Série d'exercices *** 1^{ère} Année ACTIVITE NUMERIQUE II

Lycée Secondaire Ali Zouaoui "Hajeb Laayoun"

Racines carrés:

Pour tous réels positifs a et b on a :	$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
Quel que soit $a \in \mathbb{R}_+$ et $b \in \mathbb{R}_+^*$ on a :	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$
Pour tout réel a on a :	$\sqrt{a^2} = a $

Puissances:

Pour tous réels non nuls a et b et tous entiers n et m , on a :						
$a^n \times a^m = a^{n+m}$	$\left(a^{n}\right)^{m}=a^{n\times m}$	$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\left(\frac{1}{a}\right)^n = a^{-n}$	$(a \times b)^n = a^n \times b^n$	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	

Comparaisons:

Pour tout réel strictement positif a, on a:			
Si $0 < a < 1$ alors $a^2 < a < \sqrt{a} < 1 < \frac{1}{a}$	Si $a > 1$ alors $a^2 > a > \sqrt{a} > 1 > \frac{1}{a}$		

Exercice N°01:

1- Ecrire sans valeur absolu :
$$X = |3 - \pi| + \left| \frac{4}{\pi} - 1 \right| + \left| \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \right|$$

2- Soient
$$x$$
 et y deux réels tels que $1 < x < 2$ et $-3 < y < 1$

Encadrer les réels :
$$\frac{x}{y+4}$$
 ; $\frac{x+2}{x+1}$ et $\frac{y+1}{y-1}$.

3-Simplifier
$$2\sqrt{54} - 2\sqrt{24} - \sqrt{150} + \sqrt{6}$$

Exercice N°02:

Calculer
$$A = \frac{\frac{1}{101}}{\frac{10101}{10101}}$$

$$\frac{1}{10101}$$

Exercice N°03:

1- Ecrire les inverses des nombres suivants sans radical au dénominateur :

$$1-\sqrt{3}$$
 ; $\sqrt{7}-\sqrt{6}$; $2\sqrt{2}-\sqrt{7}$

2- D'une manière général , déterminer l'inverse de $\sqrt{n+1}-\sqrt{n}$; $n\in\mathbb{N}$

3- Simplifier
$$S = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{99}+\sqrt{100}}$$

Exercice N°04:

1- Calculer et simplifier:

$$A = (3 - 2\sqrt{5})(3 + 2\sqrt{5})$$
; $B = \sqrt{3 + \sqrt{3}} \times \sqrt{3 - \sqrt{3}}$; $C = 3\sqrt{20} + \frac{1}{3}\sqrt{45} - 2\sqrt{80}$

$$D = \frac{2}{3\sqrt{2} - 4} + \frac{2}{3\sqrt{2} + 4} \quad ; \quad E = \sqrt{18} \times \sqrt{\sqrt{65} - \sqrt{1}}$$

- 2- Calculer $F = a^3 \times (b^{-4})^{-2}$ sachant que $a = 10^{-2}$ et $b = 10^3$
- 3- Simplifier:

$$G = \sqrt{40} - \sqrt{160} + 2\sqrt{250}$$
; $H = \sqrt{1 + \sqrt{4 + \sqrt{25}}}$; $I = \sqrt{45}\sqrt{\frac{22}{20}}\sqrt{\frac{18}{11}}$

Exercice N°05:

Soit
$$A = (a+1)^2 - (a-1)^2$$
 avec $a \in \mathbb{R}$

- 1- Simplifier A
- 2- En déduire la valeur de $B = 100001^2 99999^2$

Exercice N°06:

- 1- Montrer que $(3-2\sqrt{2})^{18} \times (3+2\sqrt{2})^{20} = (3+2\sqrt{2})^{2}$
- 2- Calculer $(2\sqrt{6}-5)^{13} \times (2\sqrt{6}+5)^{15}$
- 3- Déterminer l'entier relatif x dans chacun des cas suivants :
- a) $10^{3x+2} \times (10^{-3})^2 = 1$

b)
$$2^{-6} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-3x} \times 3^6 = 1$$

Exercice N°07:

- 1- Ecrire $A = \frac{5 \sqrt{11}}{5 + \sqrt{11}}$ avec un dénominateur entier.
- 2- On donne les ensembles suivants :

$$B = \{x \in \mathbb{R} / -2 \le x \le -1\} \ ; \ C = \{y \in \mathbb{R} / 3 \le y \le 1\} \ \text{et} \ D = \{x \in \mathbb{R} / |x - 2| \le 3\}$$

- a) Ecrire B; C et D sous forme d'intervalles.
- b) Encadrer -3x; x^{2} ; x + y; x 2y et 3y x

Exercice N°08:

1- Ecrire à l'aide des intervalles les ensembles suivants :

$$A = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x + 1| \ge -1 \right\} \quad ; \quad B = \left\{ x \in \mathbb{R} \text{ tel que } |x - \sqrt{2}| < \frac{3}{2} \right\}$$

2- Déterminer :
$$]-\infty,2] \cap [-5,+\infty[$$
 ; $]-2\sqrt{3},\frac{1}{2} \Big[\cap \Big[\frac{1}{2},6\Big]$; $\Big[-15,\frac{5}{7}\Big] \cap [3,+\infty[$ $]-\infty,2] \cup [-5,+\infty[$; $\Big[-2\sqrt{3},\frac{1}{2}\Big] \cup \Big[\frac{1}{2},6\Big]$; $\Big[-15,\frac{5}{7}\Big] \cup [-3,+\infty[$