SERIE DE MATHEMATIQUES N°3
CLASSE :PREMIERE ANNEE SECONDAIRE
THEME : ACTIVITES ALGEBRIQUES + TRIGONOMETRIE+TRANSLATION
EQUATIONS ET INEQUATIONS DU 1ERDEGRE A UNE INCONNUE

LYCEE OUED ELLIL
ANNEE SCOLAIRE :2011-20
PROF : BELLASSOUED MOHAMED

Expressions algébriques

EXERCICE 1

1- Cocher la bonne réponse :

a) L'écriture réduite et ordonnée de $5x - 2x^2 - 4x$ est :

☐ $-x^2$ ☐ $-2x^2 + x$ ☐ $-x^4$ ☐ Aucune de ces réponses

b) L'écriture réduite et ordonnée de $x^2 + 5x - 4 - 7x + 3x^2 - 1$ est :

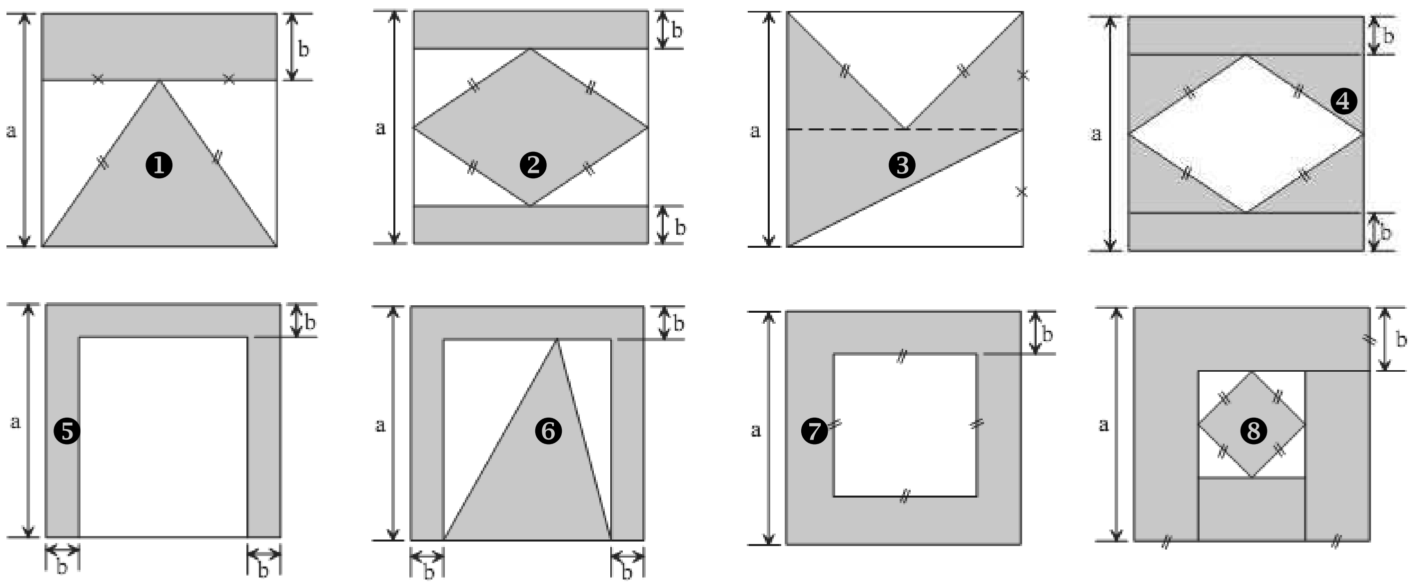
☐ $-3x^6$ ☐ $2x^2 - 5$ ☐ $-4x^2 - 2x - 5$ ☐ Aucune de ces réponses

c) L'écriture réduite et ordonnée de $2(x - 3x^2) - x(1 - 2x)$ est :

☐ $-4x^2 + x$ ☐ $-8x^2 + x$ ☐ $-3x^3$ ☐ Aucune de ces réponses

EXERCICE 2

Exprimer dans chaque cas de figure l'aire de la partie grise en fonction de a et b (la figure de base est un carrée de coté a)



EXERCICE 3

Pour chaque expression (écrite a gauche)concernant deux nombres x et y, retrouver l'expression algébrique Correspondante (a gauche)

1-double produit	**a**- $2(x+y)^2$
2-carré de la somme	**b**- $2(x^2+y^2)$
3-somme des carrés	**c**- $(xy)^2$
4-carré du produit	**d**- x^2+y^2
5-double de la somme des carrés	**e**- $(x+y)^2$
6- double du carré de la somme	**f**- $2xy$

Le mathématicien français **François Viéte** a écrit au XVIe siècle :

<<Le double du produit de deux nombres ajouté a la somme de leurs carrés est égal au carré de leur somme >>

<< Le double de la somme des carrés de deux nombres est égal au carré de leur somme augmenté du carré de leur différence >>

Montrer ces deux affirmations

Identités remarquables

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a-b)(a+b)=a^2-b^2$
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
$(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$
$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$
$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

Exercice 4

calculer les expressions suivantes :

$$\left(1+2\sqrt{3}\right)^2-\left(1-2\sqrt{3}\right)^2 \quad ; \quad \left(2\sqrt{3}+4\right)\times\left(2\sqrt{3}-4\right) \quad ; \quad \left(\sqrt{3}+1\right)\times\left(\sqrt{3}-1\right)$$

$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5}\right) \qquad \left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2\times\left(5-2\sqrt{6}\right)$$

$$\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}-\sqrt{5}\right) \qquad (1+\sqrt{2})^3+\left(1-\sqrt{2}\right)^3$$

Exercice 5

1- **a-** développer puis réduire les réels suivantes : $a=\left(\sqrt{2}+1\right)^3$ et $b=\left(\sqrt{2}-1\right)^3$

b- en déduire que $(a+b)^3=2000\sqrt{2}$

2- on donne l'expression A suivante $A=\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}$

calculer A² puis en déduire la valeur de A

3- x est un nombre réel non nul tel-que $x+\dfrac{1}{x}=2$. montrer que $x^2+\dfrac{1}{x^2}=2$

Exercice 6

Factoriser les expressions suivantes

$$P=x^2-6x+9 \quad Q=x^2+2x+1 \quad R=4x^2+4x+1 \quad S=x^2-6x+8 \quad T=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{1}{4} \quad U=x^2-2\sqrt{3}x+3$$

$$A=(x-3)\times(2x-1)+x^2-9 \qquad B=(2x-7)\times(2x+1)+4x^2-1 \qquad C=4x^2+4x+1-(x-5)\times(2x+1)$$

$$D=x^2-6x+9+(2x-6)\times(5x+1) \qquad E=(5x+3)^2+(2x-1)^2-(3x+4)^2$$

$$F=x^3-1\ ;G=x^3+8\ ;H=27x^3-2\sqrt{2}\ ;M=x^3+6x^2+12x+8\ ;N=x^3+6x^2+12x+7$$

$$P=x^3-8+(x-2)^2\ ;Q=x^6-27+(x^2-3)(-3x^2+3\sqrt{3})\ ;R=x^3+(x-2)(x^2+2x+1)+1$$

Exercice 7

développer puis réduire les expressions suivantes

$$A=(5x-3)^2-\left(3x+\sqrt{2}\right)\times\left(3x-\sqrt{2}\right)-(4x+1)^2 \qquad B=\left(x^2-1\right)\times\left(x^2+1+x\sqrt{2}\right)\times\left(x^2+1\right)\times\left(x^2+1-x\sqrt{2}\right)$$

$$C=(x+1)^3(x-1)^3$$

Equations et inéquations du premier degré a une inconnue

Exercice 8

on considère l'expression A suivante $A=x^3-1$; $x\in\mathbb{R}$

1- calculer la valeur de A pour $x=0$; $x=\dfrac{1}{2}$ et $x=1+\sqrt{2}$

2- factoriser l'expression A

3- on considère l'expression B suivante $B=x^3-1-(x-1)(x+5)$; $x\in\mathbb{R}$

montrer que $B=(x-1)(x+2)(x-2)$

4- résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation B=0

Exercice 9

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1°) $2x+3=5x-1$ **2°)** $\dfrac{2}{5}x-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{10}x+1$ **3°)** $(x+2)(x+3)+(x+2)(2x-5)=0$ **4°)** $(2x+1)(x+3)+4x=-12$

5°) $\left|x+\sqrt{2}\right|=-3+\sqrt{5}$ **6°)** $\left|x+\sqrt{2}\right|=\left|2x-\sqrt{2}\right|$ **7°)** $\left|2|x|-5\right|=3$ **8°)** $\sqrt{x^2+1}=5$ **9°)** $\sqrt{x^2+4x+4}=3$

10°) $(2x-1)(x+3)+x^2-9=0$ **11°)** $(x-1)^2(x+3)+x^2-2x+1=0$ **12°)** $(x-1)^2(x+1)+x^2-1=0$

13°) $(x-1)^2(x+1)+x^3-1=0$ **14°)** $(x-2)(4x+5)+x^3-8=0$ **15°)** $(8x+7)(x^2-9)+x^4=81$

EXERCICE 10

1- dans le cas de la figure 1 ABCD et MNOP sont des carrés
   a- Exprimer , en fonction de x, l'aire S du carré MNOP
   b-Déterminer x pour que S soit égale a la somme des aires des quatre carrés hachurées
2- dans le cas de la figure 2 Déterminer x pour que l'aire hachurée soit égale a la moitié de l'aire du rectangle
3- dans le cas de la figure 3 Déterminer x pour que les deux aires hachurées $\mathbf{A_1}$et $\mathbf{A_2}$soient égaux

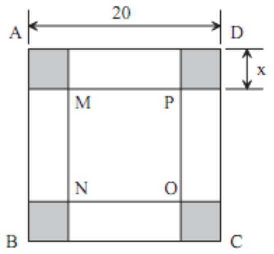


figure 1

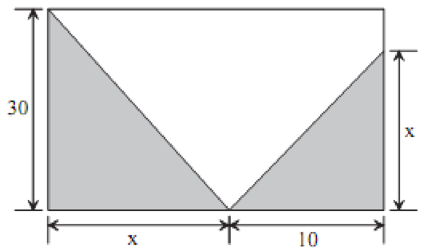


figure 2

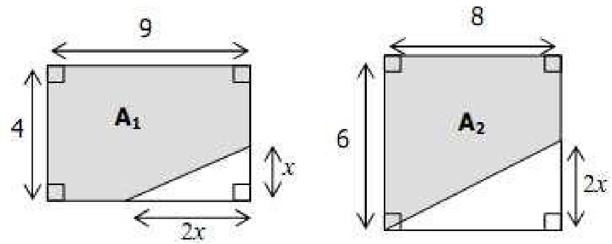


figure 3

EXERCICE 11

1- Donner le tableau de signe de chacun des expressions suivantes

$$2x-5\ ;\ -3x+3\ ;\ (x+3)(-2x+4)\ ;\ x^2-4\ ;\ (9x^2-4)(-x+2)$$

2- Trouver 4réels a , b , c et d pour que le tableau de signe si dessous est celle de l'expression $(ax+b)(cx+d)$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
(ax+b)(cx+d)		+	0	−	0	+	

EXERCICE 12

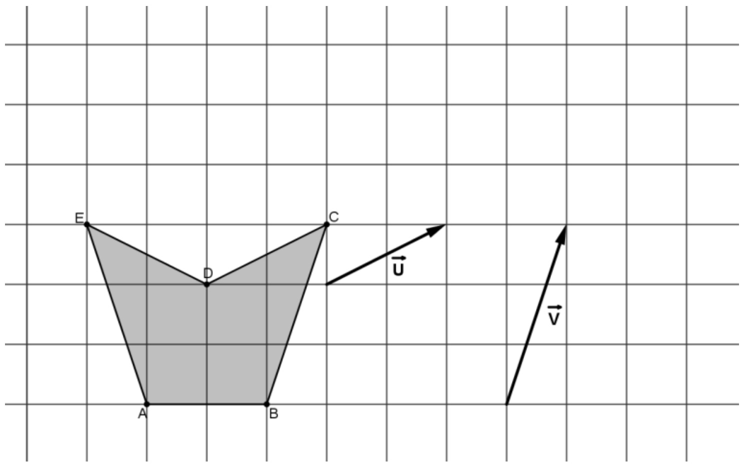
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

$$2x-5\geq 0\ ;\ -3x+3\leq -x+1\ ;\ |4x+8|\leq 4\ ;\ (x+3)(-2x+4)\succ 0\ ;\ (9x^2-4)(-x+2)\geq 0\ ;\ (x+3)(-2x+4)\leq x^2-9$$

translations

EXERCICE 13

Construire les images de la figure grise si dessous par chacun Des translations des vecteurs $\vec{U}$ et $\vec{V}$



EXERCICE 14

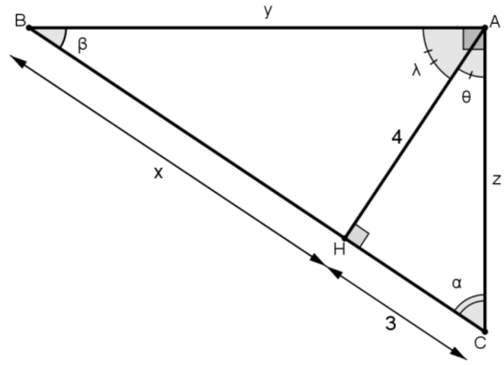
Soit ABC un triangle et I le milieu de$[BC]$. Δ est parallèle a (AI) passant par B

Soit $t_{\overrightarrow{AB}}$ la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$

1- Déterminer l'image de la droite (AI) par $t_{\overrightarrow{AB}}$
2- La parallèle a (AB) passant par C coupe (AI) en L et la droite Δen K
   a-montrer que $t_{\overrightarrow{AB}}(C)=L$
   b- déterminer en justifiant l'image de L par $t_{\overrightarrow{AB}}$
3- Le cercle $\mathscr{C}$ de diamètre$[AC]$ recoupe (AB)en M et le cercle $\mathscr{C}'$ de diamètre $[BL]$ recoupe (AB) en N
   Montrer que $t_{\overrightarrow{AB}}(M)=N$

Trigonométrie du triangle rectangle

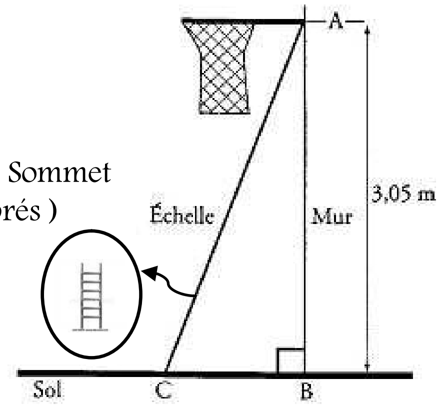
Exercice 15



calculer les mesures des longueurs de x , y et z ainsi que les mesures des angles α ; β ; θ et λ

- α : alpha
- β : beta
- θ : thêta
- λ : lambda

Exercice 16



1- on veut installer un panier de basket . on doit le fixer a 3,05 m du sol L'échelle que l'on besoin mesure 3,20m

A quelle distance du pied du mur doit- on placer l'échelle pour que son Sommet soit juste au niveau du panier ?(donner une valeur approchée a 10^{-2} prés)

2- calculer l'angle formé par l'échelle et le sol . (donner une valeur approchée a 10^{-2} prés)

Exercice 17

Construire un angle dans chacun des deux cas suivants **1°cas :** $\cos x\hat{o}y = \frac{3}{7}$; **2°cas :** $\tan x\hat{o}y = \frac{8}{5}$

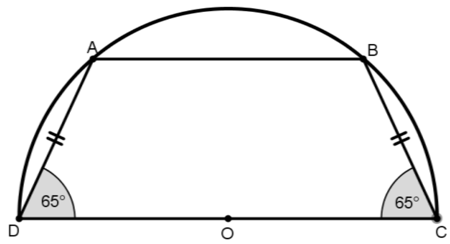
Exercice 18

x et y deux angles aigus . montrer les relations suivantes :

- $\frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$
- $\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$
- $\frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$
- $\cos^2 x - \cos^2 y = \sin^2 y - \sin^2 x$
- $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \cdot \sin^2 x$
- $\cos^4 x + \sin^4 x = 1 - 2\cos^2 x \cdot \sin^2 x$
- $\cos^4 x - \sin^4 x = 1 - 2\sin^2 x$
- $\cos^6 x + \sin^6 x + 3\sin^2 x \cos^2 x = 1$

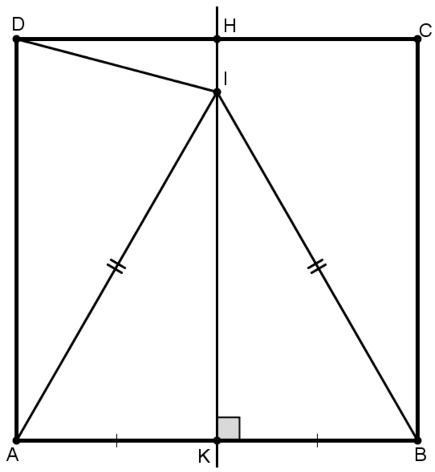
Exercice 19

Le périmètre du trapèze isocèle mesure 13,15 cm
Le diamètre CD du demi cercle mesure 5,3 cm
Calculer AB



Exercice 20

ABCD est carré de coté 1 . AIB est un triangle équilatéral .
La médiatrice de $[AB]$ et $[CD]$ passant par I coupe (AB) en K et (CD) en H .



1- justifier que le triangle ADI est isocèle

2- calculer en justifiant les mesures des angles $I\hat{A}B$; $I\hat{A}D$ et $A\hat{D}I$

3- en déduire que $H\hat{D}I = 15°$

4- montrer que $IH = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$

<u>**indication**</u> : on rappelle que la hauteur d'un triangle équilatéral de coté a est $a\frac{\sqrt{3}}{2}$

5- **a-** démontrer que $\tan 15° = 2 - \sqrt{3}$

b- en déduire les valeurs exactes de $\cos 15°$ et $\sin 15°$