le nombre 403 est-il premier ? Justifier.
- 2) Le nombre 307 est-il premier ? Justifier.
- 3) Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers :

$$A = 252$$

$$B = 28 \times 55 \times 44$$

Ex 2 : Avec des fractions

- 1) Donner à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de $A = \left(\frac{3-\sqrt{5}}{4}\right)^2$ puis Développer A

- 2) Simplifier $\frac{8\sqrt{2} + 56}{16}$

- 3) Ecrire sous forme de fraction irréductible : $A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{5}$

Ex 3 : Avec des puissances

Simplifier les expressions suivantes, en montrant les étapes de simplification :

$$A = \frac{10^9 \times 6^3}{25^4 \times 3 \times 2^{11}}$$

$$B = \frac{1}{10^{118}} - \frac{1}{10^{119}}$$

$$C = 5^{108} \times 2^{106} \times 11 \times \frac{1}{10^{107}}$$

Ex 4 : montrer et utiliser une égalité

- 1) Montrer que pour tout nombre a et b de \mathbb{R} on a l'égalité suivante :
 $(a^3 - b^3) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

2) Utiliser cette égalité pour factoriser ($x^3 - 8$)

Ex 5 : Avec des racines

Ecrire $A = \sqrt{98} + \sqrt{2}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est le plus petit possible.

Ce nombre est-il un élément de \mathbb{Q} ?

Exercice 1 : Ecrire plus simplement :

$$A = (-2x)^2 \quad B = (-2x)^3 \quad C = 3x^2 y^3 - y(xy)^2 \quad D = x^{-1} \times 5x^3$$

Exercice 2 : Ecrire les nombres suivants sous la forme $2^a \times 3^b \times 5^c$

$$150 \quad 36 \quad \frac{150}{36} \quad (150)^2 \times 36 \quad \frac{(150)^3}{36} \quad \frac{2}{150^2} \times \left(\frac{6}{5}\right)^2$$

Exercice 3 :

1. Décomposer 1400 en produit de facteurs premiers.
2. Ecrire tous les diviseurs de 1400.
3. Compléter par un nombre entier :
 - a) $1400 \times \dots$ est le carré d'un nombre entier.
 - b) $1400 \times \dots$ est le cube d'un nombre entier.

Exercice 4 : a, b et c sont des nombres non nuls. Ecrire les nombres suivants sous la forme

$$a^a \times b^b \times c^c$$

$$A = \frac{c}{\left(\frac{a}{b}\right)^2} \quad B = a^5 (bc)^2 \times \frac{1}{(a^3 b)^2} \quad C = \frac{ab^2}{ca^{-2}} \quad D = (a^3 b^{-5})^2$$

Exercice 1 :

1. Calculer le produit de quatre entiers consécutifs et ajouter 1.
Que remarque-t-on ? (*Faire plusieurs essais*)
2. Montrer que, pour tout réel x , on a $a(a+1)(a+2)(a+3)+1 = (a^2+3a+1)^2$
Expliquer le résultat observé à la question 1.

Exercice 2 :

1. Calculer la somme de 5 entiers consécutifs. Que remarque-t-on ? (*Faire plusieurs essais*)
2. Montrer que la somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5

Exercice 3 :

1. Un nombre pair s'écrit sous la forme
Un nombre impair s'écrit sous la forme
2. Montrer que le carré d'un nombre pair est un nombre pair
3. Montrer que le carré d'un nombre impair est un nombre impair
4. a) Calculer la somme de trois entiers impairs consécutifs.
Le résultat est-il un nombre premier ? (*Faire plusieurs essais*)
b) Démontrer ce que vous avez observé à la question a)
5. a) Développer et réduire l'expression $(n+1)^2 - n^2$
b) En déduire que tout nombre impair s'écrit comme la différence des carrés de deux entiers consécutifs.
c) Appliquer ce résultat aux entiers 13, 45 et 101.

EXERCICE N°1 :

1/ Démontrer que les nombres suivants sont des nombres rationnels en les mettant sous la forme $\frac{a}{b}$

où $a \in \mathbb{Z}$ et

$b \in \mathbb{Z}, b \neq 0$.

$$\begin{array}{llllll} \text{a/ } 1,5 & \text{b/ } -0,38 & \text{c/ } \frac{1,2}{0,4} & \text{d/ } 3 \times 0,01 & \text{e/ } 12,305 & \text{f/ } \frac{0,7}{0,003} \\ \text{g/ } -\frac{7}{5} & \text{h/ } \frac{5}{40 \times 10^{-2}} & \text{i/ } 15000 & \text{j/ } \frac{0,125}{62,5} & \text{k/ } \frac{0,03}{21} \times 10^2 & \text{l/ } \frac{3}{0,04} \times 10^{-2} \end{array}$$

2/ Parmi ces nombres lesquels sont des nombres décimaux ? Justifier la réponse en les mettant sous la forme

$$\frac{a}{10^p} \text{ où } a \in \mathbb{Z} \text{ et } p \in \mathbb{N}.$$

EXERCICE N°2 :

1/ Donner la notation scientifique des nombres suivants ainsi que l'ordre de grandeur de ces nombres.

$$\text{a/ } 251,3 \quad \text{b/ } 0,095 \quad \text{c/ } 27,31 \times 10^3 \quad \text{d/ } 150 \times 10^{-3}$$

2/ Donner l'ordre de grandeur du résultat des calculs suivants, puis effectuer les calculs et donner le résultat en notation scientifique, comparer à l'ordre de grandeur trouvé précédemment.

$$\text{a/ } 851,7 \times 0,0018 \times 0,073 \quad \text{b/ } 0,05 \times 1200 \times 10^{-3} \quad \text{c/ } 5698,3 \times 2314,89 \quad \text{d/ } \frac{181,47}{78,956}$$

EXERCICE N°6 :

Toute réponse doit être justifiée.

$$1/ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) \times \frac{24}{5} \text{ est-il entier, décimal ou rationnel ?}$$

2/ Quel est la nature du nombre

$$\frac{\frac{7}{15} - \frac{5}{12}}{\frac{7}{4} \times \frac{3}{5}} ?$$

EXERCICE N°1 :

Déterminer si les nombres suivants sont premiers. S'ils ne sont pas premiers, donner leur décomposition en produit de facteurs premiers.

$$27 \quad 35 \quad 56 \quad 31 \quad 17 \quad 147 \quad 264 \quad 81 \quad 105 \quad 621 \quad 819000$$

EXERCICE N°2 :

1/ Simplifier les fractions suivantes en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers. Préciser les nombres décimaux.

$$\frac{48}{75} \quad \frac{68}{102} \quad \frac{225}{30} \quad \frac{1755}{2295} \quad \frac{198}{726} \quad \frac{585}{1275}$$

2/ Simplifier les racines carrées suivantes en les décomposant en produit de facteurs premiers.

$$\sqrt{54} \quad \sqrt{189} \quad \sqrt{845} \quad \sqrt{246} \quad \sqrt{363} \quad \sqrt{1044}$$

3/ Calculer, en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers, les PGCD suivants.

$$\text{PGCD} (48 ; 72) \quad \text{PGCD} (125 ; 175) \quad \text{PGCD} (74 ; 185)$$

EXERCICE N°3 :

Dans chacun des cas suivants, déterminer le(s) chiffre(s) a, b, c sachant que :

1/ $23a4$ est divisible par 3.

2/ $23a4$ est divisible par 3 mais pas par 9.

3/ $23b5c$ est divisible par 3 et par 5.

EXERCICE N°4 :

Soit le nombre $A = 2^3 \times 5^2 \times 7$.

1/ Vérifier que A possède 24 diviseurs.

2/ Trouver le plus petit entier naturel k tel que kA soit le carré d'un entier.

3/ Trouver le plus petit entier naturel m tel que mA soit le cube d'un entier.