

Exercices - 1ère année – **Trigonométrie**

**EXERCICE N°1**

Dans un triangle ABC rectangle en A, on donne  $\hat{A}BC = 30^\circ$  et  $AC = 5\text{cm}$

- 1- Calculer AB.
- 2- a) Soit M le milieu de [BC]; la médiatrice de [BC] rencontre en N la droite (AC). Calculer MN et NC
- b) Montrer que  $(BN) \parallel (MA)$
- c) Calculer le périmètre du trapèze AMBN.

**EXERCICE N2**

Soit ABCD un trapèze rectangle en A et D,  $\hat{A}BC = 60^\circ$  et la droite (AC) est  $\perp$  à (BC). Sachant que  $CD = 3a$ , calculer AD, BC, AC, AB et BD.

**EXERCICE N°3**

ABC étant un triangle rectangle en A tels que  $AB = 8$  et  $AC = 6$

- 1- Calculer  $\cos(\hat{A}BC)$ ,  $\sin(\hat{A}BC)$  et  $\tan(\hat{A}BC)$
- 2- Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC) Calculer  $\cos(\hat{BAH})$  et  $\sin(\hat{BAH})$

**EXERCICE N4**

Soit ABCD un quadrilatère convexe tel que  $AB = AC = AD = a$ ,  $\hat{A}BC = 60^\circ$  et  $\hat{BAD} = 90^\circ$

- 1- Calculer BD
- 2- Soit E et F les points de rencontre des perpendiculaires respectivement issues de B et de D à (AC). Calculer BE et DF
- 3- Soit H le point de rencontre de la droite (CD) et de sa  $\perp$  passant par B. Calculer BH, CH et DC.

**EXERCICE N°5**

- 1- Soit u un angle aigu tel que  $\cos u = 3 \frac{\sqrt{10}}{10}$ , calculer  $\sin u$  et  $\tan u$
- 2- Soit un angle aigu a tel que  $\sin a = 2 \frac{\sqrt{5}}{5}$ , calculer  $\cos a$  et  $\tan a$

**EXERCICE N°6**

Soit un cercle (C) de centre O, de rayon r et de diamètre [AB]. Une droite passant par A recoupe (C) en M et coupe en T la tangente à (C) en B. Soit a la mesure de  $\hat{BAM}$ . Exprimer à l'aide de r et a MA, MB, TA et TB

**EXERCICE N°7**

Soit un triangle ABC rectangle en A de hauteur [AH] tel que  $AB = 5$  et  $AC = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$

- 1) Calculer les angles du triangle ABC
- 2) Le cercle (C) de centre H passant par A coupe (AB) en D et (AC) en E
- a) Démontrer que les points D, H, E sont alignés.
- b) Calculer AH
- c) Calculer les angles puis les côtés du triangle ADE
- 3) Le cercle (C) coupe la droite (BC) en J et K. Calculer CH, CJ, et CK

### **EXERCICE N°8**

Soit  $[AB]$  un diamètre d'un cercle  $(C)$  de centre  $O$  et de rayon 4. Soit  $C$  le point du cercle tel que  $AC=4$

- 1) Quelle est la nature du triangle  $ABC$  et celle du triangle  $ACO$  ? Quelle est la mesure de  $\widehat{CAO}$  ?
- 2) Soit  $H$  le projeté orthogonal de  $C$  sur la droite  $(AB)$ . Calculer les distances  $AH$  et  $CH$
- 3) Soit  $T$  le point d'intersection de la droite  $(AC)$  et de la tangente en  $B$  au cercle  $(C)$ . Quelle est la nature du triangle  $ATB$  ? Calculer  $AT$  et  $BT$ .

### **EXERCICE N°9** Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan.

On donne les points  $A(3,0)$ ,  $B(0,3)$  et  $C(-6,0)$

- 1) Calculer  $BC$  et  $AB$
- 2) Le triangle  $ABC$  est-il rectangle ?
- 3) Calculer  $\cos(\widehat{OAB})$  et  $\sin(\widehat{OAB})$  puis  $\cos(\widehat{OCB})$  et  $\sin(\widehat{OCB})$
- 4) Vérifier que  $\cos^2(\widehat{OCB}) + \sin^2(\widehat{OCB}) = 1$
- 5) Donner des valeurs approchées des angles  $\widehat{OCB}$  et  $\widehat{OBC}$ . Retrouver alors le résultat du 1)
- 6)  $H$  étant le projeté orthogonal de  $A$  sur  $[BC]$  ;  $E$  étant le milieu de  $[AH]$ .  $HO'$  le projeté orthogonal de  $O$  sur  $[BC]$ . Calculer  $\cos(\widehat{O'OC})$  et  $\sin(\widehat{O'OC})$
- 7) En déduire  $\cos(\widehat{CEH})$  et  $\sin(\widehat{CEH})$
- 8) Donner une valeur approchée des distances  $HC$  et  $HE$

### **EXERCICE N°10**

Soit  $ABC$  un triangle quelconque et  $H$  le projeté orthogonal de  $A$  sur  $[BC]$ , tel que

$\widehat{HAC} = 30^\circ$  et  $\widehat{HAB} = 45^\circ$ . Le cercle de diamètre  $[AH]$  recoupe  $[AB]$  en  $M$  et  $[AC]$  en  $N$ .  $AH=4$

- 1) Calculer  $AB, AC, BC$
- 2) Le cercle  $(C)$  de diamètre  $AH$  recoupe  $[AB]$  en  $M$  et  $[AC]$  en  $N$ . Calculer  $AM$  et  $AN$
- 3) Déterminer la mesure de  $\widehat{ANM}$
- 4) Soit  $M'$  le point de  $[BC]$  tel que  $BM' = MN$ , la parallèle à  $(AC)$  passant par  $M'$  coupe  $[AB]$  en  $A'$ . Montrer que les triangles  $AMN$  et  $A'M'B$  sont isométriques
- 5) Déduire la valeur de  $MN$
- 6) Soit  $D$  le point de  $(C)$  diamétralement opposé à  $M$ .

Déterminer la mesure de  $\widehat{MDN}$

- 7) Montrer que la valeur exacte de  $\sin 75^\circ$  est  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$