SERIE D'EXERCICES N°2

Exercice N°1

Soit ABC un quadrilatère convexe , I le milieu de la diagonale [AC] .

La parallèle à (BC) menée par I coupe [AB] en E .

La parallèle à (CD) menée par I coupe [AD] en F .

1 – Dans le triangle ABC montrer que E est le milieu de [AB] .

2 – Montrer que : (EF) // (BD) .

Exercice N°2

Soient ABCD un parallélogramme de centre O , AB = 6cm , BC = 5cm et E le point de [BC] tel que : BE = 2cm .

La parallèle à (AC) passant par E coupe (AB) en F et la parallèle à (BD) passant par E coupe (CD) en G .

1 – Calculer : BF , DG

2 – Montrer que O est le milieu de [FG] .

Exercice N°3

Soient ABC un triangle , [Ax) la bissectrice intérieure de $B\hat{A}C$ coupant [BC] en D. La parallèle à [Ax) menée par C coupe (AB) en E .

1 – Montrer que : $C\hat{A}D = A\hat{C}E$ et $B\hat{A}D = A\hat{E}C$

2 – En déduire que ACE est un triangle isocèle .

3 – Comparer les rapports $\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{DC}}$ et $\frac{\mathrm{AB}}{\mathrm{AE}}$.

4 – En déduire que : $\frac{\mathrm{DB}}{\mathrm{AB}} = \frac{\mathrm{DC}}{\mathrm{AC}}$

Exercice N°4

Soient ABC un triangle, I le milieu de [BC] , M un point de la médiane [AI] .

La parallèle à (AB) menée par M coupe (BC) en D et la parallèle à (AC) menée par M coupe (BC) en E .

1 – Dans le triangle ABI montrer que : $\frac{\mathrm{ID}}{\mathrm{IB}} = \frac{\mathrm{IM}}{\mathrm{IA}}$

2 – Compare $\frac{\mathrm{ID}}{\mathrm{IB}}$ et $\frac{\mathrm{IE}}{\mathrm{IC}}$; en déduire que I est le milieu de [DE] .

3 – Supposons que M est le centre de gravité de ABC .

a – Montrer que : $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BI}} = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ et en déduire que : $\frac{\mathrm{BD}}{\mathrm{BC}} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}$.

b – Evaluer $\frac{\mathrm{CE}}{\mathrm{CB}}$

c – Montrer que : BD = DE = EC .

(***Indication*** : Si ABC est un triangle tel que $[AI]$ sa médiane et G son centre de gravité

alors : $AG = \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}} AI$)

Exercice N°5

Dans un parallélogramme ABCD on mène par A une sécante qui coupe (BD) en M , (DC) en Q et (BC) en P .

1 – Comparer les rapports : $\frac{\mathrm{MB}}{\mathrm{MD}}$ et $\frac{\mathrm{MA}}{\mathrm{MQ}}$ puis $\frac{\mathrm{MB}}{\mathrm{MD}}$ et $\frac{\mathrm{MP}}{\mathrm{MA}}$.

2 – Montrer que : $\mathrm{MA}^{\mathbf{2}} = \mathrm{MP} \times \mathrm{MQ}$.

Exercice N°6

Dans un triangle ABC on mène les hauteurs : [BD] et [CE] et dans le triangle AED on mène les hauteurs : [DF] et [EG] .

1 – Comparer les rapports : $\frac{\mathrm{AE}}{\mathrm{AB}}$ et $\frac{\mathrm{AG}}{\mathrm{AD}}$ puis $\frac{\mathrm{AD}}{\mathrm{AC}}$ et $\frac{\mathrm{AF}}{\mathrm{AE}}$.

2 – En déduire l'égalité : $AD \times AE = AB \times AG = AC \times AF$.

3 – Montrer que : (FG) // (BC)