Prof : ZayoudAbidi
1ére année

Série n°1

A – Activités numériques et algébriques

Exercice n°1 :

Ecrire sans parenthèse ni crochets , puis simplifier les expressions suivantes :

$$A=(\frac{1}{2}+\sqrt{2})-(\sqrt{2}+x)+\sqrt{2}$$

$$B=(x-\frac{1}{2})-(x-\sqrt{3})+x$$

$$C=-(1+x)+(x-\sqrt{2}+\frac{1}{3})-(-x+\frac{1}{3})$$

D =[a-(c-b)-(c-b + a)]-[(c-b-a)-(c-b+3)]

Exercice n°2 :

Montrer que les réels suivants sont opposés :

$a)\ 2(1-\sqrt{2})\ \ et\ \ \sqrt{2}(2-\sqrt{2})$

$b)\ 3(1-\sqrt{3})\ \ et\ \ \sqrt{3}(3-\sqrt{3})$

$c)\ \sqrt{5}(\sqrt{5}-5)\ \ et\ \ 5(\sqrt{5}-1)$

$d)\ a(1-\sqrt{a})\ \ et\ \ \sqrt{a}(a-\sqrt{a})\,;\ a\in\mathbb{R}_+$

Exercice n°3 :

Montrer que les réels suivants sont inverses l'un des l'autre

$a-(\sqrt{2}-1)\,et\,(\sqrt{2}+1)$

$b-(\sqrt{5}-2)\,et\,(\sqrt{5}+2)$

$c-(3+2\sqrt{2})\,et\,(3-2\sqrt{2})$

Exercice n°4 :

1°) a- Montrer que :

$$\frac{1}{\sqrt{3}+1}-\frac{1}{\sqrt{3}-1}=-1$$

b- Montrer que pour tout réel x positif et différent de1, on a :

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1}-\frac{1}{\sqrt{x}-1}=\frac{2}{1-x}\,.$$

2°) a- Montrer que : $\frac{1}{1+\sqrt{2}}=\sqrt{2}-1$.

b- Montrer que : $\frac{1}{1+\sqrt{3}}=\frac{1}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$.

c- Plus généralement , montrer que pour tout entier naturel n ≥ 2 , on a : $\frac{1}{1+\sqrt{n}}=\frac{1}{n-1}\left(\sqrt{n}-1\right)$.

Exercice n°5 :

Soient les expressions :

$$f(x)=27x^3-8+(2-3x)(5x^2+2x+3)$$

$$et\ g(x)=8x^3-1+(1+2x)(5x^2+10x+3)$$

1) Factoriser f(x) et g(x) .
2) Factoriser les expressions :
$A(x) = f(x) + g(x)$ *et* $B(x) = f(x) - g(x)$.
3) Déterminer les ensembles suivants :
$E = \{x; x \in \mathbb{R} \text{ tel que } A(x) = 0\}$
$F = \{x; x \in \mathbb{R} \text{ tel que } B(x) = 0\}$
4) Pour tout x $\notin$ F, simplifier l'expression : $\dfrac{A(x)}{B(x)}$.

Exercice n°6 :

Soient x et y deux réels non nuls .
On pose : $a = \dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ et $b = \dfrac{2xy}{x^2 + y^2}$.
1) calculer a et b pour $x = -\sqrt{3}$ et $y = 2$.
Calculer dans ce cas $a^2 + b^2$.
2) a) Calculer a^2 et b^2 en fonction de x et y .
b) En déduire que $a^2 + b^2 = 1$.
3) On pose : $c = ab^3 + a^3b$.
a- Factoriser C .
b- Exprimer C à l'aide de x et y
4) On pose : S = x + y , D = x − y et P = x $\times$ y .
a- Exprimer a, b et c à l'aide de S, D et P .
b- Calculer les réels : a, b et c lorsque :
S = -3 , D = -2 et P = 2 .

B- Activités géométriques

Exercice n°1

Soit ABC un triangle et (C) le cercle circonscrit à ce triangle .La bissectrice de secteur [AB ,AC] coupe (C) en I
1°) Démontrer que le triangle BIC est isocèle en I .
2°) Quel est la nature du triangle BIC lorsque ABC est rectangle en A ?

Exercice n°2

On donne deux cercles (C) et (C') sécants en A et B .
Une droite D passant par A coupe (C) en M et (C') en N .
Une deuxième droite D' passant par A coupe (C) en M' et (C') en N' . Démontrer que $MBN = M'BN'$.

Exercice n°3

Soit ABC un triangle isocèle en A .
Le cercle de diamètre [BC] coupe [AB] en O et [AC] en E
1°) Montrer que : $OCB = CBE$.
2°) Montrer que : $OEB = CBE$.
3°) Montrer que : $(OE) \parallel (BC)$.

Exercice n°4

Soit ABC un triangle.
E est le symétrique de A par rapport à B et F est le symétrique de A par rapport à C.
1°)Démontrer que les droites (BC) et (EF) sont parallèles.
2°)Démontrer que BC = $\dfrac{EF}{2}$.

Exercice n°5

Les diagonales du parallélogramme ABCD se coupent en O.
On appelle M le milieu de [AB] et N le milieu de [DC].
1°)Démontrer que (OM) est parallèle à (BC) , (ON) est parallèle à (BC) et que : OM = $\frac{BC}{2}$ et ON = $\frac{BC}{2}$.
2°) Que peut-on en déduire pour le point O par rapport au segment [MN] ?