Exercices

Exercice 1

On considère la fonction f définie par f(x)=| 1+2x | – | 4-x | –x

1-Montrer que: f(x)=-2x -5 si $x \in \left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]$.

f (x)=2x-3 si $x \in \left[-\frac{1}{2},4\right]$.

f (x)=5 si $x \in [4,+\infty[$.

2-Résoudre dans R l'équation(x)=0.

3-Représenter graphiquement f dans un repère (o, i, j) .

4-a-Résoudre graphiquement l'équation :

| 1+2x | =x+5+ | 4-x | .

b-Résoudre graphiquement l'équation f (x)=-4

5-Indiquer, suivant les valeurs du paramètre m, le nombre de solutions de l'équation : f(x)=m.

Exercice N°2

Soit f une application affine défini par f(x)=-2x+3.

1-Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

2-Déterminer graphiquement les images de 1,2 et 3 par f, vérifier par le calcul les résultats trouvés.

3- Déterminer graphiquement puis par le calcul les antécédents de 3 et 5.

4- Soit g une application linéaire défini par g(x)=2x.

Soient D la représentation graphique de f et Δ la représentation graphique de g.

Déterminer le point d'intersection de D et Δ.

5-On considère un point E (m+2,3-m).

Déterminer le réel m pour que E appartienne à D.

Exercice N°3

1-Soit x un réel ; $A=x^2-3x+2$ et $B=x-2$; comparer A et B.

2-Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations : $\frac{5}{2}x+\frac{9}{2} > 2x-3$; $(3x-6)(3-x) > 0$.

3-Soit $C(x)=|2x-5|+|-6x+6|$.

a) Ecrire C(x) sans le symbole de la valeur absolue.

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$: l'équation $C(x)=1$.

c) Résoudre dans $\left]\frac{5}{2},+\infty\right[$: l'inéquation $C(x)>13$.

Exercice n° 4

Soit l'application affine $f : IR \mapsto IR$

$$x \rightarrow 2x-3$$

1) Calculer f(2), f(0) et l'antécédent de 3 par f.
2) Tracer la représentation graphique Δ de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
3) Soit M $(2m-1, 3m-2)$.Calculer m pour que M soit un point de Δ.
4) Soit g l'application affine définie sur IR par $g(6) = 2$ et $g(-3) = 5$
   a) Déterminer l'application g puis tracer sa représentation graphique Δ' dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
   b) Les droites Δ et Δ' se coupent en un point K .Calculer les coordonnées de K.
5) Soit h l'application affine dont la représentation graphique est la droite Δ'' passant par le point F (1,- 2) et $\Delta'' // \Delta$. Déterminer l'application h.

Exercice n°5

Résoudre dans IR les équations suivantes :

1. $\frac{2x+2}{5}+\frac{1-2x}{3} = 4-x$, b) $2x - \sqrt{3} = x\sqrt{3} - 2$

c) $(x-3)(2x+5) = x^2-9$, d) $\frac{2(x^2-1)}{x-1} + x(x+1) = 0$.

Exercice n°6

On donne les applications affines f et g définies sur IR par $f(x) = 2x-5$ et

$g(x) = \frac{-3}{2}x + 2$.

1) Construire dans un même repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ les droites Δ_1 et Δ_2 les représentations graphiques respectives de f et g.
2) Déterminer les réels x et y pour que A (2, y) $\in\Delta_1$ et B(x,- 4) $\in\Delta_2$.

3) Δ_1 coupe l'axe des abscisses (x'x) en E .Calculer les coordonnées de E.

4) On pose C(4,3) et D(0,2). Vérifier que C $\in\Delta_1$ et que D $\in\Delta_2$.

5) On pose I = C*D. Calculer les coordonnées de I puis déterminer l'application affine h qui admet comme représentation graphique la droite (BI) .

Exercice n°7

Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $5x + 3\sqrt{3} = 3x\sqrt{3} + 5$.

b) $(x^2-16)^2 = (x+4)^2$

c) $\sqrt{25x^2-20x+4} = \left|x - \frac{3}{2}\right|$.

Exercice n° 8

On donne l'application affine f définie sur IR par $f(x) = \frac{3}{4}x + 5$.

1/ Calculer l'image de $\frac{2}{3}$ par f et l'antécédent de $\frac{1}{2}$ par f puis tracer dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ la représentation graphique $\mathcal{D}$ de f.

2/ La droite $\mathcal{D}$ coupe l'axe des abscisses (x'x) en P. Calculer les coordonnées de P.

3/ On donne M (1,-3) et N (-1,-1).Déterminer l'application affine g qui admet la droite (MN) comme représentation graphique.

4/ Dire pourquoi les droites $\mathcal{D}$ et (MN) sont sécantes ? Puis calculer les coordonnées du point I intersection de $\mathcal{D}$ et (MN).

5/ On pose E (3t – 1, t + 2) ou t$\in$ IR. Calculer t pour que M, N et E soient alignés.

Exercice n°9

A/ On donne un réel x tel que $x\in[-1,2]$.

1°) Donner un encadrement de A = 2x +3 et B =3x–7.

2°) En déduire un encadrement de C = $\frac{2x+3}{3x-7}$.

B/ 1°) Résoudre dans IR les équations suivantes :

a) $(2x+1)(4x-3) + 4x^2 - 1 = 0$, b) $|2x-1| + 3|1-2x| - 8 = 0$.

2°) Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

a) $(2x+1)(3x-6) \geq 0$, b) $\frac{2x+4}{x-2} - 1 \leq 0$.

C/ On donne $A = |2x+4| + |x-2|$.

a) Ecrire A sans le symbole de valeur absolue.
b) Résoudre dans IR l'équation $A = 5$.
c) Résoudre dans IR l'inéquation $A \leq 8$

Exercice n° 10

a) Résoudre dans IR^2 le système suivant : $\begin{cases} 3x - y - 11 = 0 \\ x + 2y + 9 = 0 \end{cases}$

b) En déduire les solutions dans IR^2 de chacun des systèmes suivants :

$\begin{cases} 3|x| - y - 11 = 0 \\ |x| + 2y + 9 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} 3x - |y| - 11 = 0 \\ x + 2|y| + 9 = 0 \end{cases}$

Exercice n° 11

Résoudre dans IR :

a) $\frac{2x+1}{2} + \frac{x-1}{3} < x+1$.

b) $(3x+1)(-2x+4) + (2x-4)(x-5) \leq 0$.

c) $|3x+6| + 2x + 3 = 0$.

Exercice n°12

A/ Résoudre dans IR :

1. $\frac{x-1}{3} + \frac{x-5}{2} \geq \frac{x+3}{6}$.

2. b) $|2x-3| < 5$.

3. $2(x-1)^2 \leq x^2 - 1$.

B/ On donne $A(x) = |2x+4| + |-x+1|$.

a) Ecrire A(x) sans le symbole de valeur absolue.
b) Résoudre dans IR l'équation A(x) = 5.

C/ On donne le système (S) : $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ 2x + y = 4 \end{cases}$

a) Résoudre dans IR^2 le système (S).
b) En déduire l'ensemble des solutions du système (S') : $\begin{cases} 3|x-3| - |y-2| = 5 \\ 2|x-3| + |y-2| = 4 \end{cases}$

Exercice 13

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ $\quad$ $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \mapsto ax + b$ $\quad$ $x \mapsto cx + d$

1) a) Calculer a et b sachant que f (−2)=5 et f(1)=−1.
b) Calculer c et d sachant que g (−5)=−1 et g(3)=7.

c) Représenter graphiquement f et g dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

2) On considère le système (S) : $\begin{cases} y = -2x + 1 \\ y = x + 4 \end{cases}$

a)Déterminer graphiquement la solution du système (S).

b) Résoudre par le calcul, le système (S).

Exercice 14

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1. $\dfrac{x^2}{(x-2)^2 - 9} \geq 0$.
2. $\dfrac{1-2x}{3+x} \leq -1$.

Exercice 15

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$\dfrac{2x-3}{1+x} + \dfrac{3}{x-1} \leq \dfrac{2x^2}{x^2-1}$.

Exercice 16

A l'occasion de la fête de l'Aïd, un père a partagé la somme de 7500 millimes sur ses trois fils.

La part du premier dépasse celle du second de 500 millimes et la part du troisième est le double de celle du deuxième.

Trouver la part de chaque fils

Exercice 17

Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} x \le 2 \\ y \le 2x+1 \\ y \ge \frac{2}{3}x-1 \\ y \le -3x+8 \end{cases}$

Exercice 18

Pour la fabrication de tarte on utilise de la farine, du beurre et des fruits.

Pour une tarte à pâte brisée, on utilise 250g de farine, 100g de beurre et 500g de fruits.

Pour une tarte à pâte feuilletée, on utilise 300g de farine, 250g de beurre et 400g de fruits.

Un restaurateur fabrique x tartes à pâtes brisée et y tarte à pâte feuilletée, et chaque jour, il dispose de

5 kg de farine, de 3,750kg de beurre et de 8 kg de fruits.

De plus, le restaurateur doit fabriquer chaque jour un minimum de douze tartes.

1) Traduire les contraintes sous la forme d'un système d'inéquations portant sur x et y.
2) A tout couple (x ; y) de nombre réels, on associe le point M de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).
   Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} x \ge 0 \\ y \ge 0 \\ y \le -\frac{5}{6}x+\frac{50}{3} \\ y \le -\frac{2}{5}x+15 \\ y \le -\frac{5}{4}x+20 \\ y \ge -x+12 \end{cases}$$

Hachurer la partie du plan qui ne convient pas.

3) Montrer que le système obtenu à la question 1) est équivalent au système de la question 2).
4) Le bénéfice du restaurateur est de 3,50 € sur une tarte à pâte brisée et de 4 € sur une tarte à pâte feuilletée.
   a) Exprimer en fonction de x et y le bénéfice B réalisé par la vente de x tartes à pâtes brisées et de y tartes à pâte feuilletées.

   b) Les couples (x ; y) correspondant à un bénéfice B donné sont les coordonnées des points d'une droite Δ_B dont on donnera l'équation sous la forme y = ax + b.

   c) Représenter graphiquement la droite Δ_B dans le cas particulier où B = 56 €.

5) a) Déterminer à l'aide du graphique le nombre de tartes de chaque type à fabriquer pour obtenir un bénéfice maximal B_m. On expliquera la méthode utilisée.
   b) Quel est ce bénéfice maximal?

   Déterminer graphiquement un couple (x ; y) correspondant à ce bénéfice maximal.

Exercice 19

L'office de tourisme d'une ville décide de renouveler le mobilier d'un jardin public.

Pour cela il est nécessaire d'acheter au moins 30 tables de pique-nique, 40 bancs publics et 90 poubelles.

Les deux fournisseurs contactés proposent chacun un type de lot :

Le premier fournisseur propose un lot A qui comprend une table, trois bancs et quatre poubelles, le coût de ce lot A est de 200 €.

Le second fournisseur propose un lot B qui comprend trois tables, deux bancs et six poubelles, le coût de ce lot A est de 360 €.

On cherche à déterminer le nombre de lots A et le nombre de lots B pour que la dépense soit minimale.

1) Traduire les contraintes sous la forme d'un système d'inéquations portant sur x et y.
2) A tout couple (x ; y) de nombre réels, on associe le point M de coordonnées (x ; y) dans un repère orthonormé (O ; $\vec{i}$; $\vec{j}$).
   Déterminer graphiquement l'ensemble des points M du plan dont les coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ y \geq -\frac{1}{3}x + 10 \\ y \geq -\frac{3}{2}x + 20 \\ y \geq -\frac{2}{3}x + 15 \end{cases}$$

Hachurer la partie du plan qui ne convient pas.

3) Montrer que le système obtenu à la question 1) est équivalent au système de la question 2).
4) a) Exprimer en fonction de x et y la dépense d occasionnée par l'achat de x lots A et de y lots B.
   b) Les couples (x ; y) correspondant à une dépense d donnée sont les coordonnées des points d'une droite Δ_d dont on donnera l'équation sous la forme y = ax + b.

   c) Représenter graphiquement la droite Δ_d dans le cas particulier où d = 5 400.

5) a) Déterminer à l'aide du graphique le nombre de lots de chaque type à acheter pour obtenir une dépense minimale d_m. On expliquera la méthode utilisée.
   b) L'office du tourisme dispose d'une somme de 5 400 €. Peut-il réaliser cet achat?

   Déterminer graphiquement un couple (x ; y) correspondant à une dépense de 5 400€.

Exercice 20

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soit l'équation (E) :3x+2y-3=0.

1. Les couples (1,-1) et $(0,\frac{3}{2})$ sont-il solutions de (E) ?

2. Représenter la droite D ensemble des solutions de (E).

Exercice 21

1. Résoudre le système suivant: $\begin{cases} 3x+2y=3 \\ 2x-y=9 \end{cases}$
2. On considère la droite D' d'équation : y=2x-9.
   Déterminer les coordonnées du point d'intersection I de D et D'. Construire D'

3. Soit A(x,0), la parallèle à l'axe des ordonnées passant par A coupe D en M et D' en N. Déterminer x pour que A soit le milieu de $[MN]$.

Exercice 22

Pour enregistrer le grand festival de Carthage, un amateur de musique veut disposer de 10 heures d'enregistrement (exactement) sous forme de cassettes de 90 min et de 60 min.

Soit x le nombre de cassettes de 90 min et y celui des cassettes de 60 min.

Le problème se traduit par : $90x+60y=600$.

C'est une équation du premier degré à deux inconnues réelles x et y.

- Vérifier que l'amateur de musique peut choisir $x = 6$ et $y=1$. On dit que le couple $(6,1)$ est une solution de l'équation : $90x+60y=600$.
- Le couple $(1,6)$ est-il solution de l'équation ?

Exercice 23

Soit l'équation (E) : $x+4y-3=0$.

1. Les couples $(1,-1)$, $(-1,1)$ et $(7,1)$ sont-il solutions de (E) ?

2. Représenter la droite D ensemble des solutions de (E).

3. Déterminer les réels a et b pour que $(-a, 3)$ et $(b,-b-1)$ soient solutions de (E).

4. Montrer que pour tout réel m le couple $(-m+11, \frac{m}{4}-2)$ est une solution de (E).

Exercice 24

Soit l'équation (E) : $2x+3y-3=0$.

1. Déterminer les réels a, b et c pour que $(a, 4)$, $(\frac{1}{3}, b)$ et $(3, c)$ soient solutions de (E).
2. Déterminer l'ensemble des solutions de (E).
3. Soit l'équation (E') : $x-2y=-1$.
   a) Déterminer le réel a pour que $(-\frac{1}{2},\frac{1}{a^2})$ soit solution de (E').
   b) Montrer que pour tout réel m le couple $(2m-4, m-\frac{3}{2})$ est une solution de (E').
   c) En déduire que $(\sqrt{3}-4, \frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{3}{2})$ est une solution de (E').

Exercice 25

Une compagnie de téléphone propose à ses clients une baisse de 40% sur ses tarifs entre 20 heures et minuit.

Soit p le prix en millimes d'une minute avant 20 heures.

1) Quel est le prix d'une minute entre 20 heures et minuit ?
2) Un client a téléphoné à 19 heures et 55 minutes et a fini sa communication à 20 heures et 5 minutes .Exprimer en fonction de p le prix de la communication ?
3) Un client a payé p millimes pour une communication entre 20 heures et minuit, quel est la durée de la communication ?

SAI.Fethi