Fonction affine 1

Fonction affine

fonction affine sur quadrillage

1° *Pour répondre à cette question, on utilise le quadrillage, aucune justification n'est demandée.*
Tracer la droite (d) parallèle à la droite (AB) et passant par le point O.
La droite (d) représente une fonction f, compléter : $x \mapsto f(x) =$...................... .

En utilisant le résultat précédent, indiquer la fonction g représentée par la droite (AB), compléter :
$x \mapsto g(x) =$...................................

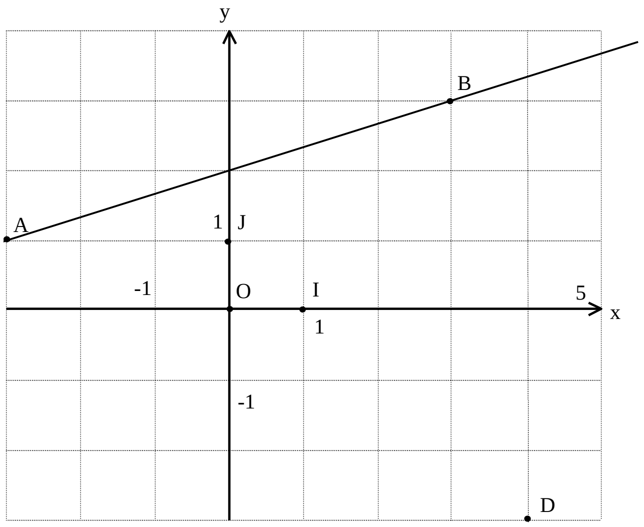
2°
On considère la fonction affine h définie par : $x \mapsto h(x) = -0{,}5x - 1$.
Le point $D(4;-3)$ est-il sur la droite représentant h ? (justifier).

Le point $E(24;-12)$ est-il sur la droite représentant h ? (justifier).

Compléter le tableau (indiquer les calculs)

x	-2	
$h(x) = -0{,}5x - 1$		-3

Tracer la droite (H) représentant la fonction h sur le quadrillage.



CORRIGE

1° $x \mapsto f(x) = \frac{1}{3}x$

$x \mapsto g(x) = \frac{1}{3}x + 2$

2°
$4 \mapsto h(4) = -0{,}5 \times 4 - 1 = -3$
l'ordonnée -3 de D est l'image de son abscisse 4 par la fonction h, donc D est sur la droite représentant h.
$24 \mapsto h(24) = -0{,}5 \times 24 - 1 = -13 \neq -12$
l'ordonnée -12 de E n'est pas l'image de son abscisse 24 par la fonction h, donc E n'est pas sur la droite représentant h.

x	-2	4
h(x)	$-0{,}5 \times (-2) - 1$ $= 1 - 1 = 0$	$-3 = -0{,}5x - 1$ $-3 + 1 = -0{,}5x$ $-2 = -0{,}5x$ $x = \frac{-2}{-0{,}5} = 4$

La droite (H) passe par les points dont les coordonnés figurent dans le tableau.

location de disquettes

I

Nombre de disquettes louées	0	100	5	x disquettes louées
Coût au Tarif A				en fonction de x
Coût au Tarif B				en fonction de x

Un club d'informatique propose deux tarifs d'abonnements pour la location de disquettes:
Tarif A: 16F pour la location de chaque disquette.
Tarif B: 300F d'abonnement plus 12F pour la location de chaque disquette.

1° Compléter le tableau ci-dessus, en indiquant les calculs dans les cases.

2 Sur le même graphique, représenter le coût des tarifs A et B en fonction du nombre de disquettes louées. On prendra: 1 cm pour représenter 5 disquettes sur l'axe des abscisses(horizontalement) et 1 cm pour représenter 100F sur l'axe des ordonnées(verticalement), on limitera le nombre des disquettes louées à 100. (disposer la feuille de papier millimétré dans la longueur).

3 Résoudre les équations et les inéquations par le calcul, vérifier à l'aide du graphique:

Tarif A=384F	Tarif B=1020F	Tarif A>Tarif B

CORRIGE

I 1

Nombre de disquettes louées	0	100	5	x
Coût au Tarif A	0	$16\times100=1600$	$5\times16=80$	16x
Coût au Tarif B	300	$300+12\times100=1500$	$300+5\times12=360$	12x+300

2 *Disposer la feuille de papier dans la longueur, respecter les échelles, utiliser les valeurs calculées dans le tableau.*

3

Tarif A=384F	Tarif B=1020F	Tarif A>Tarif B
$16x = 384$ $x = \frac{384}{16}$ $x = 24$	$12x+300=1020$ $12x=1020-300$ $x = \frac{720}{12}$ $x=60$	$16x>12x+300$ $16x-12x>300$ $4x>300$ $x > \frac{300}{4}$ $x>75$

variante du précédent

I

Un club d'informatique propose deux tarifs d'abonnements annuels pour la location de disquettes:

Nombre de disquettes louées	0	80	1	x disquettes louées
Coût au Tarif A				en fonction de x
Coût au Tarif B				en fonction de x

Tarif A: 15F pour la location de chaque disquette.
Tarif B: 250F d'abonnement annuel plus 10F pour la location de chaque disquette.

1° Compléter le tableau ci-dessus, en dernière colonne, indiquer le coût total en fonction du nombre x de disquettes louées.

2 Sur le même graphique, représenter successivement le coût des tarifs A et B en fonction du nombre de disquettes louées. On prendra: 1 cm pour représenter 5 disquettes sur l'axe des abscisses (horizontalement) et 1 cm pour représenter 100F sur l'axe des ordonnées(verticalement), on limitera le nombre des disquettes louées à 80.

3 Résoudre les équations et les inéquations par le calcul, vérifier à l'aide du graphique:

Tarif A=255F	Tarif B=410F	Tarif A<Tarif B

CORRIGE

1°

Disquettes louées	0	80	1	x
Coût au Tarif A	0	$80\times15=1200$	15	15x
Coût au Tarif B	250	$250+10\times80=1050$	250+10=260	10x+250

2 *respecter les échelles, utiliser les valeurs calculées dans le tableau.*

3

Tarif A=255F	Tarif B=410F	Tarif A<Tarif B
$15x=255$ $x = \frac{255}{15}$ $x=17$	$10x+250=410$ $10x=410-250$ $10x<160$ $x = \frac{160}{10}$ $x=16$	$15x<10x+250$ $15x-10x<250$ $5x<250$ $x < \frac{250}{5}$ $x<50$

Tarif de ciné-club

Problème

Dans une ville de la région, un cinéma de type "ciné-club" propose 2 tarifs annuels T1 et T2.
T1: simple spectateur.
Pour chaque séance, on paie 30F.
T2: membre actif.
On achète une carte de membre actif que coûte 50F et ensuite on paie 22F par séance.

1° Si, dans l'année, on va au cinéma 6 fois, combien dépense-t-on avec le tarif T1 ? avec le tarif T2 ?

2° a) On appelle s le prix en F payé pour x séances avec la formule T1. Ecrire s en fonction de x.
b) On appelle a le prix de F payé pour x séances avec la formule T2. Ecrire a en fonction de x.

3° Dans le plan muni d'un repère orthogonal, représenter la somme dépensée en fonction du nombre de séances pour le tarif T1, puis pour le tarif T2.
On prendra sur l'axe des abscisses 1 cm pour représenter une séance et sur l'axe des ordonnées 1 cm pour représenter vingt francs.

4° Marie prévoit d'assister à 4 séances dans l'année.
En utilisant le graphique, déterminer le tarif le plus avantageux pour elle.

5° Résoudre l'inéquation $22x + 50 < 30x$.
à partir de quel nombre de séances le tarif T2 est-il plus avantageux ?

CORRIGE
1° avec le tarif T1 6×30=180F. Avec le tarif T2 50+22×6=182F.
2°a) s=30x b) a=50+22x
3° *utiliser des points éloignés afin de tracer les droites avec précision, par exemple:*

x	0	8	15
s(x)	0	240	450
a(x)	50	226	380

4 *Tracer sur le graphique la droite d'abscisse 4.* Graphiquement le tarif le plus avantageux est T1.
5°a) L'inéquation correspond à : $T2 < T1$

$$22x + 50 < 30x$$
$$50 < 30x - 22x$$
$$50 < 8x$$
$$x > \frac{50}{8} = 6{,}25$$

à partir de 7 séances, T2<T1, donc le tarif T2 est le plus avantageux.

variante tarifs sans graphique

Dans une ville de la région, un cinéma de type "ciné-club" propose 2 tarifs annuels T1 et T2.

T1: simple spectateur : pour chaque séance, on paie 30F.
T2: membre actif : on achète une carte de membre actif que coûte 50F et ensuite on paie 22F par séance.
1°
Si, dans l'année, on va au cinéma 6 fois, combien dépense-t-on avec le tarif T1? avec le tarif T2?
2°
x est le nombre de séances :
a) Ecrire en fonction de x le prix payé avec le tarif T1.
b) Ecrire en fonction de x le prix payé avec le tarif T2.
3°
Etienne dit avoir payé 172 F dans l'année au tarif T2. Est-ce possible ?
4°
Résoudre l'inéquation $T2 < T1$en fonction du nombre de séances x.
à partir de quel nombre de séances le tarif T2 est-il plus avantageux ?
CORRIGE
1°
avec le tarif T1 : 6×30=180F. Avec le tarif T2 : 50+22×6=182F.
2°
a) 30x b) 50+22x
3°

$$T2 = 172$$
$$50 + 22x = 172$$
$$22x = 172 - 50$$
$$22x = 122$$
$$x = \frac{122}{22} \approx 5{,}55 \text{ F}$$

le nombre de séances n'est pas un nombre entier, Etienne se trompe.
4°

$$T2 < T1$$
$$22x + 50 < 30x$$
$$50 < 30x - 22x$$
$$50 < 8x$$
$$x > \frac{50}{8} = 6{,}25$$

à partir de 7 séances, T2<T1, donc le tarif T2 est le plus avantageux.

affine équation périmètre triangle Thalès

variante triangle rectangle ci-dessous
I
Dessiner un triangle ABC tel que $AB = 10$ cm $BC = 9$ cm et $AC = 5$ cm .
2° M est un point quelconque du segment [AB].
La parallèle à la droite (BC) menée par M coupe la droite (AC) en S.
a) Trouver deux quotients égaux à $\frac{AM}{AB}$. Justifier les réponses.

b) On pose $AM = x$, (donc $0 \le x \le 10cm$ et $\frac{AM}{AB}$ s'écrit $\frac{x}{10}$ Exprimer en fonction de x les longueurs MS et AS.

c) Exprimer MB et SC en fonction de x.

3° a) Etablir que le périmètre du triangle AMS est $y_1 = 2{,}4x$, et que le périmètre du trapèze MSCB est $y_2 = 24 - 0{,}6x$.

b) Compléter le tableau :

x	0	5	10
$y_1 = 2{,}4x$			
$y_2 = 24 - 0{,}6x$			

Représenter y_1 et y_2 en fonction de x dans un repère (O,I,J) où l'unité est le cm et l'origine O placée au coin inférieur gauche de la feuille de papier millimétré placée verticalement (car toutes les valeurs sont positives).

c) Calculer x tel que $y_1 = y_2$.

Indiquer clairement la solution sur le graphique. Quelle est alors la mesure des périmètres de AMS et de MSCB?

d) Calculer x tel que $2y_1 = y_2$.

Indiquer clairement la solution sur le graphique. Quelle est alors la mesure des périmètres de AMS et de MSCB?

CORRIGE

I

1° *Contrôler le dessin en relisant soigneusement l'énoncé.*

2°

a) (MS) / /(BH) donc, d'après l'énoncé de Thalès:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MS}{BC} = \frac{AS}{AC}.$$

b)

$$\frac{x}{10} = \frac{MS}{9} = \frac{AS}{5}$$

$$MS = \frac{9}{10}x = 0{,}9x$$

$$AS = \frac{5}{10}x = 0{,}5x$$

c)

$$MB = AB - AM = 10 - x$$

$$SC = AC - AS = 5 - 0{,}5x$$

3° a)

$$y_1 = AM + MS + AS$$
$$y_1 = x + 0{,}9x + 0{,}5x$$
$$y_1 = 2{,}4x$$

$$y_2 = MS + CS + CB + MB$$
$$Y_2 = 0{,}9x + 5 - 0{,}5x + 9 + 10 - x$$
$$y_2 = 24 - 0{,}6x$$

b

x	0	5	10
$y_1 = 2{,}4x$	0	12	24
$y_2 = 24 - 0{,}6x$	24	21	18

reporter les points du tableau sur une grande feuille de papier millimétré. . Les deux graphiques sont compris entre les droites d'équation $x = 0$ *et* $x = 10$.

c)

$$y_1 = y_2$$
$$2{,}4x = 24 - 0{,}6x$$
$$2{,}4x + 0{,}6x = 24$$
$$3x = 24$$
$$x = \frac{24}{3} = 8 \text{ cm}$$

A l'intersection des droites sur le graphique indiquer $y_1 = y_2$

Périmètres de AMS et de MSCB:

$$y_1 = y_2 = 2{,}4 \times 8 = 19{,}2 \text{ cm}$$

d)

$$2y_1 = y_2$$
$$2 \times 2{,}4x = 24 - 0{,}6x$$
$$4{,}8x + 0{,}6x = 24$$
$$5{,}4x = 24$$
$$x = \frac{24}{5{,}4} = \frac{40}{9} \approx 4{,}4 \text{ cm}$$

Tracer la droite d'équation $x = \dfrac{40}{9}$ *elle coupe les deux droites aux points cherchés.*

Périmètre de AMS:

$$y_1 = 2{,}4 \times \frac{40}{9} = \frac{32}{3} \text{ cm}$$

Périmètre de MSCB:

$$y_2 = 24 - 0{,}6 \times \frac{40}{9}$$

$$y_2 = \frac{72}{3} - \frac{8}{3} = \frac{64}{3} \text{ cm}$$

4°

Trigo, Pythagore affine équation aire triangle

1° Construire un triangle ABC tel que: $AB = 6{,}3\text{cm}$, $BC = 10{,}5\text{cm}$ et $AC = 8{,}4\text{cm}$.
Montrer que ce triangle est rectangle en A.
A l'aide des longueurs des côtés du triangle ABC, calculer $\cos\widehat{ACB}$ et $\sin\widehat{ACB}$.

2° Soit M un point quelconque du segment [AC].
On note $x = MC$. Dire pourquoi $0 \le x \le 8{,}4$ cm

Par M on mène la perpendiculaire à la droite (CB), elle coupe le segment [CB] en H (donc $(MH)\perp(BC)$).

En remarquant que $\widehat{HCM} = \widehat{ACB}$, et en utilisant les côtés du triangle CMH, exprimer $\cos\widehat{ACB}$, démontrer que $CH = 0{,}8MC = 0{,}8x$

Exprimer de même $\sin\widehat{ACB}$, démontrer que $MH = 0{,}6MC = 0{,}6x$.

3° a) Montrer que le périmètre y_1 du triangle CMH est $y_1 = 2{,}4x$,

et que le périmètre y_2 du quadrilatère ABHM est $y_2 = 25{,}2 - 1{,}2x$.

b) Compléter le tableau suivant (unité le cm)

x	0	8,4	4
$y_1 = 2{,}4x$			
$y_2 = 25{,}2 - 1{,}2x$			

Représenter graphiquement y_1 et y_2 (unités 1 cm pour 1 cm).
Utiliser une feuille de papier millimétré disposée dans la hauteur, l'origine des coordonnées au coin gauche et en bas de la feuille)
c) Calculer x tel que $y_1 = 12$ cm.

d) Calculer x tel que $y_1 = y_2$

e) Indiquer clairement sur le graphique chacune des solutions trouvées en c) et d).

4°
a) Montrer que l'aire S du triangle CMH en fonction de x est : $0{,}24x^2$.
Déterminer x tel que $S = 3{,}84 \text{ cm}^2$.
b) Calculer l'aire du triangle ABC.
Calculer x pour que l'aire S du triangle CMH soit égale à la moitié de l'aire du triangle ABC. Que peut-on dire alors de l'aire du triangle MCH et de l'aire du quadrilatère ABHM ?

CORRIGE
II
1° *utiliser le compas, laisser les traits de construction.*
On calcule:
$BC^2 = 10{,}5^2 = 110{,}25$
$AB^2 + AC^2 = 6{,}3^2 + 8{,}4^2 = 110{,}25$
Donc $BC^2 = AB^2 + AC^2$
D'après la réciproque de l'énoncé de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

$$\cos\widehat{ACB} = \frac{AC}{BC} = \frac{8{,}4}{10{,}5} = 0{,}8 \text{ et } \sin\widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{6{,}3}{10{,}5} = 0{,}6.$$

2° *Utiliser l'équerre*
$M \in [AC]$ donc $0 \le CM \le AC$, $0 \le x \le 8{,}4$ cm
Le triangle HMC est rectangle en H, par définition:

$\cos\widehat{ACB} = \dfrac{CH}{MC}$ $\qquad$ $\sin\widehat{ACB} = \dfrac{MH}{MC}$

$0{,}8 = \dfrac{CH}{MC}$ $\qquad$ $0{,}6 = \dfrac{MH}{MC}$

$CH = 0{,}8MC = 0{,}8x$ $\qquad$ $MH = 0{,}6MC = 0{,}6x$

3°

a) $y_1 = CM + MH + CH$
$y_1 = x + 0{,}6x + 0{,}8x$
$y_1 = 2{,}4x$

$y_2 = AB + BH + HM + AM$
$y_2 = 6{,}3 + (10{,}5 - 0{,}8x) + 0{,}6x + (8{,}4 - x)$
$y_2 = 25{,}2 - 1{,}2x$

b) 0<*x<8,4 cm, y_1 et y_2 sont positifs donc on place l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille de papier millimétré disposée verticalement car y_2 peut valoir 25,2.*
y_1 et y_2 sont deux droites dont on détermine deux points *(ou trois par précaution).*

x	0	8,4	4
$y_1 = 2{,}4x$	0	20,16	9,6
$y_2 = 25{,}2 - 1{,}2x$	25,2	15,12	20,4

On place les points sur le graphique et on trace les droites associées à y_1 *et à* y_2

c)
$y_1 = 12$ cm
$2{,}4x = 12$
$x = \dfrac{12}{2{,}4}$
$x = 5$

d)
$y_1 = y_2$
$2{,}4x = 25{,}2 - 1{,}2x$
$2{,}4x + 1{,}2x = 25{,}2$
$3{,}6x = 25{,}2$
$x = \dfrac{25{,}2}{3{,}6} = 7$

e) *Marquer clairement les points solution*

4° a)

$S = \dfrac{CH \times MH}{2}$
$S = \dfrac{0{,}8x \times 0{,}6x}{2}$
$S = 0{,}24x^2$

$S = 3{,}84$ cm^2
$0{,}24x^2 = 3{,}84$
$x^2 = \dfrac{3{,}84}{0{,}24} = 16$.
Solutions:
$x = 4$ ou $x = -4$

Seule la solution positive 4 cm répond à la question.

b)

$\text{AireABC} = \dfrac{AB \times AC}{2}$
$= \dfrac{6{,}3 \times 8{,}3}{2} = 26{,}46$ cm^2

Equation :
$0{,}24x^2 = \dfrac{26{,}46}{2}$
$x^2 = \dfrac{26{,}46}{0{,}24 \times 2} = \dfrac{441}{8}$
$x^2 = \dfrac{21^2}{2 \times 2^2} = \dfrac{1}{2} \times \left(\dfrac{21}{2}\right)^2$

l'équation admet deux solutions : $\dfrac{21}{2\sqrt{2}}$ et $-\dfrac{21}{2\sqrt{2}}$, x est une longueur donc x est positif : seule la solution $\dfrac{21}{2\sqrt{2}} \approx 7{,}4$ cm est solution du problème. Pour $x = \dfrac{21}{2\sqrt{2}}$, l'aire du triangle MCH et l'aire du quadrilatère ABHM sont égales.

Affine triangle Thalès Pythagore réduction

ABH est un triangle tel que $AB = 10$cm $BH = 8$cm et $AH = 6$cm
1° M est un point quelconque du segment [AB].
La parallèle à la droite (BH) menée par M coupe le droite (AH) en S.
a) Trouver deux quotients égaux à $\dfrac{AM}{AB}$. Justifier les réponses.
b) On pose $AM = x$ (donc $0 \le x \le 10$cm). Exprimer en fonction de x les longueurs MS et AS.
c) Exprimer MB et SH en fonction de x.
2° a) Etablir que le périmètre du triangle AMS est $y_1 = 2{,}4x$, et que le périmètre du trapèze MSHB est $y_2 = 24 - 0{,}8x$.
b) Compléter le tableau (indiquer les calculs):

x	0	5	10
$y_1 = 2{,}4x$			
$y_2 = 24 - 0{,}8x$			

Représenter y_1 et y_2 en fonction de x dans un repère (O,I,J) où l'unité est le cm et l'origine O placée en bas et à gauche (toutes les valeurs sont positives).
c) Calculer x tel que $y_1 = y_2$. Indiquer clairement la solution sur le graphique. Quelle est alors la mesure des périmètres de AMS et de MSHB ?
3° a)Le triangle ABH est-il rectangle, démontrer la réponse.
Calculer l'aire du triangle ABH
b) Exprimer en fonction de $\dfrac{AM}{AB}$ le quotient $\dfrac{\text{aireAMS}}{\text{aireABH}}$.

Calculer x tel que l’aire de AMS soit la moitié de l’aire de ABH.