

LINEAIRES 1

Affine 3

3 tarifs 3

Celsius, Fahrenheit, Kelvin affine système d'équations 4

LINEAIRES

VI Une voiture consomme 8 litres d'essence aux 100km. Compléter le tableau de proportionnalité en indiquant dans les cases l'opération réalisée:

Nombre de km	100	x	1	350		1000
consommation en litres	8	(en fonction de x)			37,6	

Quel est le coefficient de proportionnalité?

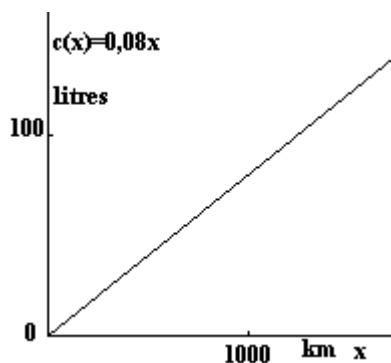
Représenter graphiquement sur une feuille de papier millimétré la consommation d'essence de la voiture en fonction du nombre de km. .

Echelles: en abscisse 1cm représente 100km, en ordonnée 1cm représente 10 litres.

CORRIGE

VI Le coefficient est $0,08 = \frac{8}{100} \text{ l} \times \text{km}^{-1}$

Nombre de km	100	x	1	350	$\frac{37,6}{0,08} = 470$	1000
consommation en litres	8	$\frac{8}{100} x = 0,08x$	$\frac{8}{100} = 0,08$	$0,08 \times 350 = 28$	37,6	$1000 \times 0,08 = 80$



Placer la graduation en km en abscisses (horizontalement) et la graduation en litres en ordonnée. Indiquer les unités. Il est inutile de faire figurer les valeurs négatives.

Applications linéaires

V.1° Compléter le tableau de proportionnalité, compléter la formule et indiquer le calcul du coefficient

x	1,9	45	
y=..... x	1,52		8,16

Représenter l'application linéaire représentée par ce tableau sur la feuille de papier millimétré ci-dessous:

2° Calculer les coefficients des applications linéaires représentées par les droites D et Δ.

Corrigé

V 1°

x	1,9	45	$\frac{8,16}{0,8} = 10,2$
$y = \frac{1,52}{1,9} = 0,8x$	1,52	$45 \times 0,8 = 36$	8,16

Placer le point de coordonnées (1;0,8), ou (1,9;1,52), ou (5;4) et tracer la droite passant par l'un de ces points et l'origine du repère.

2° Chacune des droites a une équation de la forme $y = mx$, en utilisant le point indiqué sur le graphique:

Droite D: $4 = m \times 2$ $m = \frac{4}{2} = 2$ Le coefficient de l'application linéaire représentée par la droite D est 2.

Droite Δ: $-3 = m \times 2$ $m = \frac{-3}{2} = -1,5$. Le coefficient est -1,5.

II

1° Compléter le tableau de proportionnalité, compléter la formule et indiquer le calcul du coefficient

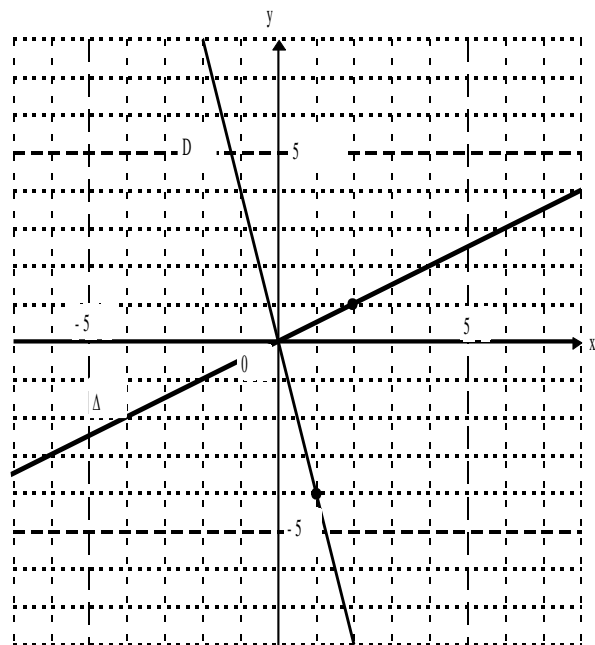
x	5	3,5	
y = x	6		8,16

Représenter sur le quadrillage ci-dessous l'application linéaire définie par ce tableau:

2° En utilisant les points du graphique, calculer les coefficients des applications linéaires représentées par les droites D et Δ et compléter leur équation.

Droite D: $y = \dots\dots\dots x$

Droite Δ: $y = \dots\dots\dots x$



CORRIGE

II 1°

x	5	3,5	$8,16 : 1,2 = 6,8$
$y = \frac{6}{5}x = 1,2x$	6	$3,5 \times 1,2 = 4,2$	8,16

L'application linéaire définie par ce tableau est représentée par la droite passant par le point origine O et le point de coordonnées (6;5).

2° La droite D passe par l'origine et par le point de coordonnées (1;-4) elle représente donc une l'application linéaire d'équation $y = \frac{-4}{1}x = -4x$

De même Δ a pour équation $y = \frac{1}{2}x = 0,5x$.

Une entreprise fait une remise de 15% sur tous ses prix.

On appelle x le prix initial (sans remise) et y le prix final (après la remise).

- 1) Exprimer le prix final y en fonction du prix initial x ;
- 2) Sachant que le prix initial $x = 300$ F, calculer le prix final.
- 3) Sachant que le prix final $y = 510$ F, calculer le prix initial.
- 4) On désigne par f la fonction qui à x (le prix initial), associe y (le prix final).

Cette fonction f est-elle linéaire ? Si oui, quel est son coefficient ?

Représenter graphiquement cette fonction f dans un repère en représentant 100 F par 1 cm.

CORRIGE

1)

$$y = x - \frac{15}{100}x$$

$$y = \frac{85}{100}x = 0,85x$$

2)

$$y = 0,85 \times 300 = 255 \text{ F}$$

3)

$$y = 510 \text{ F}$$

$$0,85x = 510$$

$$x = \frac{510}{0,85} = 600 \text{ F}$$

4)

$$f(x) = y = 0,85x, \text{ par définition } f \text{ est linéaire de coefficient } 0,85.$$

La représentation graphique de f est une droite passant par l'origine.

Placer dans le repère (x en abscisse et $f(x)$ en ordonnée) les valeurs trouvées et tracer la droite.

Affine

3 tarifs

Une personne désire organiser son séjour de vacances, elle hésite entre trois solutions :

solution A : séjour dans un « village vacances » facturé 300 F par jour.

solution B : séjour à l'hôtel pour 250 F par jour plus une somme de 500 F versée au jour de la réservation.

solution C : séjour en villa à 6000 F quelque soit la durée du séjour (inférieure à un mois de 30 jours).

a) Calculer pour les solutions A et B la somme dépensée pour un séjour de 8 jours, puis pour un séjour de 21 jours.

b) Exprimer pour les solutions A, B et C la somme $A(x)$, $B(x)$ et $C(x)$ dépensée pour un séjour de x jours (x étant inférieur ou égal à 30 jours).

c) Représenter graphiquement les fonctions A, B et C définies en b) dans le même repère (Placer l'origine du repère en bas et à gauche de la feuille).

On utilisera les échelles suivantes : En abscisse 1 cm représente 2 jours.

En ordonnée 1 cm représente 500 F

d) En utilisant le graphique indiquer quelle est la durée du séjour pour laquelle on paiera le même prix :

en choisissant A ou B.

en choisissant B ou C

Indiquer clairement sur le graphique les points utilisés.

e) Répondre à la question d) par le calcul en utilisant A(x), B(x) et C(x).

CORRIGE

a)

$$A(8) = 300 \times 8 = 2400$$

$$A(21) = 300 \times 21 = 6300$$

$$B(8) = 250 \times 8 + 500 = 2500$$

$$B(21) = 250 \times 21 + 500 = 5750$$

$$b) A(x) = 300x \quad B(x) = 250x + 500 \quad C(x) = 6000$$

c) *Placer le repère, placer des points, par exemple :*

x	0	30
A(x) = 300x	0	9000
B(x) = 250x + 500	500	8000
C(x) = 6000	6000	6000

(On peut placer les points calculer en b) afin de vérifier les tracés)

d) En choisissant A ou B : séjour de 10 jours

En choisissant B ou C : séjour de 22 jours

e)

$$A(x) = B(x)$$

$$300x = 250x + 500$$

$$300x - 250x = 500$$

$$50x = 500$$

$$x = \frac{500}{50} = 10$$

on paiera le même prix en choisissant A ou B pour un séjour de 10 jours.

$$B(x) = C(x)$$

$$250x + 500 = 6000$$

$$250x = 6000 - 500$$

$$250x = 5500$$

$$x = \frac{5500}{250} = 22$$

On paiera le même prix en choisissant B ou C pour un séjour de 22 jours.

Celsius, Fahrenheit, Kelvin affine système d'équations

Degrés Celsius, Fahrenheit et Kelvin.

L'unité de température dans le système métrique est le degré Celsius (°C).

Dans certains pays anglo-saxons l'unité de température est le degré Fahrenheit (°F).

Les scientifiques utilisent aussi le degré Kelvin (°K)

(La température correspond à une « vibration » de la « matière », à $-273,15^{\circ}\text{C} = 0^{\circ}\text{K}$, la matière ne « vibre » plus : aucune température n'est inférieure au « zéro absolu »).

Des applications affines permettent de faire correspondre les échelles de températures..

Le tableau indique les mesures dans chacune de ces trois échelles de deux températures remarquables :

température :	glace fondante	ébullition de l'eau au niveau de la mer
c	0°C	100°C
k	$273,15^{\circ}\text{K}$	$373,15^{\circ}\text{K}$
f	32°F	212°F

1°

a) En utilisant les données du tableau déterminer l'application affine K de la forme $K(c) = k = mc + p$ qui permet de calculer la mesure k en $^{\circ}\text{K}$ d'une température c exprimée en $^{\circ}\text{C}$.

Quel est le taux d'accroissement de cette application ?

b) Mêmes questions pour l'application affine F de la forme $F(c) = f = m'c + p'$ qui permet de calculer la mesure f en $^{\circ}\text{F}$ d'une température c exprimée en $^{\circ}\text{C}$

2°

Sur une feuille de papier millimétré, représenter graphiquement l'application F : unités un millimètre pour un degré sur chaque axe, placer l'origine du repère à cinq centimètres des bords inférieur et gauche de la feuille placée dans le sens vertical.

Trouver et indiquer sur le graphique la température qui est exprimée par le même nombre en $^{\circ}\text{C}$ et en $^{\circ}\text{F}$. Retrouver par une équation cette valeur.

3°

En utilisant les données du tableau déterminer l'application affine C de la forme $C(f) = c = m''f + p''$ qui permet de calculer la mesure c en $^{\circ}\text{C}$ d'une température f exprimée en $^{\circ}\text{F}$ (utiliser les valeurs exactes).

Quel est le taux d'accroissement de cette application ?

Calculer la mesure en $^{\circ}\text{C}$ arrondie au dixième de degré de la température 150°F

Reproduire et compléter le tableau en arrondissant au dixième de degré et sans indiquer les calculs:

$^{\circ}\text{F}$	-50	0	50	100	150	200	250
$^{\circ}\text{C}$							

Un thermomètre est gradué de -50°C à 130°C , chaque degré correspond à un mm.

Dessiner cette graduation, placer sur cette graduation les températures -50°F , 0°F , 50°F , 100°F , 150°F , 200°F et 250°F .

CORRIGE

1° a)

$$\begin{cases} 273,15 = m \times 0 + p \\ 373,15 = m \times 100 + p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 273,15 = p \\ 373,15 = m \times 100 + 273,15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 = p \\ 373,15 - 273,15 = 100m \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 = p \\ m = \frac{100}{100} = 1 \end{cases}$$

K a pour équation $k = c + 273,15$.

Le taux d'accroissement de K est 1.

b)

$$\begin{cases} 32 = m' \times 0 + p' \\ 212 = m' \times 100 + p' \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 = p' \\ 212 = m' \times 100 + 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 = p' \\ 212 - 32 = 100m' \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32 = p' \\ m' = \frac{180}{100} = 1,8 \end{cases}$$

F a pour équation $f = 1,8c + 32$

Le taux d'accroissement de F est 1,8.

2°

Suivre les consignes, c est en abscisse.

Sur le graphique, on observe que la température exprimée par le même nombre en °C et en °F est $\approx -40^\circ$.

soit x la température cherchée, équation :

$$x = 1,8x + 32$$

$$-32 = 1,8x - x$$

$$-32 = 0,8x$$

$$x = \frac{-32}{0,8} = -40$$

Donc $-40^\circ\text{C} = -40^\circ\text{F}$

3°

$$\begin{cases} 0 = m'' \times 32 + p'' & | -1|212 \\ 100 = m'' \times 212 + p'' & | 1|-32 \end{cases}$$

$$100 = -m'' \times 32 + m'' \times 212$$

$$100 = 180m''$$

$$m'' = \frac{100}{180} = \frac{5}{9}$$

$$-3200 = 212p'' - 32p''$$

$$-3200 = 180p''$$

$$p'' = \frac{-3200}{180} = -\frac{160}{9}$$

C a pour équation $f = \frac{5}{9}c + \frac{160}{9}$

Le taux d'accroissement de C est $\frac{5}{9}$

$$C(150^\circ) = \frac{5}{9} \times 150 - \frac{160}{9} \approx 65,6^\circ\text{C}$$

°F	-50	0	50	100
°C	-45,6	-17,8	10	37,8
°F	150	200	250	
°C	65,6	93,3	121,1	

Graduer un segment de -20°C à 150°C . Placer les graduations en °F.