

**SYSTEMES DE DEUX EQUATIONS DU 1<sup>ER</sup> DEGRE A DEUX INCONNUES**

**EXERCICE 1**

Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  les systèmes suivants:

$$\begin{array}{llll} 1. \begin{cases} 4x+2y=4 \\ 25x+5y=-5 \end{cases} & 2. \begin{cases} 3x-4y=1 \\ x-2y=-1 \end{cases} & 3. \begin{cases} 4x-2y=8 \\ -18x+3y=0 \end{cases} & 4. \begin{cases} 3x+2y-21=0 \\ 4x-5y-5=0 \end{cases} & 5. \begin{cases} x-2y-2=0 \\ 3x-6y+3=0 \end{cases} \\ & 6. \begin{cases} 2x-3y=2\sqrt{2}-3\sqrt{5} \\ x+y=\sqrt{2}+\sqrt{5} \end{cases} & & 7. \begin{cases} x-2y-5=0 \\ \frac{1}{7}x+\frac{1}{3}y-\frac{1}{4}=0 \end{cases} & \end{array}$$

**EXERCICE 2**

On considère les droites  $D_1, D_2, D_3$  et  $D_4$  d'équations respectives :

(1)  $y = -x + 2$ , (2)  $x = 1$ , (3)  $x + y = 0$  et (4)  $2x = -2y + 4$ .

1. Tracer ces quatre droites dans un repère orthonormé d'unité .

2. Résoudre graphiquement les systèmes (E), (E') et (E'').

$$(E) \begin{cases} y = -x + 2 \\ x = 1 \end{cases}, \quad (E') \begin{cases} y = -x + 2 \\ x + y = 0 \end{cases}, \quad (E'') \begin{cases} y = -x + 2 \\ 2x = -2y + 4 \end{cases}.$$

**EXERCICE 3**

1. Résoudre le système suivant :  $\begin{cases} 3X + 4Y = 25 \\ 2X - Y = 2 \end{cases}$ .

2. En déduire la résolution des quatre systèmes (A), (B), (C) et (D) ci-dessous :

$$\begin{array}{llll} (A) \begin{cases} 3|x| + 4y^2 = 25 \\ 2|x| - y^2 = 2 \end{cases} & (B) \begin{cases} \frac{3}{x} + 4\sqrt{y} = 25 \\ \frac{2}{x} - \sqrt{y} = 2 \end{cases} & (C) \begin{cases} 9x + 8y = 25 \\ 6x - 2y = 2 \end{cases} & (D) \begin{cases} 3x - 4y^2 = 25 \\ 2x + y^2 = 2 \end{cases} \end{array}$$

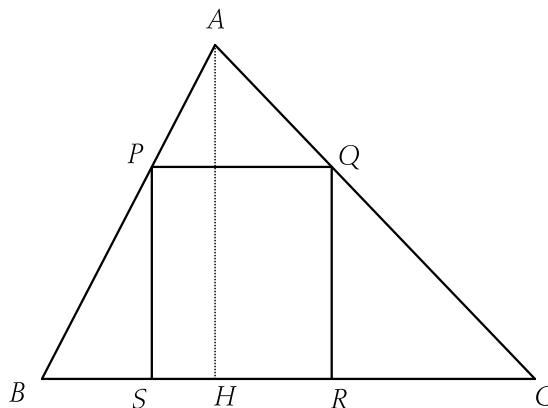
**EXERCICE 4**

Soit  $x$  et  $y$  les dimensions d'un rectangle et 20 son périmètre. Si l'on augmente la longueur de 2 cm et qu'on diminue la largeur de 1 cm, l'aire du rectangle ne change pas.

Calculer  $x$  et  $y$

**EXERCICE 5**

On se donne un triangle ABC tel que  $BC = 8$  cm,  $AH = 6$  cm où H est le projeté orthogonal de A sur [BC].

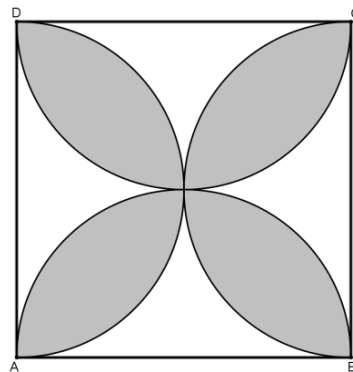


On place un point R sur [BC] et on construit un rectangle PQRS comme indiqué sur la figure. Le périmètre de PQRS est 13 cm. Déterminez les longueurs  $x$  et  $y$  des côtés du rectangle.

### EXERCICE 6

Soit le carré ABCD de côté 2 à l'intérieur duquel on a tracé les demi-cercles de diamètres respectifs [AB], [BC], [CD] et [DA].

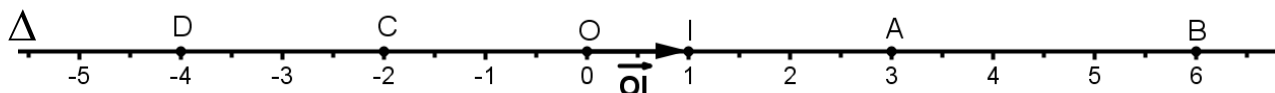
Trouver l'aire de la partie grise et celle de la partie blanche



### ACTIVITÉS DANS UN REPÈRE

### EXERCICE 7

On considère la droite  $\Delta$  muni du repère  $(O, \overrightarrow{OI})$ . A, B, C et D quatre points de  $\Delta$



1-Calculer les mesure algébriques  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  et  $\overline{CD}$  puis calculer les distances AB, AC et CD

2-Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\overrightarrow{CD}$  en fonction du vecteur  $\overrightarrow{OI}$

3-Trouver l'abscisse  $x_M$  du point M tel que  $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{DB}$

4-Calculer les abscisses des points O, I, A, B, C, D et M dans le repère  $(O, \overrightarrow{OA})$

### EXERCICE 8

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ , on considère les points  $A(4; -2)$ ,  $B(-4; -1)$ ,  $C(2; 8)$  et  $H(-2; 2)$ .

1. Faire une figure et montrer que les points B, C et H sont alignés.

2. a. Calculer les distances AH, BH et AB.

b. Démontrer que le triangle AHB est rectangle en H.

3. Calculer l'aire du triangle ABC.

### EXERCICE 9 (Tous les résultats devront être justifiés par calcul)

Placer dans un repère orthonormée les points  $A(0; 1)$ ,  $B(4; 3)$  et  $C(-2; 5)$ .

1. Quelle est la nature du triangle ABC ?

2. Quelles doivent être les coordonnées de D pour que ABDC soit un carré ? Placer D.

3. Montrer que I, le milieu de [AB], appartient au cercle de centre C et de rayon 5. Placer I.

4. Soit les points  $E(2000; 1000)$  et  $F(2000; 1001)$ . Lequel de ces deux points appartient à la droite (AB) ?

5. Soit  $G(3996; 2004)$  et  $H(3996; 2005)$ . Laquelle des droites (CG) ou (CH) est parallèle à la droite (AB) ?

### EXERCICE 10

Soit ABCD un carré, E le milieu de [AB], F le milieu de [AD]. On pose  $AE = 1$ .

1-Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E et F dans

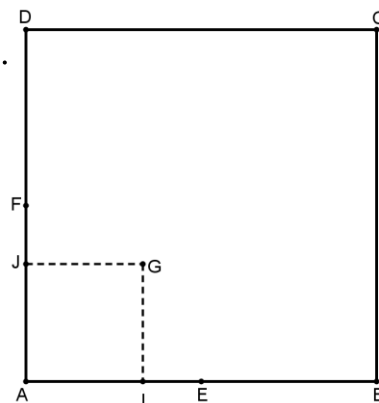
le repère  $(A; \overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AF})$

2. a donner les composantes du vecteur  $\overrightarrow{BF}$ .

b. Soit  $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ . Montrer que G appartient à la droite (BF).

3. Montrer que les points D, E et G sont alignés.

4. Que représente G pour le triangle ABD ? Justifier.



### EXERCICE 11

Soit ABCD un carré. les triangles ABE et BCF sont équilatéraux

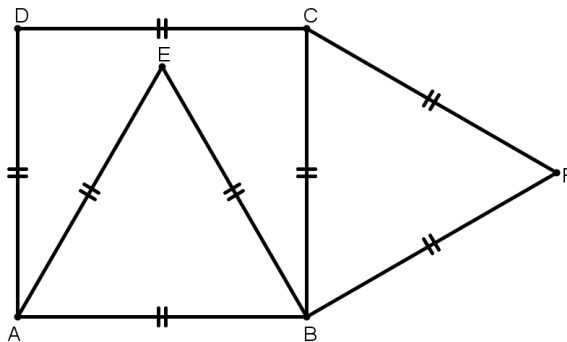
Le plan est munie du repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

1-Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{AE}$  et  $\overrightarrow{AF}$  en fonction des Vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$

2-Donner les coordonnées des points D, E et F dans

Le repère  $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD})$

3-Montrer que les points D, E et F sont alignés



### EXERCICE 12

Le plan est rapporté a un repère orthonormé  $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$  On donne  $A(-1;4)$  ,  $B(-4;-2)$  et  $C(1;0)$

1-Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme

2-Calculer les coordonnées du point M intersection des diagonales de ABCD

3-Soit le point  $E(6;2)$  .Montrer que les points B , C et E sont alignés

4-Soit le point  $F(-7;4)$  .Montrer que  $(BF)$  est parallèle a  $(AC)$  et que  $(AF)$  est parallèle a  $(OI)$

5-Soit G le point défini par  $3\overrightarrow{GE} + 4\overrightarrow{GF} = \vec{0}$  . Montrer que les points E,G et F sont alignés

6-Calculer les coordonnées du point G

7-Montrer que G appartient a la droite  $(AB)$

### EXERCICE 13

Le plan est rapporté a un repère orthonormé  $(O, \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$

EFG est un triangle et K le milieu de  $[FG]$

$[GH]$  est un hauteur au triangle EFG issue de G ( figure 2)

1-Par une lecture graphique donner les coordonnées des points E , F et G et K

2-Exprimer les vecteurs  $\overrightarrow{OF}$  et  $\overrightarrow{OG}$  en fonction des Vecteurs  $\overrightarrow{OI}$  et  $\overrightarrow{OJ}$

3- Montrer que le triangle EFG est isocèle en E

4- a- Vérifier que  $EK = 4\sqrt{5}$

b- En déduire que l'aire  $\mathcal{A}$  du triangle EFG est  $\mathcal{A} = 20$

c- Montrer que  $GH = \frac{8\sqrt{85}}{17}$

5- Soit le point  $M(a,b)$ . Déterminer a et b pour que le quadrilatère EFGM soit un parallélogramme .

