

FICHES PÉDAGOGIQUES

2ème Sciences

MATHÉMATIQUES

Conception et suivi

AMOR JERIDI

Inspecteur principal de mathématiques

Elaboration

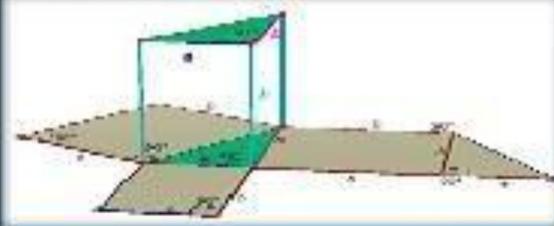
Enseignants de mathématiques
de 2è Sc-Tec. Inf.

DRE GABES (2013-2014)

Révision et rectification

MDHAMED HEDI ABDERRAHIM

Professeur principal de mathématiques



Septembre 2014

Préface

Par continuation au travail participatif effectué lors des années scolaires 2010-2011 et 2011-2012 concernant la production de fiches pédagogiques pour le programme officiel de mathématiques de la première année secondaire (tronc commun) et dans le cadre de l'innovation pédagogique de l'enseignement de mathématiques, des leçons témoins, des journées pédagogiques et des ateliers ont été organisés durant l'année scolaire 2013-2014. Ce travail vise essentiellement la production des fiches pédagogiques performantes pour la 2^{ème} année filières sciences et technologie de l'informatique permettant une formation mathématique solide des apprenants.

Les fiches pédagogiques proposées ne remplacent en aucun cas le manuel scolaire officiel mais le complètent surtout par la méthodologie et les supports. Ces fiches se distinguent essentiellement par la conception des séances d'apprentissage riches et variées en intégrant dans plusieurs situations opportunes les technologies de l'information et de la communication pour l'enseignement (TICE). Les supports utilisés sont des fichiers Excel, GeoGebra, Cabri 3 D, ... en plus de séquences vidéo appropriées. Les rubriques constituant chaque fiche sont :

- *Le titre du chapitre, numéro de la séance et sa durée*
- *Les aptitudes à développer*
- *Les supports pédagogiques*
- *Les paragraphes*
- *La démarche pédagogique*
- *Durée des séquences d'apprentissage*
- *Commentaire*
- *Travail à domicile*

Notre cher collègue M. Mohamed Hédi Abderrahim a eu l'aimable tâche de :

- *Contrôler et rectifier la totalité des propositions des enseignants*

- *Concevoir des supports TICE adéquats*
- *Classer les activités TICE selon les chapitres en citant le type de fichiers et les références nécessaires (liens internet)*

Enfin je tiens à remercier vivement M. Mohamed Hédi Abderrahim et mes collègues enseignants de 2^{ème} A.S filières sciences et technologie de l'informatique (année scolaire 2013-2014) pour leur esprit coopératif et les grands efforts déployés dans la collaboration à la réalisation de ces fiches pédagogiques et j'invite tous les utilisateurs et les lecteurs de ces fiches de me faire parvenir leurs remarques et propositions de rectification et d'amélioration par la voie administrative ou par mail à l'adresse électronique : amor.jeridi@gmail.com .

Amor Jeridi

Inspecteur principal des écoles préparatoires et des lycées

Délégation régionale de l'enseignement de GABES

Gabes 5 juillet 2014

Sommaire

Chapitre	Intitulé	Lycée des auteurs	Page
0	Préface	Mr L'inspecteur : Amor Jeridi	1
	Sommaire		3
00	Répartition annuelle	Lycées de D.R.E de Gabès	4
000	Découpage des chapitres en séances	Lycées de D.R.E de Gabès	5
0000	Sommaire des activités TICE		8
1	Calcul dans IR	Lycée Al- Manara Gabès	11
2	Problèmes du 1er degré et du second degré	Lycée Pilote Gabès	24
3	Notion de polynômes	Lycée Farhat Hached Gabès	43
4	Arithmétique	Lycée Ibn El-Haythem Ghannouch	50
5	Suites arithmétiques	Lycée Métouia	63
6	Suites géométriques	Lycée Ibn Khouldoun Métouia	70
7	Généralités sur les fonctions	Lycée Med Ali Al-Hamma	77
8	Fonctions de référence	L. Tahar Al-Haddad Al-Hamma	92
9	Calcul vectoriel	Lycée Al-Manara Gabès	119
10	Barycentre	Lycée Pilote Gabès	132
11	Translations	Lycée Ghannouch	140
12	Homothéties	Lycée Ibn El-Haythem Ghannouch	151
13	Rotations	Lycée Métouia	165
14	Géométrie analytique	Lycée Ibn Khouldoun Métouia	177
15	Trigonométrie et mesure des grandeurs	Lycée Med Ali Al-Hamma	191
16	Droites et plans de l'espace	L. Tahar Al-Haddad Al-Hamma	204
17	Parallélisme dans l'espace	Lycée Oued Ennour ALHamma	215
18	Orthogonalité dans l'espace	Lycée Sombat Al-Hamma	229
19	Statistiques	Lycée Sombat Al-Hamma	244

**REPARTITION HORAIRE DU PROGRAMME DE LA 2^{ème} Année Sciences
et Technologie de l'informatique**

Chapitre	Intitulé	Horaire
01	Calcul dans IR	6h
02	Problèmes du 1er degré et du second degré	10h
03	Notion de polynômes	4h
04	Arithmétique	5h
05	Suites arithmétiques	6h
06	Suites géométriques	5h
07	Généralités sur les fonctions	4h
08	Fonctions de référence	9h
09	Calcul vectoriel	8h
10	Barycentre	7h
11	Translations	5h
12	Homothéties	8h
13	Rotations	6h
14	Trigonométrie et mesure des grandeurs	7h
15	Géométrie analytique	8h
16	Droites et plans de l'espace	4h
17	Parallélisme dans l'espace	5h
18	Orthogonalité dans l'espace	6h
19	Statistiques	4h

PROJET DE REPARTITION DU PROGRAMME DE 2^{ème} Sc et Tech. Inf.

Chapitre	Paragraphes	H
Calcul dans IR	Ensembles des nombres, Proportionnalité, pourcentage	1 h
	Identités remarquables	1 h
	Comparaison des réels, encadrement	1 h
	Les radicaux	1 h
	Valeur absolue	1 h
	Ordre de grandeur, valeur approchée, arrondi	1 h
	Total:	6h
Problèmes du 1^{er} degré et du second degré	Problèmes du 1 ^{er} degré, équations et inéquations du 1 ^{er} degré	2 h
	Problèmes du second degré, équations du second degré	3 h
	Signe d'un trinôme du second degré, inéquations du second degré	3 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	10h
Notion de polynômes	Généralités: définition, opérations	1 h
	Racines d'un polynôme, factorisation	2 h
	Exercices intégratifs	1 h
	Total:	4 h
Arithmétique	Division euclidienne, divisibilité	1 h
	Critères de divisibilité par: 2, 5, 4, 25 et 8	1 h
	Critères de divisibilité par: 3 et 9	1 h
	Critère de divisibilité par: 11	1 h
	Exercices intégratifs	1 h
	Total:	5 h
Suites arithmétiques	Notion de suite: définition et modes de présentation	1 h
	Définition, terme général d'une suite arithmétique	1 h
	Somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique	1 h
	Représentation graphique d'une suite arithmétique	1 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	6 h
Suites géométriques	Définition, représentation graphique, terme général d'une suite géométrique	2 h
	Somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique	1 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	5 h
Généralités sur les fonctions	Ensemble de définition, représentation graphique d'une fonction	1h
	Maximum, minimum et sens de variation d'une fonction	1h
	Parité et symétrie	1h
	Exercices intégratifs	1h
	Total:	4h
Fonctions de référence	Fonctions: $f(x) = ax^2 + bx + c$	4h
	Fonctions: $f(x) = \sqrt{x + b}$	1h
	Fonctions: $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$	4h
	Total:	9h

Chapitre	Paragraphes	H
Calcul vectoriel	Addition des vecteurs	1 h
	Multiplication d'un vecteur par un réel	1 h
	Bases, condition analytique de colinéarité de deux vecteurs	1 h
	Repère cartésien du plan, norme d'un vecteur, vecteurs orthogonaux	1 h
	Expression de la norme d'un vecteur, condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs,	1 h
	Vecteurs et configurations géométriques	1h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	8 h
Barycentre	Barycentre de deux points pondérés	2 h
	Barycentre de trois points pondérés	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	6 h
Translations	Définition, propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	1 h
	Exercices intégratifs (en particulier des problèmes de lieux et des problèmes de construction)	3 h
	Total:	6 h
Homothétie	Définition , construction de l'image d'un point	2 h
	Propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	8 h
Rotations	Mesure d'un angle en radian. Définition et propriétés	2 h
	Image d'une droite, d'un segment et d'un cercle	2 h
	Exercices intégratifs	2 h
	Total:	6 h
Géométrie analytique	Coordonnées du barycentre de deux points pondérés et de trois points pondérés	1 h
	Equation cartésienne d'une droite, équation réduite	1 h
	Vecteur directeur , droites parallèles.	1 h
	Vecteur normal , droites perpendiculaires.	1 h
	Distance d'un point à une droite , équation d'un cercle	2 h
	Positions relatives d'un cercle et d'une droite	1 h
	Exercices intégratifs	1 h
Total:	8 H	
Statistiques	Série statistique, représentation graphique	1h
	Paramètres de position d'une série statistique	1h
	Paramètres de dispersion d'une série statistique	1h
	Simulation des expressions aléatoires	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	6h

Chapitre	Paragraphes	H
Trigonométrie et mesure des grandeurs	Rappels: rapports trigonométriques dans un triangle rectangle:	1h
	Sin, cos, tg et cotg d'un angle compris entre 0 et π	1h
	Relations trigonométriques	1h
	Angles supplémentaires; Angles complémentaires	1h
	Loi des sinus et formule d'EL-Kashi	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	7h
Droites et plans de l'espace	Introduction d'axiomes de base	1h
	Points coplanaires – Droites coplanaires	1h
	Positions relatives de droites et plans de l'espace	1h
	Exercices intégratifs	1h
	Total:	4h
Parallélisme dans l'espace	Parallélisme dans l'espace	2h
	Sections planes	2h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	6h
Orthogonalité dans l'espace	Droites orthogonales	1h
	Droites et plans orthogonaux	1h
	Plan médiateur d'un segment , Axe d'un cercle	1h
	Plans perpendiculaires	1h
	Exercices intégratifs	2h
	Total:	6h

- Activités numériques et algébriques : 55h
- Activités géométriques : 65h
- Correction des devoirs de contrôle : 12h
- Correction des devoirs de maison : 3h
- Correction des devoirs de synthèse : 2h

Total : 137h

- Cette répartition est donnée à titre indicatif et expérimental, elle est élaborée par des groupes d'enseignants de 2^{ème} année sciences avec la collaboration de MM Jeridi Amor et Abderrahim Hedi.
- Consulter la répartition officielle (dans le manuel scolaire) pour voir les périodes d'exécution du programme au cours de l'année scolaire,.

Sommaire des activités TICE

Chapitre	Objet	Lien	Type	Page
V- Suites Arithmétiques (1)	Calcul des termes	Ch05-Fig\Suites Arithm.xls	Fichier Excel	68
VII - Généralités sur les fonctions (3)	Courbe de A	Ch07 -Fig\A(x)=x-5x^2.ggb	Fichier GGB	82
	Nombre d'antécédents	Ch07 -Fig\Nombre d'antécédents.ggb	Fichier GGB	82
	Courbe d'une fonction ou non	Ch07 -Fig\fonctounon.ggb	Fichier GGB	82
IIX- Fonctions de référence (14)	Traçage à la main de: (C): $y=x^2$ (1)	http://youtu.be/XzXeJr-jzY	Vidéo	95
	Traçage à la main de: (C): $y=x^2$ (2)	http://youtu.be/0gWNNikvqgA	Vidéo	95
	La courbe: ensemble de $M(x,f(x))$	Ch08 -Fig\Courbedef(x)=x^2TracéPtparPt.ggb	Fichier GGB	95
	Effet de a sur la parabole	http://youtu.be/gb_96aYp8zw	Vidéo	97
	Effet de a sur la parabole	Ch08 -Fig\f(x)=ax^2 Effetdea.ggb	Fichier GGB	97
	Courbe: $y=ax^2+b$	http://youtu.be/g_2xM9xbSis	Vidéo	102
	Courbe: $y=ax^2+b$	Ch08 -Fig\Courbef(x)=ax^2+b.ggb	Fichier GGB	102
	Courbe: $y=a/x$	http://youtu.be/fbAtACJAAgQ	Vidéo	111
	Courbe: $y=a/x$	Ch08 -Fig\courbe(asurx).ggb	Fichier GGB	111
	Courbe: $y=(a/x) +b$	http://youtu.be/LuSlriRLrnc	Vidéo	113
	Courbe: $y=(a/x) +b$	Ch08 -Fig\courbe(asurx+b).ggb	Fichier GGB	113
	Courbe: $y=a/(x+\alpha)$	Ch08 -Fig\courbe(asur(x+alpha)).ggb	Fichier GGB	115
	Centre de symétrie d'une hyperbole	Ch08 -Fig\CentreSymHyper.ggb	Fichier GGB	117
	Exercice intégratif	http://mongeogeбра.com/ggbg/2014/08/15/exemple-de-fiche-tice-exercice-integratif-les-fonctions/	Internet	118
IX- Calcul vectoriel (4)	Construction du vecteur somme (1)	http://youtu.be/Lsn70MQS6XQ	Vidéo	121
	Construction du vecteur somme (1)	Ch09-Fig\SommeVecteursMéth1.ggb	Fichier GGB	121
	Construction du vecteur somme (2)	http://youtu.be/DTiFVHtRHHM	Vidéo	121
	Construction du vecteur somme (2)	Ch09-Fig\SommeVecteursMéth2.ggb	Fichier GGB	121
X- Barycentre (3)	Position selon les coefficients	Ch10 -fig\Posit Baryc.ggb	Fichier GGB	134
	Construction: méthode des parallèles	http://youtu.be/isSxS7N7Bhk	Vidéo	134

	Construction: méthode des parallèles	Ch10 -fig\Const méth des paral.ggb	Fichier GGB	134
XI- Translations (4)	Construction des images des points	Ch11-Fig\ApplicatDéfiTrans.ggb	Fichier GGB	142
	Illustration de l'image de l'ensemble de points	Ch11-Fig\ImageEnsblePts.ggb	Fichier GGB	144
	Image d'un triangle par une translation	http://www.geogebraTube.org/student/m63977	Internet	146
	Effet d'une translation sur une figure	Ch11-Fig\Effet d'une translation.ggb	Fichier GGB	147
XII- Homothéties (6)	Activité d'approche de la définition	Ch12-Fig\Homothétie Activité d'approche.ggb	Fichier GGB	152
	Article: Approche d'une homothétie	http://revue.sesamath.net/spip.php?article615	Internet	152
	Conservation du contact	Ch12-Fig\CvContact.ggb	Fichier GGB	165
	Effet d'une homothétie sur une figure	Ch12-Fig\Effet d'une homothétie.ggb	Fichier GGB	165
	Tangentes communes à 2 cercles	Ch12-Fig\TgtesCommuCercles.ggb	Fichier GGB	159
	Droite et cercle d'Euler	Ch12-Fig\Drte& cer Euler.ggb	Fichier GGB	160
XIII- Rotations (5)	Images d'un segment et d'un cercle	Ch13-Fig\ImagesSegCerc.ggb	Fichier GGB	164
	Figure de l'activité 16 p 154	Ch13-Fig\Activité16p154.ggb	Fichier GGB	164
	Images de 2 droites perpendiculaires	Ch13-Fig\ImagesDrPerp.ggb	Fichier GGB	165
	Images de 2 droites parallèles	Ch13-Fig\ImagesDrParal.ggb	Fichier GGB	173
	Effet d'une rotation sur une figure	Ch13-Fig\Effet d'une rotation.ggb	Fichier GGB	174
XIV- Géométrie analytique (2)	Distance d'un point à une droite	http://youtu.be/eL6Sw3faXkE	Vidéo	186
	Distance d'un point à une droite	Ch14 -Fig\DistPointDroite.ggb	Fichier GGB	186
XV- Trigonométrie et mesure des grandeurs (4)	Lecture du sin et du cos d'un angle	Ch15 -Fig\cos et sin angle.ggb	Fichier GGB	189
	Lecture de la tan et de la cotan d'un angle	Ch15 -Fig/Tan et cotan angle.ggb	Fichier GGB	199
	Construction d'un angle de cos donné	Ch15 -Fig\cosxoy=0.8.ggb	Fichier GGB	200
	Construction d'un angle de sin donné	Ch15 -Fig\sinMON=0.35.ggb	Fichier GGB	200
XVII- Parallélisme dans l'espace	Section d'un parallélépipède	http://youtu.be/C5M6rdI3Nuk	Vidéo	204
	Section d'un parallélépipède	Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanArê.cg3	Fichier Cabri3D	215

(8)	Section d'un parallélépipède	http://youtu.be/IHAdCZ7O6lo	Vidéo	226
	Section d'un parallélépipède	Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanParalFace.cg3	Fichier Cabri3D	226
	Section d'un cylindre	http://youtu.be/ZUF1j3hN008	Vidéo	227
	Section d'un cylindre	Ch17 -Fig\SectCylPlanparalAxe.cg3	Fichier Cabri3D	227
	Section d'un cône	http://youtu.be/NL401rZaL8M	Vidéo	227
	Section d'un cône	Ch17 -Fig\SectCônePlanparalBase.cg3	Fichier Cabri3D	227
IIXX- Orthogonalité dans l'espace (12)	Définition de 2 droites orthogonales	Ch18 -Fig\Déf dr orth.cg3	Fichier Cabri3D	231
	Théorème de 3 perpendiculaires	http://youtu.be/_RK4C-1nz9o	Vidéo	237
	Théorème de 3 perpendiculaires	Ch18 -Fig\Trois perpend.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Plan médiateur: activité d'approche	http://youtu.be/cmQZGmFUxUE	Vidéo	237
	Plan médiateur: activité d'approche	Ch18 -Fig\Act appr plan médiat.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Plan médiateur: définition	http://youtu.be/79GBwuE5LW0	Vidéo	237
	Plan médiateur: Prop. caractéristique	http://youtu.be/2613Q_gWnBk	Vidéo	237
	Plan médiateur: Prop. caractéristique	Ch18 -Fig\PlanMédiatPropCaract.cg3	Fichier Cabri3D	237
	Axe d'un cercle: définition	http://youtu.be/gze9EKNFhto	Vidéo	239
	Axe d'un cercle: définition	Ch18 -Fig\AxeCercleDéf.cg3	Fichier Cabri3D	239
	Axe d'un cercle: Prop. caractéristique	http://youtu.be/TV28N9eujGU	Vidéo	239
	Axe d'un cercle: Prop. caractéristique	Ch18 -Fig\AxeCerclePropCaract.cg3	Fichier Cabri3D	239
IIX- Statistiques (4)	Simulation: dé parfait	Ch19- Fig\Lancer d'un dé parfait.xls	Fichier Excel	263
	Simulation: pièce de monnaie	Ch19- Fig\Lancer d'une pièce de monnaie.xls	Fichier Excel	263
	Simulation: dé parfait et calcul des paramètres	http://mongegebra.com/ggbg/2014/08/15/simulationde-lancers-dun-de-parfait/	Internet	263
	Tableur de GeoGebra	http://mongegebra.com/ggbg/2014/08/15/le-menu-tableur-du-geogebra-version-3-2/	Internet	263

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 01

Calcul dans IR

Conçu par:

AMARA Makrem

Ben GHAZEL Mériem

MOUSSA Mounir

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Développer et factoriser une expression algébrique en utilisant les produits remarquables - Comparer les réels a, a^2 et \sqrt{a} pour a réel positif
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
III) Produits remarquables	<ul style="list-style-type: none"> • Activité Activité 11 page 9 • A retenir <div style="background-color: yellow; padding: 5px;"> $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 + 3a^2b - 3ab^2 - b^3$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ </div> <ul style="list-style-type: none"> • Activités d'application <ul style="list-style-type: none"> • Répondre par vrai ou faux. <p>a) $(3 - 2\sqrt{5})(3 + 2\sqrt{5}) = 11$</p> <p>b) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 4 \quad (x \in \mathbb{R}^*)$</p> <p>c) $(x + y)^2 - 4xy = (x - y)^2$</p> <p>d) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) = 8x^3 - 1$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activité 36 page 13 	5 minutes 10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche • Inciter les élèves à formuler cette liste de produits remarquables et à distinguer les formes de deux membres dans chaque cas <p>*Insister sur le fait qu'une égalité est valable dans les deux sens d'où l'usage de ces égalités dans les factorisations et les développements</p>
	IV) Comparais-on de réels Encadrements 1) Comparaison de réels	<ul style="list-style-type: none"> a) Activité Activité 15 page 9 (Questions: 1), 2), 3) et 4)) b) A retenir Soit a un réel strictement positif 	15 minutes

<ul style="list-style-type: none"> • Comparaison de a, a^2 et \sqrt{a} 	<p><i>Si $0 \leq a \leq 1$ alors $a^2 \leq a \leq \sqrt{a}$</i></p> <p><i>Si $a \geq 1$ alors $\sqrt{a} \leq a \leq a^2$</i></p>	<p>tes</p>	<p>a) ci-dessus.</p>
---	--	-------------------	----------------------

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activité 38 page 13 - Activité 15 page 9 (Questions: 5) et 6)) - Activité 17 page 10
-----------------------------------	--

Aptitudes à développer

- Comparer des réels
- Encadrer une somme ou un produit de réels.

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Activité 38 page 13 - Activité 15 page 9 (Questions: 5) et 6))	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
<ul style="list-style-type: none"> • Comparaison de a et $\frac{1}{a}$ ($a > 0$) 	<p>a) Activité Activité 17 page 10 (travail à la maison)</p> <p>b) A retenir Soit a un réel strictement positif</p> <div style="background-color: yellow; padding: 5px;"> $\text{Si } a \geq 1 \quad \text{alors} \quad a \geq \frac{1}{a}$ $\text{Si } 0 < a < 1 \quad \text{alors} \quad a < \frac{1}{a}$ </div> <p>-</p> <p>c) Activité d'application Activité 18 page 10</p> <p>a) Activité Activités 19 et 20 page 10</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Encadrer un réel x, c'est trouver deux réels a et b tels que: $a \leq x \leq b$ • Soit a et b deux réels quelconques <ul style="list-style-type: none"> * $c \in \mathbb{R}$, $a \leq b$ signifie $a+c \leq b+c$ * $c > 0$, $a \leq b$ signifie $a.c \leq b.c$ * $c < 0$, $a \leq b$ signifie $a.c \geq b.c$ • Soit a, b, c et d quatre réels quelconques $\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\} \text{ alors } a+c \leq b+d$ • Soit a, b, c et d quatre réels positifs 	5 minutes 5 minutes 5 minutes 30 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à formuler ces règles et à • Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats
2) Encadrement de réels			

	$\left. \begin{array}{l} a \leq b \\ c \leq d \end{array} \right\} \text{ alors } a.c \leq b.d$		
--	---	--	--

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none">- Activité 21 page 11- Soit x et y deux réel tels que: $-1 \leq x \leq 3$ et $\sqrt{2} \leq y \leq 4$ Encadrer $5x-2$, $\sqrt{2} \leq y \leq 4$, x^2 et y^2
----------------------------	--

Aptitudes à développer

- Mettre en œuvre les règles de calcul sur les radicaux
- Rappeler les propriétés essentielles de la valeur absolue d'un réel

Supports pédagogiques

- ...

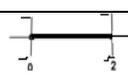
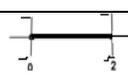
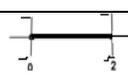
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	20 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
V) Les radicaux	<p>a) Activité Activité 27 page 12</p> <p>b) A retenir Pour tous réels positifs a et b, on a:</p> $(\sqrt{a})^2 = a \quad , \quad \sqrt{a^2} = a $ $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0)$ $(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = a - b$ <p>On dit que: $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$ et $(\sqrt{a} - \sqrt{b})$ sont conjugués</p>	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	<p>c) Activité d'application Activité 33 page 13</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à formuler ces règles et à
VI) Valeur absolue	<p>a) Activité Activité 41 page 14</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pour tout réel x, $x = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$ <p>deux réels a et b tels que: $a \leq x \leq b$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soit a un réel positif $x = a$ signifie $x = a$ ou $x = -a$ • Soit a et b deux réels quelconques 	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
			10 minutes

	$ a = b $ signifie $a=b$ ou $a=-b$		
--	------------------------------------	--	--

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none">- Activité 28 page 12- Activité 42 page 14
----------------------------	---

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Rappeler les propriétés essentielles de la valeur absolue d'un réel (suite) - Donner une valeur approchée les nombre - Donner un arrondi d'un nombre - Donner l'ordre de grandeur d'un nombre
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire																								
	Correction de l'activité 28 page 12 (travail à la maison)	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction 																								
VI) Valeur absolue (suite)	<p>c) Activité Activité 42 page 14 (Travail demandé)</p> <p>d) A retenir Pour tous réel positif a et tout réel x, on a:</p> $ x \leq a \text{ signifie } -a \leq x \leq a$ $ x \geq a \text{ signifie } \begin{cases} x \geq a \\ \text{ou} \\ x \leq -a \end{cases}$ <p>e) Activité d'application</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;">En terme d'intervalle</td> <td style="width: 15%;">$x \in]-1, 3[$</td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> <tr> <td>En terme de valeur absolue</td> <td></td> <td>$x+3 \leq 1$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>En terme d'encadrement</td> <td></td> <td></td> <td>$\frac{1}{2} \leq x \leq 2$</td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>En terme graphique</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	En terme d'intervalle	$x \in]-1, 3[$					En terme de valeur absolue		$ x+3 \leq 1$				En terme d'encadrement			$\frac{1}{2} \leq x \leq 2$			En terme graphique						5 minutes 5 minutes 10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à formuler ces règles et à • Accorder un temps de recherche aux élèves
	En terme d'intervalle	$x \in]-1, 3[$																									
En terme de valeur absolue		$ x+3 \leq 1$																									
En terme d'encadrement			$\frac{1}{2} \leq x \leq 2$																								
En terme graphique																											
VII) - Ordre de grandeur - Valeur approchée - Arrondi	<p>a) Activité Activité 44 page 15</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Pour trouver l'arrondi d'un nombre à un rang donné : on conserve la partie de l'écriture 	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves 																								

<p>1) Valeur approchée - Arrondi</p>	<p>décimale de ce nombre jusqu'au rang indiqué :</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si le chiffre suivant est inférieur ou égal à 4 alors l'arrondi est le nombre obtenu. (la partie conservée) • Si non on ajoute 1 au dernier chiffre conservé (l'arrondi est la partie conservée après avoir augmenté son dernier chiffre de 1) <p>Exemples: soit $x = 2.5173$ l'arrondi de x à 10^{-2} est 2.51 ($1 \leq 4$) l'arrondi de x à 10^{-3} est 2.518 ($7 > 4$)</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soit n un entier. <ul style="list-style-type: none"> ▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée ou une approximation du réel x à 10^n près si et seulement si $x - a \leq 10^n$. ▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée par défaut du réel x à 10^n près si et seulement si $a \leq x \leq a + 10^n$. ▪ On dit que le nombre décimal a est une valeur approchée par excès du réel x à 10^n près signifie que $a - 10^n \leq x \leq a$ <p>c) Activité d'application Activité 45 page 15</p>	<p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats <p>(à titre indicatif : si le temps le permet)</p>
<p>2) Ecriture scientifique et ordre de grandeur</p>	<p>a) Activité Activité 47 page 15</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Toute écriture de la forme $a \times 10^n$ où n est un entier et a est un décimal ayant un seul Chiffre non nul avant la virgule s'appelle notation scientifique • Si $a \times 10^n$ est l'écriture scientifique d'un nombre, alors l'ordre de grandeur de ce nombre est $b \times 10^n$ où b est l'arrondi de a à l'unité <p>c) Activité d'application Donner l'écriture scientifique et l'ordre de grandeur de chacun des réels suivants:</p> <p>a) 0.00813 b) 53.4052 c) $\frac{2013}{2014}$</p>	<p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à participer à la formulation de ces résultats <p>(à titre indicatif : si le temps le permet)</p>

<p>Travail à la maison</p>	<p>Proposer des exercices intégratifs (A titre indicatif, on vous propose la série jointe)</p>
-----------------------------------	---

Calcul dans IR

Exercice 1

- 1) Soit $A = \sqrt{7 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{7 - 2\sqrt{5}}$
 - a) Calculer A^2
 - b) En déduire A
- 2) On pose $B = \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$
 - a) justifier que $B < 0$
 - b) Calculer B^2 . En déduire B

Exercice 2:

$$\text{Soit } A = \sqrt{88 - 18\sqrt{7}} - \sqrt{71 - 16\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{3+2}} - \frac{1}{\sqrt{2-2}}$$

- 1) Calculer $(8 - \sqrt{7})^2$.
- 2) Ecrire à l'aide d'un seul radical $\sqrt{88 - 18\sqrt{7}}$.
- 3) Montrer que A est un entier naturel.

Exercice 3 :

I) On pose $A(x) = (x-2)^3 - (2x-4)(x+2)$; $B(x) = (-x+1)^2 - 4x^2 + 12x - 9$

- 1) Développer $A(x)$ et $B(x)$ puis simplifier $A(x) - B(x)$
 - 2) Factoriser $A(x)$, $B(x)$ et $A(x) - B(x)$
- II) Soient x et y deux réels vérifiant $-1 \leq x \leq 4$ et $2 \leq y \leq 3$
Simplifier $E = |x^2 + y - 2| - |-2x + 5y|$

Exercice 4:

On pose $A = (5x+3)(3-10x) - (5x+3)^2 + 2(5x+3)(5x-1)$

- 1) Développer et réduire A .
- 2) Montrer que : $A = -(5x+3)(2+5x)$.
- 3) Développer et simplifier
 $B = (4x^2+3)^2(4-2x) - (4x+1)(4x^2+2x)^2$ et $C = 8(3x-2)^3 - (12x+1)(6x+1)^2$.

Exercice 5:

Soit $x \in \mathbb{R}$ tel que $-2 < x + 1 < -1$

- 1) Déterminer un encadrement de x . En déduire que $x \neq 2$
- 2) Encadrer les réels $y = \frac{1}{4-2x}$ et $z = 1-4x^2$
- 3) En déduire un encadrement de l'expression A donnée par : $A = \frac{1-4x^2}{2x-4}$
- 4) Soit $x \in]3,5[$. Encadrer $\frac{1}{2(x-1)}$

Exercice 6:

- 1) Soit $A = (x-2)^3 + 3x(x-2)$
 - a) Développer puis réduire A
 - b) Factoriser A
- 2) Soit $B = |2x - 6| + |3 - x|$. Simplifier B sachant que : $1 \leq x \leq 3$

Exercice 7:

- 1) Soit $A = (x-2)^3 + 3x(x-2)$
 - a) Développer puis réduire A
 - b) Factoriser A
- 2) Soit $B = |2x - 6| + |3 - x|$. Simplifier B sachant que : $1 \leq x \leq 3$

Exercice 8 :

Soit $p \in \mathbb{R}_+$. Montrer que $\sqrt{p+1} - \sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1} + \sqrt{p}$

Calculer : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63}+\sqrt{64}}$

Chapitre 01:	Calcul dans IR	Séance n° : 6	Durée : 1 h
--------------	-----------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	Mettre en œuvre les connaissances et le savoir-faire acquis pour résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	<p>Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente</p> <p>Remarque:</p> <ul style="list-style-type: none"> Cette leçon sera consultée durant toute l'année scolaire, on peut y faire référence chaque fois qu'on se sent obligé de rappeler l'une de notions déjà rencontrées 	55 minutes	<p>La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences</p>

Niveau: Deuxième année Sciences et Technologie de l'informatique

Chapitre: 02

Equations du 1^{er} et du 2^{ème} degré

Conçu par:

Ben LTAIEF Souileh

HAFNAOUI Seifallah

ZRIG Nabil

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

	<p>de l'inéquation</p> <ul style="list-style-type: none"> • Résoudre une inéquation revient à déterminer l'ensemble de toutes ses solutions <p>d) Activité d'application</p> <p>Résoudre dans IR chacune des équations et inéquations suivantes:</p>	<p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage. Généralement ils appliquent des mécanismes (algorithmes) sans savoir leurs justifications: les sensibiliser à la nécessité de se justifier avant de faire quoi que ce soit. • Réviser le nécessaire à savoir sur les intervalles, leur réunion et leur intersection à travers les ensembles de solutions
<p>4) Equations & inéquations faisant appel à des valeurs absolues</p>	<p>Activité</p> <p>Résoudre dans IR</p> <p>* $2x+5 = -3x+2$ ** $3x+2 + 5x-1 = 4$</p> <p>*** $2x-1 + x+2 = x-1$ **** $2x+1 \leq x-2$</p> <p>***** $-2x + x-1 \geq -1$</p>	<p>30 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche • Saisir l'occasion pour rappeler la règle qui justifie chaque passage (Il est préférable que ces règles proviennent des élèves). • S'attarder sur l'exemple qui évoque le problème de sens (les conditions) • Dans le cas de défaut du temps, charger les élèves de continuer le travail à la maison

<p>Travail à la maison</p>	<p>-Résoudre dans IR : * $3x-1 = 3x-1$</p> <p>** $x^2 - 2x - x-2 = \frac{1}{3} 2-x$ *** $(x+2)(x^2 + \sqrt{2}) + \sqrt{\left(\frac{3}{2}x+3\right)^2} = 0$ **** $3x-\pi \leq \pi$ *****</p> <p>$2x+3 + x-1 \geq 0$ ***** $x^2 - 25 + x+5 > 0$</p>
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer	- Equations & inéquations renfermant l'inconnue aux dénominateurs.
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction
5) Equations et inéquations renfermant l'inconnue aux dénominateurs :	a) Activité 9 P19	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage.
	b) Activité Résoudre dans IR : a) $\frac{2x+1}{x-1} = \frac{4}{3}$ b) $\frac{1-x}{3-2x} = \frac{2+x}{2x-4}$ c) $\frac{12}{x^2-9} = \frac{x+3}{x-3} - \frac{x-3}{x+3}$ d) $\frac{x^2-4x+1}{2x^2+3} = \frac{1}{2}$ e) $\frac{2x+1}{ x-1 -2} = \frac{4}{3}$	25 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • On traite le problème d'existence • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage.

Travail à la maison	- Exercice 2 P27
----------------------------	------------------

Aptitudes à développer	- Equations & inéquations irrationnelles
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices	15 minutes	S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
6) Equations et inéquations irrationnelles	<p>a) Activité 10 P19</p> <p>b) Activité 11 P20</p> <p>c) Activité Résoudre dans IR * $-2x + \sqrt{x+1} = -1$ ** $\sqrt{2x+1} \leq \sqrt{x-2}$ *** $\sqrt{-2x+5} \leq 3x-1$ **** $\sqrt{3x+2} > 4x$</p>	<p>30 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder 10 minutes de réflexion pour chaque activité. • Inciter les élèves à rappeler la règle qui justifie chaque passage. • Si le temps vous fait défaut, proposer le 3^{ème} exemple comme travail à la maison

Travail à la maison	-Exercices 3 et 4 P27 - Série Annexe 1
----------------------------	---

Aptitudes à développer

- Exemples des problèmes du premier degré

Supports pédagogiques

-

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 3 et 4 P27	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
7) Problèmes du premier degré	Correction de la série Annexe 1	40 minutes	<ul style="list-style-type: none"> S'assurer que les élèves maîtrisent le démarche scientifique de la résolution des problèmes

Travail à la maison

Indiquer dans chacune des équations suivantes le plus grand exposant de l'inconnue x:

i) $3x - 5 = 0$ ii) $-\frac{2}{3} + x = 0$ iii) $5x + 2x^2 - 5 = 0$

vi) $\sqrt{3}x^2 + x = 0$ v) $0x^2 - 4 = 0$

	<p>d) Activité d'application</p> <p>Donner les formes canoniques de:</p> <ul style="list-style-type: none">• $7x^2-2x+1$• $-2x^2+3x-5$		
--	--	--	--

Travail à la maison	-Exercice 5 P27
----------------------------	-----------------

Aptitudes à développer

- Résolution d'une équation du second degré

Supports pédagogiques

- Fichier géogebra Méthode géométrique d'ALKHAWARIZMI

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 5 P27	10 minutes	
3) Résolution d'une équation du second degré :	a) Méthode géométrique d'Alkharizmi : (Activité 15 P 21)	10 minutes	On s'aidera du fichier GeoGebra on explique la méthode d'Alkharizmi pour déterminer les solutions positives d'une équation du second degré
	b) Activité 18 P 22		
	c) Activité Essayez de résoudre les équations de l'activité 1 du paragraphe:2) Forme canonique qu' il ne vous était pas possible de résoudre	15 minutes	
	d) Théorème Pour résoudre l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ on calcule le discriminant $\Delta = b^2 - 4ac$ * si $\Delta < 0$ alors l'équation n'admet pas des solutions. * si $\Delta = 0$ alors l'équation admettra une seule solution $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-b}{2a} \right\}$ * si $\Delta > 0$ alors l'équation admettra deux	5 minutes	

$$\text{solutions } S_{\text{IR}} = \left\{ \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \right\}$$

e) **Activité 19 P 22**

**15mi
nutes**

Travail à la maison

- Exercices 8 P 27

Aptitudes à développer	- Discriminant réduit - Somme et produit des racines
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	<p>Correction de l'exercice 8 P 27</p> <p>f) Discriminant réduit i) Activité 20 P 22</p> <p>ii) Point de Méthode Pour résoudre l'équation: $ax^2 + bx + c = 0$ et si $b = 2b'$ avec $b' \in \mathbb{N}$ on peut, au lieu de calculer le discriminant Δ, calculer le discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$ * si $\Delta' < 0$ alors l'équation n'admettra pas des solutions. * si $\Delta' = 0$ alors l'équation admettra une seule solution $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-b'}{a} \right\}$ * si $\Delta' > 0$ alors l'équation admettra deux solutions $S_{\mathbb{R}} = \left\{ \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}, \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a} \right\}$</p> <p>iii) Exemple d'application Résoudre dans \mathbb{R}: $5x^2 - 16x + 3 = 0$</p>	<p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p>	
4) Somme et produit des racines	<p>a) Activité 22 P 22</p> <p>b) Théorème: Lorsque l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions x_1 et x_2 alors on a: $x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \text{et} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$</p> <p>c) Conséquences * Si $a+b+c=0$ signifie 1 est une racine</p>	<p>15 minutes</p>	

	<p>de $ax^2 + bx + c = 0$, l'autre racine est $\frac{c}{a}$</p> <p>* Si $a-b+c=0$ signifie -1 est une racine de $ax^2 + bx + c = 0$, l'autre racine est $-\frac{c}{a}$</p> <p>d) Activités d'application 24 et 25 P 23</p>	<p>10 minu tes</p>	
<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Soit l'équation: $ax^2 + bx + c = 0$ (I). Montrer que: 1°) Si $a=1$ et $\Delta > 0$ alors cette équation est équivalente à $x^2 - S.x + P = 0$ (II) où S et P sont respectivement la somme et le produit des solutions de l'équation (I) 2°) La résolution du système: $\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$ Revient à celle de l'équation (II) ci-dessus 3°) Vérifier que si (a,b) est une solution du système ci-dessus alors le couple (b,a) l'est aussi (Pour cela ce système est dit système symétrique) <ul style="list-style-type: none"> • Exemples a) et d) de l'exercice 10 p 27 • Exercice 9 P27 		

Aptitudes à développer	- Factorisation d'un trinôme du second degré - Exemples d'équations dont la résolution se ramène à celle d'une équation du second degré
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail demandé	25 minutes	
5°) Factorisation d'un trinôme du second degré	<p>a) Activité 29 P 24</p> <p>b) Théorème : Si x_1 et x_2 sont les deux racines du trinôme ax^2+bx+c alors $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$</p>	15 minutes	Inviter les élèves à formuler le résultat à retenir de l'activité
6°) Exemples d'équations dont la résolution se ramène à celle d'une équation du second degré	<p>a) Quelques exemples de l'activité 27 P 23</p> <p>b) Quelques exemples de l'exercice 4 P 33</p>	15 minutes	Diversifier les exemples choisis

Travail à domicile	--Exercices 12 P 28 et 3 P 33
---------------------------	-------------------------------

Aptitudes à développer

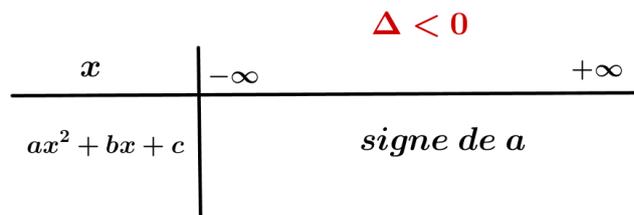
- Inéquations du second degré

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire																
<p>III) Inéquation du second degré</p> <p>1°) Définition</p> <p>2°) Signe d'un trinôme du second degré</p>	<p>Correction des exercices 12 P 28 et 3 P 33</p> <p>a) Enoncé de la définition: Toute inégalité qui se ramène à la forme $ax^2+bx+c>0$ ou $ax^2+bx+c\geq 0$ où a, b et c sont des réels donnés (avec $a\neq 0$) et x est une inconnue réelle est appelée inéquation du second degré à une inconnue</p> <p>b) Exemples Ecrire des exemples qui émanent des élèves</p>	<p>15 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à formuler la définition • Inviter les élèves à proposer des exemples d'inéquations du second degré à une inconnue • Se limiter aux questions 1) et 3) • Accorder un temps de recherche aux élèves • Aider les 																
	<p>a) Activité 30 P 24</p> <p>b) Théorème Le signe d'un trinôme dépend de ceux de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • son discriminant • du coefficient de son monôme de degré 2 <p>• Si $\Delta > 0$, le trinôme est du signe de a à l'extérieur des racines et du signe de $-a$ à l'intérieur.</p>	<p>10 minutes</p>																	
	<p style="text-align: center;">$\Delta > 0$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">x_1</td> <td style="text-align: center;">x_2</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$ax^2 + bx + c$</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">$\text{signe de } a$</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">\emptyset</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">$\text{signe de } (-a)$</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">\emptyset</td> </tr> </table> <p>• Si $\Delta = 0$, le trinôme est soit nul, soit du signe de a.</p> <p style="text-align: center;">$\Delta = 0$</p> <table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">$-\infty$</td> <td style="text-align: center;">$x_1 = x_2$</td> <td style="text-align: center;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding-right: 5px;">$ax^2 + bx + c$</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">$\text{signe de } a$</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">\emptyset</td> <td style="text-align: center; padding: 0 5px;">$\text{signe de } a$</td> </tr> </table>	x		$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	$\text{signe de } a$	\emptyset	$\text{signe de } (-a)$	\emptyset	x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$	$ax^2 + bx + c$	$\text{signe de } a$	\emptyset
x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$															
$ax^2 + bx + c$	$\text{signe de } a$	\emptyset	$\text{signe de } (-a)$	\emptyset															
x	$-\infty$	$x_1 = x_2$	$+\infty$																
$ax^2 + bx + c$	$\text{signe de } a$	\emptyset	$\text{signe de } a$																

• Si $\Delta < 0$, le trinôme est toujours du signe de a.



Elèves à établir les tableaux des signes

Travail à domicile

- Activité 37 P 26
- Exercice 7 P 33
- Série Annexe 2

Aptitudes à développer	- Adopter une démarche pour la résolution d'un problème du second degré
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 7 P33, 37 P 26	20 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • S'assurer de la maîtrise des règles mises en application de la part des élèves
IV) Exemples de problèmes du second degré	Correction de la série Annexe 2	35 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Initier les élèves à maîtriser une démarche pour la résolution des problèmes

Travail à domicile	- -
---------------------------	--------

Annexe 1

EXERCICE 1

x est un réel tel que $x \in \left] \frac{1}{3}, +\infty \right[$ et ABC un triangle tel que : $AB = 3x - 1$, $AC = 2$ et $BC = \sqrt{13}$.

- 1) Déterminer x pour que ABC soit isocèle de sommet principal A.
- 2) Déterminer x pour que ABC soit rectangle en A.

EXERCICE 2

A la fin de l'année, le comité culturel d'un lycée a organisé un voyage par bus. En faisant monter:

- 40 élèves par bus, 11 n'ont pas des places.
- 43 élèves par bus, il reste une place vide dans un bus.

- 1) De combien de bus doit-on disposer au minimum ?
- 2) Déterminer le nombre d'élèves.

EXERCICE 3

Trouver trois entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 5.

EXERCICE 4

On considère un triangle OED tel que $EO = 4$; $ED = 6$ et $OD = 9$. Soit J un point de [EO], la parallèle à (OD) passant par J coupe [ED] en U. Déterminer la position de J sur [OE] pour que le triangle JEU ait le même périmètre que le trapèze JUDO

EXERCICE 5

Un arbre de 10 m de haut et un poteau de 2 m de haut sont situés l'un en face de l'autre sur les rives d'un fleuve large de 30 m ; Un oiseau est perché sur l'arbre et un autre sur le poteau. Brusquement, entre l'arbre et le poteau, aperçoivent un poisson sur la surface de l'eau. Ils se jettent alors simultanément sur lui en volant à la même vitesse et l'atteignent au même instant. A quelle distance du pied de l'arbre se trouve le poisson ?

Annexe 2

EXERCICE 1

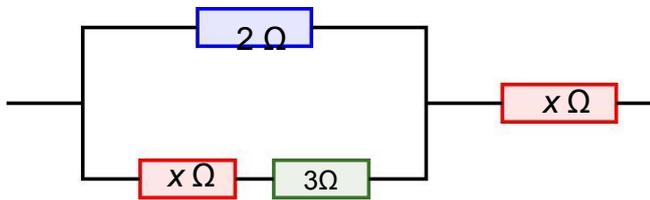
n joueurs participent à un jeu. La règle prévoit que le joueur gagnant reçoit n euros de la part de chacun des autres joueurs. Au cours d'une partie, le gagnant a reçu 20 euros. Combien y a-t-il de joueurs ?

EXERCICE 2

Trouver deux entiers consécutifs dont le produit est égal à 4970.

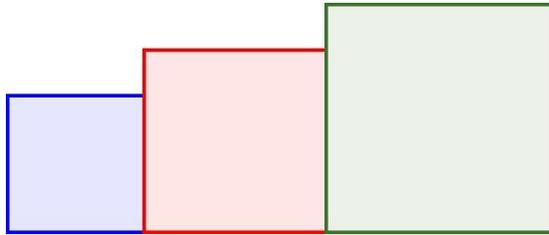
EXERCICE 3

Dans un circuit électrique, des résistances ont été montées comme l'indique la figure ci-dessous. Déterminer la valeur de la résistance x pour que la résistance équivalente de l'ensemble soit de $4,5 \Omega$.



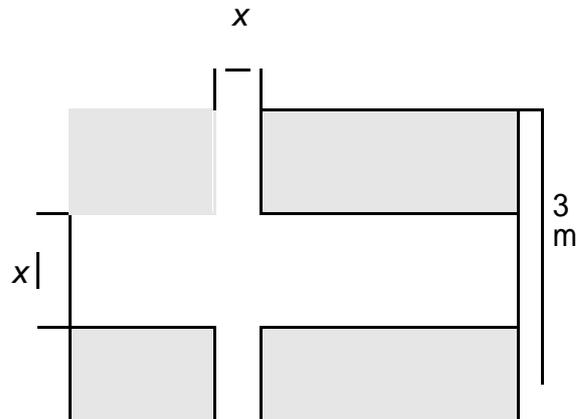
EXERCICE 4

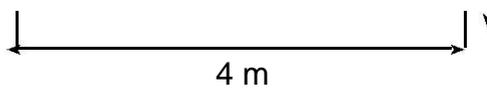
Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15125 ? Si oui préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec 15127.



EXERCICE 5

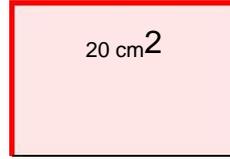
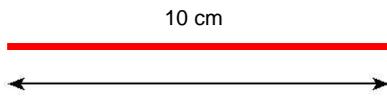
Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restant du drapeau ?





EXERCICE 6

a) On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient les deux côtés consécutifs d'un rectangle de surface 20 cm^2 ?



b) Même question : où briser la baguette pour avoir un rectangle de 40 cm^2 ?

EXERCICE 7

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distante de 195 km, deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur le parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses moyennes des deux cyclistes ?

EXERCICE 8

L'aire d'un triangle rectangle est de 429 m^2 , et l'hypoténuse a pour longueur $h = 72,5 \text{ m}$. Trouver le périmètre.

EXERCICE 9

A une station service, on achète de l'essence pour 80 Dinars. On s'aperçoit qu'à une autre station le prix du litre est inférieur de 100 Millimes. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix. Quel est le prix de l'essence à la première station et combien de litres en avait-on pris ?

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 03

Notion de polynômes

Conçu par:

BOUBAKER Hassen

NFOUSSI Zeineb

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

Chapitre 03: Notion de polynômes	Séance n° : 1	Durée : 2 h	
Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître une fonction polynôme - Effectuer des opérations sur les polynômes 		
Supports pédagogiques	- ...		
Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
V) Notion de fonction	<p>a) Activité d'approche Activité 2 p 38</p> <p>b) Définition Soit E une partie non vide de IR. Lorsque à tout réel x de E, on associe au plus un réel y: on dit qu'on a défini une fonction de E vers iR.</p> <p>c) Notation et vocabulaire</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si on désigne par f cette fonction, on notera: $f : E \rightarrow IR$ $x \mapsto y = f(x)$ • f(x) se lit : f de x ou l'image de x par f • L'ensemble D des réels x de E pour lesquels f(x) existe est appelé: ensemble de définition de f et on le notera: D_f • Si f(x) =y, on dira que y est l'image de x par f et que x est un antécédent de y <p>d) Activité d'application On choisira quelques exemples de l'activité 3 p 39 et on la complétera par une question de recherche d'image et une autre pour la recherche d'antécédents</p>	<p>5 minutes</p> <p>15 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves • Donner un temps de recherche aux élèves
VI) Notion de fonction polynôme	<p>a) Activité d'approche Les fonctions f et h sont appelées des fonctions polynômes, par contre g et k ne sont pas des fonctions polynômes. Vous est-il possible de définir ce qui est une fonction polynôme ?</p> <p>b) Définition et vocabulaire</p>	<p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves

	<ul style="list-style-type: none"> • Soient a_0, a_1, \dots, a_{n-1} et a_n des réels. La fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ est appelée fonction polynôme. • Les réels: a_n, a_{n-1}, \dots, a_1 et a_0 sont appelés les coefficients de la fonction polynôme. • Si $a_n \neq 0$, n est appelé le degré du polynôme f. On écrit: $\deg(f)=n$ • Si tous les coefficients sont nuls, le polynôme est dit nul. On convient que le polynôme nul n'a pas de degré. <p>c) Activité d'application Activité 5 p 39. On la complétera par une question sur la valeur du degré.</p> <p>Attention: Certaines fonctions ressemblent à des polynômes mais elles ne le sont pas :</p> <ul style="list-style-type: none"> • $f(x) = x^2 + \frac{3}{x} + 5$ car $\frac{3}{x} = 3 \cdot x^{-1}$ et $-1 \notin \mathbb{N}$ • $f(x) = x^2 + \sqrt{x} + 5$ car \sqrt{x} n'est pas de la forme x^n avec $n \in \mathbb{N}$ • $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x}$ pour $x \neq 0$, $D_f = \mathbb{R}^* \neq \mathbb{R}$ 	<p>15 minutes</p> <p>5 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Donner un temps de recherche aux élèves
<p>VII) Egalité de deux fonctions polynômes</p>	<p>a) Activité d'approche Activité 7 p 40</p> <p>b) Définition et vocabulaire Deux polynômes sont égaux si et seulement si ils ont le même degré et si les coefficients de leurs monômes semblables (de même degré) sont égaux</p> <p>c) Activité d'application soit $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$. Déterminer les réels a, b et c tel que pour tout réel x, $P(x) = (x-2)(ax^2 + bx + c)$.</p>	<p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de formuler l'ajout acquis suite à chaque activité • Donner un temps de recherche aux élèves
<p>IV) Opérations sur les fonctions</p>	<p>a) Activité d'approche Activité 9 p 41</p> <p>b) Définitions Soit f et g deux polynômes et α un réel.</p>	<p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves

Chapitre 03:	Notion de polynômes	Séance n° : 2	Durée : 1 h
--------------	----------------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - factoriser un polynôme - Reconnaître une fonction rationnelle
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction des exercices 5 et 6 p 47 (travail à la maison) (L'activité 15 p 43 sera corrigée au cours de la séance)	10 minutes	Les élèves participent à la correction
3) Factorisation d'un polynôme	<ul style="list-style-type: none"> • Définition Soit P et Q deux polynômes. On dit que le polynôme P est factorisable par le polynôme Q s'il existe un polynôme R tel que pour tout réel x on a: $P(x) = Q(x) \cdot R(x)$ • Activité Activité 15 p 43 • Théorème Soit f un polynôme de degré n <ul style="list-style-type: none"> • Pour $n \geq 1$, si α est une racine de f alors f est factorisable par $(x - \alpha)$ (Il existe un polynôme g de degré $(n-1)$ tel que: $f(x) = (x - \alpha) g(x)$). • Pour $n \geq 2$, si α et β sont des racines de f alors f est factorisable par $(x - \alpha)(x - \beta)$ (Il existe un polynôme g de degré $(n - 2)$ tel que : $f(x) = (x - \alpha) (x - \beta) g(x)$). • Plus généralement: Soit f un polynôme de degré n ($n \geq 3$) On admet que si $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ et α_k (avec $k \leq n$) sont des racines de f alors: f est factorisable par $(x - \alpha_1)(x - \alpha_2)(x - \alpha_3) \dots (x - \alpha_k)$. (Il existe un polynôme g de degré $(n - k)$ tel que: $f(x) = (x - \alpha_1) (x - \alpha_2) (x - \alpha_3) \dots (x - \alpha_k) g(x)$) • Activité d'application 	5 minutes 10 minutes 10 minutes 10	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche • Inciter les élèves à déduire ces règles de l'activité b) de ce paragraphe. • Accorder aux

<p>VI) Fonctions rationnelles</p>	<p>Activité 18 p 44</p> <p>a) Activité d'approche Activité 24 p 46</p> <p>b) Définition Soit f et g deux fonctions polynômes. $h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ La fonction : $x \mapsto \frac{f(x)}{g(x)}$ est appelée fonction rationnelle.</p>	<p>minu tes 5 minu tes</p> <p>5 minu tes</p>	<p>élèves un temps de recherche</p> <ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
--	--	--	---

<p>Travail à la maison</p>	<p>Activité 12 p 48</p> <p>Exercice 1 On donne le polynôme : $P(x)=2x^4 + 3x^3 - 7x^2 + 5x - 3$ 1/ Vérifier que 1 et -3 sont deux racines du P 2/ Factoriser alors P(x) 3/ Résoudre dans IR l'inéquation: $P(x) \leq 0$</p> <p>Exercice 2 Résoudre dans IR l'équation: $4x^4 + 12x^3 - 5x^2 - 3x + 1 = 0$ sachant qu'elle admet deux racines opposées</p> <p>Exercice 3 Soit les polynômes P et Q définie par $P(x)= 2x^3-3x^2-5x+6$ et $Q(x)= x^4-x^2-3$ 1/ a/ Vérifier que 1 est une racine de P b/ factoriser P(x) c/ Résoudre dans IR, $P(x)>0$ 2/a/ Vérifier que Q(x) est factorisable par (x-1) b/ factoriser Q(x) 3/ on pose $f(x) = P(x) + Q(x)$ a/ Vérifier que $f(x) = (x - 1)(x^3 + 3x^2 - x - 3)$ b/ Montre que (-1) est une racine de f c/ Résoudre dans IR, $f(x)=0$ 4/ soit $g(x) = \frac{f(x)}{P(x)}$ a/ déterminer l'ensemble de définition de g b/ Simplifier g(x) c/ Résoudre dans IR, $g(x) \geq 0$</p>
-----------------------------------	---

Chapitre 03:	Notion de polynômes	Séance n° : 3	Durée : 1 h
---------------------	----------------------------	----------------------	--------------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 04

Arithmétique

HAJJAJ Saber

Conçu par:

GHAIEB Adel

ROMDHANE Fadhel

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

Chapitre 04: Arithmétique	Séance n° : 1	Durée : 2 h	
Aptitudes à développer	- Reconnaître une division euclidienne - Reconnaître et mettre en œuvre les propriétés de la divisibilité		
Supports pédagogiques	- ...		
Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Division euclidienne	<p>a) Activité de rappel Activité 1 p 55 (Pour démarrer)</p> <p>b) Définition soit a et b deux entiers naturels tels que b est non nul. Effectuer la division euclidienne de a par b, c'est trouver l'unique couple d'entiers naturels (q , r) tel que : $a = b.q + r$ avec $0 \leq r < b$ q est le quotient ; r est le reste</p> <p>c) Activité d'application Le quotient d'une division euclidienne est 8 et le reste vaut 5. Si l'on ajoute 43 au dividende le quotient devient 10 et le reste 4. Déterminer le diviseur et le dividende.</p>	5 minut es 5 minut es 10 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves • Donner un temps de recherche aux élèves
II) Diviseurs et multiples d'un entier naturel 1) Définition	<p>a) Enoncé de la définition Un entier naturel non nul b est un diviseur d'un entier naturel a si et seulement si le reste dans une division euclidienne de a par b est nul. on dit aussi que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • a est un multiple de b • ou a est divisible par b • ou b divise a et on note: bla <p>b) Activité d'application Montrer que la somme de 5 entiers naturels consécutifs est divisible par 5.</p>	5 minut es 5 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable que la définition et le vocabulaire émanent des élèves • Donner un temps de recherche aux élèves
2) Propriétés	<p>a) Activité a, b et c sont des entiers naturels. Montrer que:</p> <p>1) Si a divise b et b divise a, alors a et b sont égaux</p>	15 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche

	<p>2) Si a divise b et b divise c, alors a divise c</p> <p>3) si c divise a et b alors c divise a+b et c divise a.b</p> <p>4) Si c divise a et b, alors c divise toute combinaison linéaire de a et b (c'est-à-dire tout nombre de la forme au + bv où u et v sont deux entiers relatifs)</p> <p>b) A retenir a, b et c sont des entiers naturels. Montrer que:</p> <p>1) Si a divise b et b divise a, alors a et b sont égaux</p> <p>2) Si a divise b et b divise c, alors a divise c</p> <p>3) Si c divise a et b alors c divise a+b et c divise a.b</p> <p>4) Si c divise a et b, alors c divise toute combinaison linéaire de a et b</p> <p>c) Activité d'application</p> <p>a) Montrer que $\frac{4n+10}{n+1} = 4 + \frac{6}{n+1}$</p> <p>b) En deduire les entiers naturels n pour lesquels $\frac{4n+10}{n+1}$ soit un entier naturel</p>	<p>10 minut es</p>	<p>aux élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions. • Si le temps ne permet pas sa recherche en classe, cette activité sera proposée comme un travail à la maison
--	--	----------------------------	---

<p>Travail à la maison</p>	<p>- Exercice 3 p 62</p> <p>- Exercice</p> <p>a) Montrer que $\frac{4n+10}{n+1} = 4 + \frac{6}{n+1}$</p> <p>b) En deduire les entiers naturels n pour lesquels $\frac{4n+10}{n+1}$ soit un entier naturel</p>
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître si un entier naturel est divisible par 2, 4, 5 et 25 - Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 2, 4, 5 et 25
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser les Solutions proposées par les élèves lors de la correction
<p>III) Critères de divisibilité</p> <p>1) Par 2 et par 5</p>	<p>a) Activité Activité 4 p 56</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un entier naturel est divisible par 2 (respectivement par 5) si et seulement si son chiffre d'unités est divisible par 2 (respectivement par 5) • le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 2 (respectivement par 5) est égal au reste de la division euclidienne de son chiffre d'unités par 2 (respectivement par 5) <p>c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne de 789435930987321876 par 2 puis par 5</p>	<p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
<p>2) Par 4 et par 25</p>	<p>a) Activité Activité 5 p 57</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Un entier naturel est divisible par 4 (respectivement par 25) si et seulement si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4 (respectivement par 25) • le reste de la division euclidienne 	<p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité

	<p>d'un entier naturel par 4 (respectivement par 25) est égal au reste de la division euclidienne par 4 (respectivement par 25) du nombre formé par ses deux derniers chiffres.</p> <p>c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne de 789435930987321876 par 4 puis par 25</p>	<p>tes</p> <p>5 minutes</p>	<p>a) de ce paragraphe.</p> <p>.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
--	---	-----------------------------	--

<p>Travail à la maison</p>	<p>Exercices 5, 6 et 7 p 60</p>
-----------------------------------	---------------------------------

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître si un entier naturel est divisible par 8, 3 et 9 - Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 8, 3 et 9
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser les Solutions proposées par les élèves lors de la correction
III) Critères de divisibilité (Suite) 3) Par 8	a) Activité Activité 6 p 57	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
	b) A retenir <ul style="list-style-type: none"> • Un entier naturel supérieur ou égal à 1000 est divisible par 8 si et seulement si le nombre formé par ses trois derniers chiffres est divisible par 8 • le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 8 est égal au reste de la division euclidienne par 8 du nombre formé par ses trois derniers chiffres. 	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne par 8 de 789435930987321876	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
4) Par 3 et 9	a) Activité Activité 7 p 57	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) ci-dessus.
	b) A retenir <ul style="list-style-type: none"> • Un entier naturel est divisible par 3 (respectivement par 9) si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3 (respectivement par 9) • le reste de la division euclidienne d'un entier par 3 (respectivement par 9) est égal au reste de la division euclidienne de la somme de ses chiffres par 3 	5 minutes	

	(respectivement par 9) c) Activité d'application Déterminer le reste de la division euclidienne par 8 de 789435930987321876	5 minu tes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
--	--	---------------------------------------	---

Travail à la maison	Exercices 23, 24 et 25 page 65
----------------------------	--------------------------------

Aptitudes à développer

- Reconnaître si un entier naturel est divisible par 11
- Déterminer le reste de la division euclidienne d'un entier naturel par 11

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
III) Critères de divisibilité(Suite) 5) Par 11	a) Activité Activité 10 p 58 Activités 12 et 13 p 59	20 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir Soit a un entier naturel. On désigne par : - - S_1 la somme de ses chiffres de rangs impairs (de droite à gauche) - S_2 la somme de ses chiffres de rangs pairs - $d = S_1 - S_2$ <ul style="list-style-type: none"> • si $d \geq 0$, a est divisible par 11 si et seulement si d est divisible par 11 • si $d < 0$, Soit p le plus petit entier naturel tel que $d+11p$ soit positif ou nul a est divisible par 11 si et seulement si $(d+11p)$ est divisible par 11 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité d'application Exercice 10 p 60	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche

Travail à la maison

Exercices 27, 28, 29 et 30 p 65

Chapitre 04:	Arithmétique	Séance n° : 5	Durée : 1 h
--------------	---------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IV) Exercices intégratifs	Exercices 27, 28, 29 et 30 p 65 (travail demandé)		. La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences et en particulier les notions de PPCM et PGCD, les méthodes de les retrouver, algorithme d'Euclide..

Annexe

Raisonnements Mathématiques

En arithmétique, il arrive qu'on utilise certains types de raisonnement particuliers, à titre d'exemples, on cite :

❖ Le raisonnement par l'absurde.

Ce raisonnement consiste à :

- Supposer que la conclusion à laquelle on veut arriver est fausse.
- Analyser cette supposition (Dégager des déductions à partir de cette supposition)
- Aboutir à une contradiction soit avec les données de l'exercice soit avec l'une des règles du cours.

Exemple 1 : Un de mes amis, m'avait dit : "Je passerai peut être chez toi lundi après-midi. Si tu n'es pas là, je laisserai un mot dans la boîte à lettres." Or, j'ai été obligé de sortir lundi après-midi. En rentrant chez moi, je constate qu'il n'y a pas de mot dans la boîte à lettres.

- Si mon ami passe pendant mon absence, il laisse un mot dans
 - la boîte à lettres.
 - Il n'y a pas de mot dans la boîte à lettres
- } Ce qu'on sait : Hypothèses
- Si mon ami était passé } on suppose la conclusion fausse
 - alors il y aurait eu un mot dans
 - la boîte à lettres or il n'y en avait
 - pas, ce qui est contradictoire.
 - donc mon ami n'est pas passé
- } on obtient une impossibilité
- Donc mon ami n'est pas passé } la conclusion

Exemple 2

Montrons que pour tout réel non nul x , le réel $\frac{2x+1}{x}$ est différent de 2.

- On suppose que la conclusion est fausse c'est-à-dire il existe au moins un réel non x tel que le réel $\frac{2x+1}{x}$ soit égal à 2.
- Analyse de la supposition : $\frac{2x+1}{x} = 2$ équivaut à $\frac{1}{x} = 0$
- Contradiction : Il n'existe aucun réel dont l'inverse est nul. Donc notre supposition est fausse.
- Conclusion : pour tout réel non nul x , $\frac{2x+1}{x}$ est différent de 2.

❖ Le raisonnement par disjonction des cas

Ce raisonnement consiste à discuter la solution selon la valeur prise par la variable (n généralement)

Exemple :

Montrons que pour tout entier naturel n , n et n^2 ont la même parité.

Soit n un entier naturel quelconque. On distingue deux cas :

Soit n pair, soit n impair.

1^{er} cas : n est pair. Auquel cas, il existe un entier k tel que

$n = 2k$. On en déduit que $n^2 = (2k)^2 = 4k^2$, autrement dit $n^2 = 2(2k^2)$, avec $(2k^2)$ qui est un entier car k en est un. Par conséquent n^2 est pair, donc a la même parité que n .

2^{ème} cas : soit n est impair. Auquel cas, il existe un entier k tel que

$n = 2k + 1$. On en déduit que $n^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1$, autrement dit $n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$, avec $(2k^2 + 2k)$ qui est un entier car k en est un. Par conséquent n^2 est impair, donc a la même parité que n .
 Conclusion : pour tout entier naturel n , n et n^2 ont la même parité.

Détermination des diviseurs d'un entier naturel différent de 0 et 1.

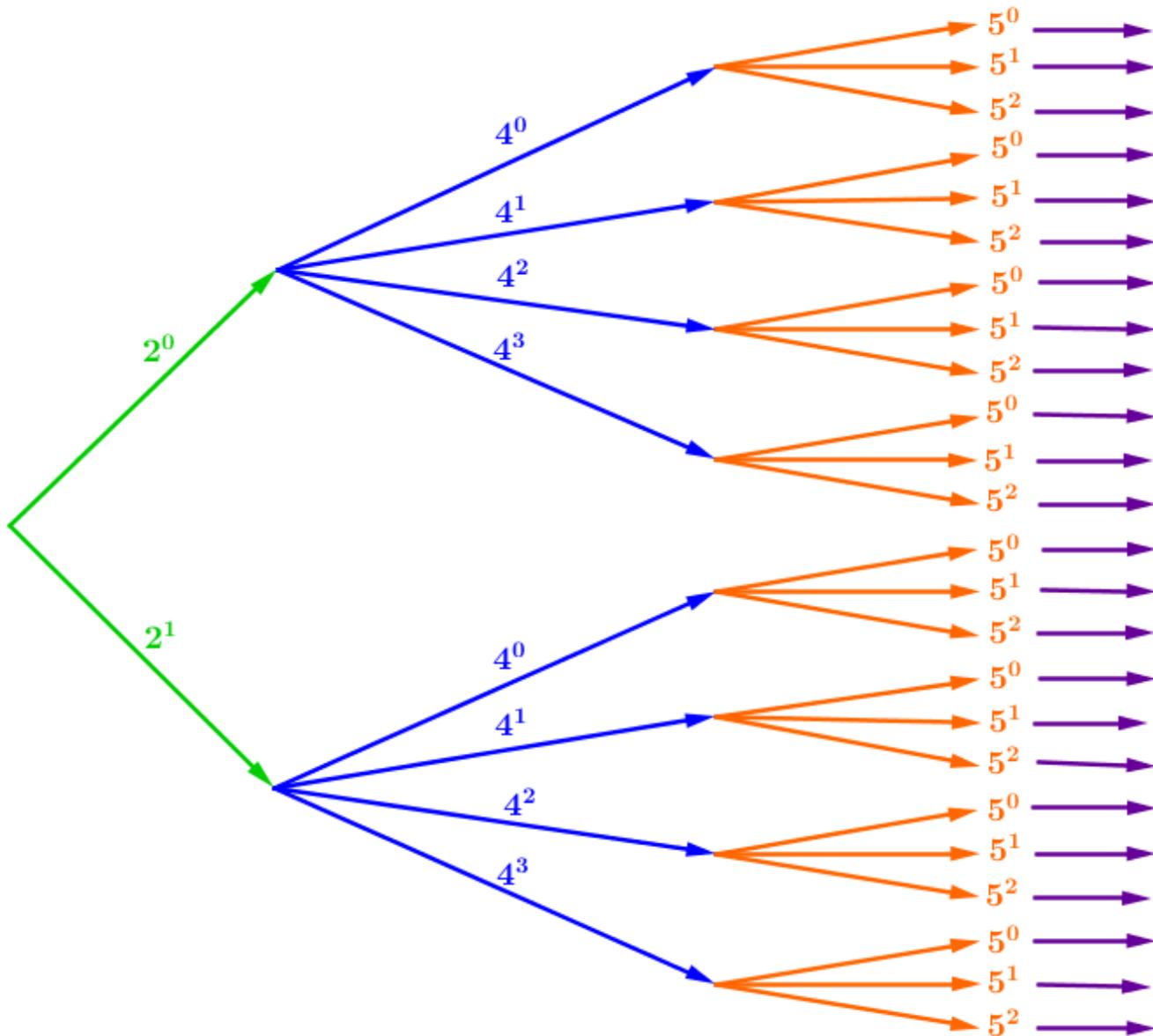
❖ **Nombre de diviseurs d'un entier naturel**

si la décomposition d'un entier naturel n en produit de facteurs premiers est :

$n = d_1^{k_1} \cdot d_2^{k_2} \cdot d_3^{k_3}$ où d_1, d_2, \dots, d_p sont des nombres premiers et les k_1, k_2, \dots, k_p sont des entiers naturels, alors n admet: $(k_1 + 1)(k_2 + 1)(k_3 + 1)$ diviseurs.

❖ **Détermination des diviseurs Exemple: $3200 = 2 \times 4^3 \times 5^2$**

D'après la règle ci-dessus, 3200 possède $(1+1)(3+1)(2+1) = 24$ diviseurs



نبذة تاريخية

باقي قسمة عدد على 7 وفق ما ورد في أحد مخطوطات أبي الحسن القلصادي

يصف القلصادي آلية طرح 7 باستعمال حروف الجمل فيقول¹: "... فتختبره بهذه الحروف: أ : ج : ب : و : د : ه ... نضع تحت المطروح (أي العدد الذي نبغي تحديد باقي قسمته الإقليدية على 7) حروفاً بقدره من حروف الجمل ثم تضرب كل عدد (المقصود هنا: كل رقم) في نقط الحروف التي تحته

و تطرح الخارج ... و نقط الألف 1 و نقط الجيم 3 وهي الباقية من العشرات و نقط الباء 2 وهي الباقية من المائة و نقط الواو 6 وهي الباقية من الألف و نقط الدال 4 وهي التي تبقى من عشرات الألف و نقط الهاء 5 وهي التي تبقى من مائة الألف ثم بعد ذلك يعود الأمر إلى ما كان عليه أولاً، فتبدأ ثانياً بالألف ثم الجيم على الترتيب المذكور "

ما إن ننتهي من قراءة هذه الفقرة حتى تتبادر إلى أذهاننا التساؤلات التالية:

لماذا وقع الاختيار على هذه الحروف دون غيرها ؟

لماذا يعود الأمر إلى ما كان عليه بعد المائة ألف ؟

لماذا نضرب كل رقم بتهيئة الحرف الذي سيكتب تحته؟ ...

للإجابة عن هذه الأسئلة، سنعمل على استيعاب الآلية من خلال تطبيقها على مثال متسلحين بالمعلومات التي عرضناها في باب التسمية بمناسبة تعرضنا لطرح 7:

لنا: باقي قسمة 10^0 على 7 هو 1 و 1 يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمل

باقي قسمة 10 على 7 هو 3 و 3 يمثل قيمة الحرف ج في حساب الجمل

باقي قسمة 10^2 على 7 هو 2 و 2 يمثل قيمة الحرف ب في حساب الجمل

باقي قسمة 10^3 على 7 هو 6 و 6 يمثل قيمة الحرف و في حساب الجمل

باقي قسمة 10^4 على 7 هو 4 و 4 يمثل قيمة الحرف د في حساب الجمل

باقي قسمة 10^5 على 7 هو 5 و 5 يمثل قيمة الحرف ه في حساب الجمل

باقي قسمة 10^6 على 7 هو 1 و 1 يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمل

ومن ثم يعود الدور: كما يقول القلصادي. كما سبق أن أثبتنا أن:

باقي قسمة 10^{6n} على 7 يساوي 1

باقي قسمة 10^{6n+1} على 7 يساوي 3

باقي قسمة 10^{6n+2} على 7 يساوي 2

باقي قسمة 10^{6n+3} على 7 يساوي 6

باقي قسمة 10^{6n+4} على 7 يساوي 4

باقي قسمة 10^{6n+5} على 7 يساوي 5

بالتالي إن كان a عدد يتكوّن من ستة أرقام – على سبيل المثال- حيث c_0 رقم

أحاده، c_1 رقم عشراتاه، c_2 رقم مآته، c_3 رقم آلافه، c_4 رقم عشرات آلافه و c_5 رقم مآت آلافه :

¹ : [م] "شرح التلخيص" ص 68 من الجزء العربي

$$a = c_5c_4c_3c_2c_1c_0$$

$$= c_5 \times 10^5 + c_4 \times 10^4 + c_3 \times 10^3 + c_2 \times 10^2 + c_1 \times 10^1 + c_0$$

$$\text{فإن } a \equiv 5.c_5 + 4.c_4 + 6.c_3 + 2.c_2 + 3.c_1 + 1.c_0 \quad [7]$$

مع التذكير بأن: 1 في العبارة $1.c_0$ يمثل قيمة الحرف أ في حساب الجمل

3 في العبارة $3.c_1$ يمثل قيمة الحرف ج في حساب الجمل

2 في العبارة $2.c_2$ يمثل قيمة الحرف ب في حساب الجمل

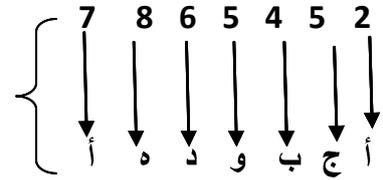
6 في العبارة $6.c_3$ يمثل قيمة الحرف و في حساب الجمل

4 في العبارة $4.c_4$ يمثل قيمة الحرف د في حساب الجمل

5 في العبارة $5.c_5$ يمثل قيمة الحرف ه في حساب الجمل

مثال تطبيقي: حدّد باقي قسمة 7865452 على 7

- علينا أن نكتب، من اليمين إلى اليسار و تحت كل واحد من أرقام هذا العدد الحروف الأبجدية متتالية
- علينا أن نقابل كل رقم من أرقام هذا العدد - من اليمين إلى اليسار وعلى التوالي - بأحد حروف العبارة: " أجب وده " و ذلك حسب حاجتنا منها، وإن استدعى الأمر استعمال أكثر من ستة حروف (أي أن العدد يتكون من أكثر من ستة أرقام) فإننا نعيد كتابة أحرف العبارة السابقة الذكر من جديد حتى نستوفي حاجتنا منها.



بالتالي فإن باقي قسمة 7865431 على 7 هو:

$$126 = 1x7 + 5x8 + 4x6 + 6x5 + 2x4 + 3x5 + 1x2$$

حسب نفس القاعدة 126 يقابله: $13 = 2x1 + 3x2 + 1x6$

و باقي قسمة 13 على 7 هو 6 وهو نفس باقي قسمة 7865452 على 7.

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 05

Suites arithmétiques

Conçu par:
ABDESSLEM Tarek GAIDI Hatem JOUABER Aouicha

Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 05:	Suites arithmétiques	Séance n° : 1	Durée : 2 h
---------------------	-----------------------------	----------------------	--------------------

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître une suite de nombres réels - Calculer les termes d'une suite - Reconnaître qu'une suite est arithmétique ou non - Déterminer la raison d'une suite arithmétique - Déterminer le terme général d'une suite arithmétique de raison et de premier terme donnés
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Notion de suite réelle 1) Approche	Approche intuitive Activité 1 p 7	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • On pourra se contenter de deux ou trois exemples • Accorder un temps de recherche aux élèves • on introduira la notation indicielle en douceur • Evoquer les deux méthodes qui peuvent être utilisées pour définir une suite à travers les exemples traités • Pour chaque exemple, on déterminera la loi: <ul style="list-style-type: none"> - Permettant de calculer un terme connaissant le ou les précédents - Liant sa valeur à son rang • Favoriser les bons essais des élèves
2) Définition et notation	a) Activité d'approche Activité 1 p 8	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves

II) Suite arithmétique

1) Définition

2) Terme général

b) Enoncé de la définition et notation

Soit n_0 un entier naturel. Lorsqu'à tout entier naturel n supérieur ou égal à n_0 on peut associer un unique réel $U(n)$ on dit que l'on a défini une suite de nombres réels. Le réel $U(n)$ s'appelle le terme général de la suite et se note U_n et on lit « U indice n ». La suite se note $(U_n)_{n \geq n_0}$ ou (U_n) .

c) Remarque

Une suite peut n'être définie qu'à partir d'un rang $n_0 > 1$

$$(\text{exp} : u_n = \sqrt{n-4} \ ; n \geq 4)$$

d) Activité d'application

Activité n°4 page 9

a) Activité d'approche

Activité n°6 page 10

b) Définition

On dit qu'une suite (U_n) est arithmétique s'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} = U_n + r$.

Le nombre r est appelé la raison de la suite.

c) Remarque

Si a, b, c, d, \dots sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique, on dit qu'ils sont en progression arithmétique

d) Activité d'application

a) Montrer que trois réels a, b et c sont en progression arithmétique sssi $a+c = 2.b$

b) Les réels $\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}+1}$ et $-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$

peuvent-ils être trois termes consécutifs d'une suite arithmétique ? Si oui, déterminer sa raison.

a) Activité

Activité 7 p 10

b) A retenir

Pour toute suite arithmétique (U_n) définie

10
minut
es

10
minut
es

10
minut
es

5
minut
es

15
minut
es

15
minu
tes

- Il est souhaitable que la définition émane des élèves

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Il est souhaitable que la définition émane des élèves

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction

- Accorder aux élèves un temps de recherche

	<p>sur \mathbb{N}, de premier terme U_0 et de raison r, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: $U_n = U_0 + n.r$</p> <p>c) Activité d'application</p> <p>1) Soit (U_n) suite arithmétique définie sur \mathbb{N}, de premier terme U_0 et de raison r, montrer que pour $n, p \in \mathbb{N}$, on a: $U_n = U_p + (n-p).r$</p> <p>2) Dédurre l'expression de U_n en fonction de U_1</p> <p>3) Montrer que la suite définie sur \mathbb{N} par: $u_n = a.n + b$ (avec a et b sont des réels donnés) est une suite arithmétique dont on déterminera la raison et le premier terme</p> <p>A retenir: Si (U_n) est une suite arithmétique de raison r alors on a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $U_n = U_p + (n - p).r$ ($n, p \in \mathbb{N}$) • $U_n = U_1 + (n - 1).r$ • la suite définie sur \mathbb{N} par: $u_n = a.n + b$ (avec a et b sont des réels donnés) est une suite arithmétique de raison a et de premier terme b 	<p>5 minutes</p> <p>15 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder aux élèves un temps de recherche • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) ci-dessus.
--	--	---	--

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Exercice 6 page 13 - Exercices 4 et 7 page 18 - Activité 9 page 11
-----------------------------------	--

Aptitudes à développer

- Représenter graphiquement une suite arithmétique
- Déterminer la somme de n termes consécutifs d'une suite arithmétique

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l'activité 9 p 11 sera corrigé au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
3) Représentation graphique	a) Activité Activité 9 p 11 (travail à la maison)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	b) A retenir Soit (U_n) suite arithmétique définie sur \mathbb{N} , de premier terme U_0 et de raison r . Pour tout $n \in \mathbb{N}$, le point $A_n(n, U_n)$ est sur la droite Δ de coefficient directeur r et d'ordonnée à l'origine U_0 ($\Delta : y = r.x + U_0$)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité d'application Activité 10 p 11	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	a) Activité préliminaire Activité 14 p 12	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
4) Somme des termes consécutifs d'une suite arithmétique	b) A retenir Le nombre de termes dans la somme $S = u_p + u_{p+1} + \dots + u_q$ est $(q - p + 1)$	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
	c) Activité Activité 15 p 12	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
	d) A retenir <ul style="list-style-type: none"> • La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme U_0 et de raison r est : 		<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe.

	$S = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} = \frac{n(U_0 + U_{n-1})}{2}$ $= nU_0 + \frac{n(n-1)}{2}.r$ <ul style="list-style-type: none"> • La somme des n premiers termes d'une suite arithmétique de premier terme U_1 et de raison r est : $S = U_1 + U_2 + \dots + U_n = \frac{n(U_1 + U_n)}{2}$ $= nU_1 + \frac{n(n-1)}{2}.r$ <p>On retiendra que:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $S = \text{nombre de termes} \times \frac{1^{\text{er}} \text{ terme} + \text{dernier terme}}{2}$ • $U_p + U_{p+1} + \dots + U_q = (q - p + 1) \frac{(U_p + U_q)}{2}$ • <i>Pour tout</i> $n \in \mathbb{N}$, $1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>e) Activité d'application Activité 16 p 14</p> <p>f) Utiliser les T.I.C Page 17 Ch05-Fig\Suites Arithm.xls</p>	<p>15 minut es</p> <p>5 minut es</p> <p>5 minut es</p> <p>15 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
--	--	---	---

<p>Travail à la maison</p>	<p>Exercices 3 p 16, 11 p 18 Exercices 13 et 17 p 19</p>
-----------------------------------	--

Chapitre 05:	Suites arithmétiques	Séance n° : 3	Durée : 1 h
--------------	-----------------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
III) Exercices intégratifs	Correction des exercices 3 p 16, 11 p 18 13 et 17 p 19 (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 06

Suites géométriques

Conçu par:

Farhat Ltaief

Lotfi Brahim

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

- Reconnaître une suite géométrique
- Déterminer le terme général d'une suite géométrique
- Représenter les termes d'une suite géométrique

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
I) Définition	a) Activité d'approche Activité 1 p 22 b) Définition On dit qu'une suite (U_n) est géométrique s'il existe un réel q tel que, pour tout entier naturel n on a : $U_{n+1} = q.U_n$. Le nombre q est appelé la raison de la suite. c) Remarque Si a, b, c, d, \dots sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique, on dit qu'ils sont en progression géométrique d) Activité d'application e) Montrer que trois réels a, b et c sont en progression géométrique sssi $a.c = b^2$ f) Exercice 1 p 26	15 minut es 5 minut es 5 minut es 20 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • Donner un temps de recherche aux élèves
	II) Terme général a) Activité Activité 2 p 22 On lui ajoutera la question: b) Conjecturer l'expression de C_n en fonction de C_0 et n b) A retenir Pour toute suite géométrique (U_n) définie sur \mathbb{N} , de premier terme U_0 et de raison q , pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a: $U_n = U_0 q^n$ c) Activité d'application 2) Soit (U_n) suite géométrique définie sur \mathbb{N} , de premier terme U_0 et de raison q , montrer que pour $n, p \in \mathbb{N}$, on a: $U_n = U_p q^{n-p}$	20 minut es 5 minut es 15 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • . Donner un temps de recherche aux élèves

III) Représentation graphique	<p>2) Dédire l'expression de U_n en fonction de U_1</p> <p>3) Montrer que la suite définie sur \mathbb{N} par: $u_n = a^n$ (avec a un réel donné) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme</p> <p>A retenir: Si (U_n) est une suite géométrique de raison r alors on a:</p> <ul style="list-style-type: none"> • $U_n = U_p \cdot r^{n-p}$ ($n, p \in \mathbb{N}$) • $U_n = U_1 \cdot r^{n-1}$ • la suite définie sur \mathbb{N} par: $u_n = a^n$ (avec a un réel donné) est une suite arithmétique de raison a et de premier terme 1 <p>a) Activité d'application</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exercice 2 p 30 - Exercice 10 p 30 <p>Activité Activité 7 p 23</p>	10 minu tes	<ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe.
	<p>a) Activité d'application</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exercice 2 p 30 - Exercice 10 p 30 	15 minu tes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche
	<p>Activité Activité 7 p 23</p>	5 minu tes	

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none"> - Exercices 1 et 3 page 30 - Activités 8 et 9 page 24
----------------------------	--

Aptitudes à développer	- Déterminer la somme de n termes consécutifs d'une suite géométrique
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (les activités 8 et 9 p 24 seront corrigés au cours de la séance)	15 minutes	Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Somme des termes consécutifs d'une suite géométrique	a) Activité Correction des activités 8 et 9 p 24 (travail à la maison)	20 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
	b) A retenir <ul style="list-style-type: none"> • La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme U_0 et de raison q est : $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1} = U_0 \frac{1-q^n}{1-q}$ • La somme des n premiers termes d'une suite géométrique de premier terme U_1 et de raison r est : $S = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} + U_n = U_1 \frac{1-q^n}{1-q}$ 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe
	On retiendra que: <ul style="list-style-type: none"> • $S = 1^{er} \text{ terme} \times \frac{1 - (\text{raison})^{\text{nombre de termes}}}{1 - \text{raison}}$ • $U_p + U_{p+1} + \dots + U_n = U_p \left(\frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} \right)$ • Pour tout $n \in \mathbb{N}$ et tout $x \in \mathbb{R}$, on a: $\mathbb{R} \quad 1 + x + x^2 + \dots + x^n = \frac{1 - x^{n+1}}{1 - x}$ 	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.
c) Activité d'application Activité 7 p 30	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves 	

Exercices 9 et 11 p 18

Exercice 3

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}(U_n - 2n - 3). \end{cases}$$

1°) Calculer U_1 , U_2 et U_3 .

2°) Soit (V_n) la suite réelle définie sur \mathbb{N} par : $V_n = 2U_{n+1} - U_n$.

Pour tout entier naturel non nul, on pose :

$$S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}.$$

Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison -2 .

Vérifier que $S_n = -n^2 - 2n$.

Montrer que $S_n = (U_1 + U_2 + \dots + U_n) + (U_n - U_0)$

3°) Soit (W_n) la suite définie par : $W_n = U_n + 2n - 1$.

Montrer que (W_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison.

Exprimer U_n puis la somme $U_0 + U_1 + \dots + U_n$ en fonction de n .

Exercice 4

Soit U la suite réelle définie sur \mathbb{N} par : $U_0 = 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{1 - U_n}{3 - 4U_n}$.

1°) a- Calculer U_1 et U_2

b- En déduire que U n'est ni arithmétique ni géométrique.

2°) a- Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{3 - 4U_n} \right)$

b- Montrer que si $0 \leq U_n < \frac{1}{2}$ alors $0 \leq U_{n+1} < \frac{1}{2}$.

On admet pour la suite que pour tout entier n , $0 \leq U_n < \frac{1}{2}$.

3°) Soit V la suite réelle définie par : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = \frac{1}{1 - 2U_n}$.

Montrer que V est une suite arithmétique de raison 2 .

Exprimer V_n puis U_n en fonction de n .

Déterminer l'entier naturel n tel que $V_2 + V_3 + \dots + V_n = 285$

4°) Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $S_n = \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{7}\right)^3 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$.

Montrer que pour tout entier naturel non nul n , $\frac{1}{3} \leq S_n \leq 1$

Exercice 5

Soit (a_n) une suite arithmétique définie sur \mathbb{N} par : $a_3 = -3$ et $a_3 + a_4 + \dots + a_{30} = -2352$.

1°) a) Déterminer la raison de la suite (a_n) .

b) Exprimer a_n en fonction de n .

2°) Soit U la suite réelle définie sur \mathbb{N} par :

$U_0 = 1$ et $U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + n - 1$. On pose $b_n = 4 \cdot U_n + a_n$.

Montrer que (b_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

Exprimer b_n puis U_n en fonction de n .

Calculer $U_3 + U_4 + \dots + U_{30}$

Travail à la maison

Chapitre 06:	Suites géométriques	Séance n° : 3	Durée : 2 h
--------------	----------------------------	---------------	-------------

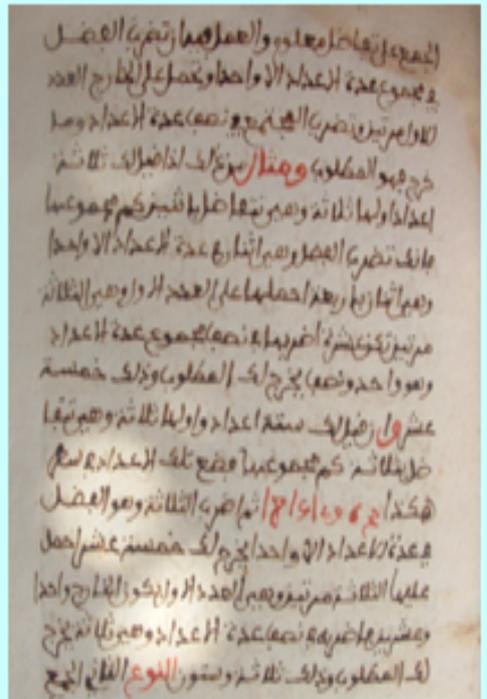
Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices proposés à la fin de la séance précédente (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

■ AL – KALASADI

Le document ci-joint est l'une des pages du manuscrit d'AL – KALASADI intitulé " ATTABSIRA ALWADHIHA FI MASAËL ALÂDAD AL- LAÏHA " trouvé à MATMATA au sud-ouest de GABES.



الجمع على تقاضل معلوم والعمل فيه أن تضرب الفضل في مجموع عدة الأعداد إلا واحدا وتحصل على الخارج الحد الأول مرتين وتضرب المجتمع في نصف عدة الأعداد وما خرج فهو المطلوب ومثال من ذلك إذا قيل لك ثلاثة أعداد أولها ثلاثة وهي تقاضل باثنين كم مجموعها فإنك تضرب الفضل وهي لثان في عدة الأعداد إلا واحدا وهي لثان بأربعة أحملها على الحد الأول وهي الثلاثة مرتين تكن عشرة اضربها في نصف مجموع عدة الأعداد وهو واحد ونصف يخرج لك المطلوب وذلك خمسة عشرة وإن قيل لك ستة و

أولها ثلاثة وهي تقاضل بثلاثة كم مجموعها فضع تلك الأعداد في سطر هكذا 3 6 9 12 15 18 ثم اضرب الثلاثة وهو الفضل في عدة الأعداد إلا واحدا يخرج لك خمسة عشرة أحمل عليها الثلاثة مرتين وهي الأول يكون الخارج واحد وعشرين فاضربه في نصف عدة الأعداد وهي ثلاثة يخرج لك المطلوب وذلك ثلاثة وستون النوع الثاني الجمع على نسبة معلومة وهي على ضربين أحدهما الجمع على تقاضل الضعف ويسمى الجمع على مثل بيوت الشطرنج والثاني على نسبة دون الضعف والعمل فيه...

Traduction :

"...Si les nombres ont entre eux une différence connue, multiplie alors la raison par le nombre de termes moins un, au résultat tu ajoutes deux fois le premier terme et tu multiplies ce que tu as obtenu par la moitié du nombre des termes : le résultat est ce qui est demandé.

Par exemple si on t'a dit trois nombres dont le premier est trois et ont pour raison deux. Quelle est leur somme ?

Tu multiplies la raison qui est deux par le nombre des termes moins un qui est deux ça fait quatre que tu lui ajoutes le premier terme qui est trois deux fois : ça donne dix que tu multiplies par la moitié de nombre des termes qui est un et demi tu auras ce qui est demandé : c'est quinze.

Un deuxième exemple si on t'a dit six nombres dont le premier est trois et la raison est aussi trois. Quelle est leur somme ?

Ecris alors ces nombres sur une ligne de la manière suivante : 3 6 9 12 15 18 puis tu multiplies trois qui est la raison par le nombre des termes moins un ça fait quinze que tu lui ajoutes le double de trois (en tant que premier terme) : ça donne vingt et un que tu multiplies par la moitié de nombre des termes qui est trois tu auras ce qui est demandé : c'est soixante trois."

Chapitre: 07

Généralités sur les fonctions

Conçu par:
Abdelaziz Neji

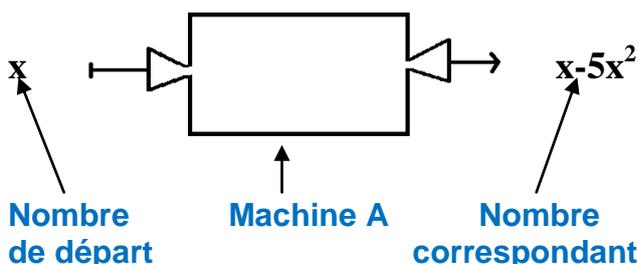
Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

b) Commentaires

- Pour chaque nombre x on a fait correspondre un nombre égal à l'aire du rectangle A, l'écriture : $x \mapsto 5x - x^2$
se lit: « à x on associe $5x - x^2$ »

- A est appelée une fonction c'est une « machine » mathématique qui à un nombre donné fait correspondre un autre nombre



- L'expression A dépend de la valeur de x et varie en fonction de x : pour cela on la note: $A(x)$ et on lit « A de x »

- le réel x est appelée variable ainsi $A(x) = 5x - x^2$

- Le tableau ci-dessus (question 5) est appelé **tableau de valeurs.**

c) Définition intuitive

Soit E et F deux ensembles de nombres réels. Définir une fonction f de E vers F: c'est donner un procédé selon lequel, à chaque nombre x de E, correspond au plus un nombre y de F. Le procédé peut être une formule, une courbe ou un tableau de valeurs.

Exemple:

Dire que: "à 14 heures, il faisait 15° C ", sous-entend qu'on définit une fonction qui à chaque heure associe la température qu'il faisait et en particulier au nombre 14 elle a associé le nombre 15.

d) Définition d'une fonction

Soit E et F deux parties de \mathbb{R}
Définir une fonction de E vers F, c'est associer à chaque réel x de E au plus un

10
minut
es

15
minut
es

<p>2) Domaine de définition d'une fonction</p>	<p>réel y de F appelé image de x.</p> <p>e) Vocabulaire et notation Généralement, une fonction est désignée par une lettre minuscule, par exemple: f, g, h, \dots. On écrit :</p> $f : E \rightarrow F$ $x \mapsto y$ <ul style="list-style-type: none"> → x est appelé la variable. → Le réel y se note aussi $f(x)$ et il est appelé image de x par f. → Si $f(x) = y$, x est appelé un antécédent du nombre y. <p>f) Activité d'application Activité 3 p 34</p> <p>a) Activité d'approche $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ Soit la fonction</p> $x \mapsto \sqrt{x-1}$ <ol style="list-style-type: none"> 1) Calculer lorsque c'est possible l'image par f de chacun des réels: 3, 2, 0 et -5 2) Pour quelles valeurs de x, $f(x)$ est calculable ? (L'ensemble de ces valeurs est appelé le domaine de définition de f) <p>b) Enoncé de la définition On appelle domaine de définition d'une fonction g définie de E vers F ($E \subset \mathbb{R}, F \subset \mathbb{R}$) la partie de E formée des réels qui ont une image par la fonction g (c.à.d. : l'ensemble obtenu en éliminant de E les réels qui n'ont pas une image par g). On le note: D_g</p> $D_g = \{ x \in E \text{ tq } f(x) \text{ existe (calculable)} \}$ <p>c) Point méthode - Comment déterminer le domaine de définition d'une fonction ?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si l'expression de $f(x)$ est un quotient, alors x appartient à D_f si et seulement si le dénominateur est non nul • Si l'expression de $f(x)$ contient une racine carrée alors $x \in D_f$ si et seulement si le radicande est positif. • Les deux cas peuvent se poser en 	<p>5 minutes</p> <p>15 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves
---	--	------------------------------------	--

même temps.

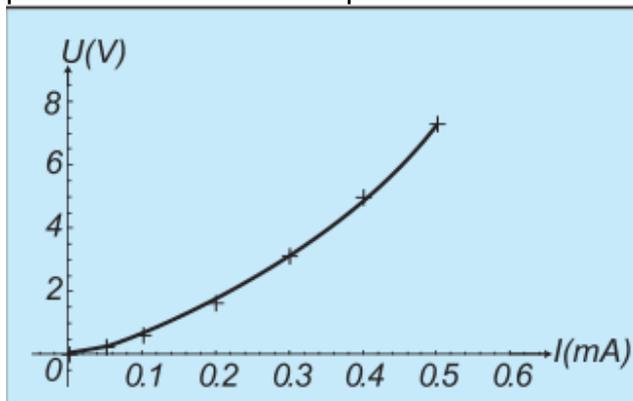
d) Activité d'application

Déterminer le domaine de définition de la fonction h définie sur \mathbb{R} par:

$$h(x) = \frac{\sqrt{1-2x}}{2x^2 - 3x + 1}$$

a) Activité

De la page 40 de votre manuel de physique, on a relevé le dessin ci-dessous et une partie du commentaire qui le suit:



Partie du commentaire: c'est la courbe représentative de la relation $U=f(I)$ dans le domaine de mesures effectuées.

Question:

Expliquer de quoi s'agit-il dans ce graphique et comment l'a-t-on obtenu ?

b) Enoncé de la définition

(O, \vec{i}, \vec{j}) étant un repère donné du plan, on appelle courbe représentative d'une fonction f et qu'on note : (C_f) ou \mathcal{E}_f , l'ensemble de points $M(x,y)$ du plan où x est un élément quelconque de D_f

$$(C_f) = \{ M(x,y) \in P / x \in D_f, y = f(x) \}$$

l'équation: $y = f(x)$ s'appelle l'équation cartésienne de \mathcal{E}_f .

c) Activité d'application

- 1) En se servant de données du tableau de valeurs de l'activité du paragraphe I, représenter la courbe de la fonction A
- 2) Donner l'équation cartésienne de cette courbe

d) T.i.c

Ouvrir le logiciel GéoGebra

- dans la zone de saisie écrire

5
minut
es

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Il est souhaitable que la définition émane des élèves

15
minut
es

II) Représentation graphique

1) Rappel de la définition

<p>2) Lectures graphiques</p>	<p>l'expression: $B(x) = 5x - x^2$ puis valider</p> <ul style="list-style-type: none"> • Quelles remarques vous suggère la courbe qui se trace? • Cacher cette courbe • dans la zone de saisie écrire : $A(x) = \text{fonction}[B, 0, 5]$ puis valider • Comparer la deuxième courbe obtenue le résultat du sous-paragraphe c) <p>lien : Ch07 -Fig\A(x)=x-5x^2.ggb</p> <p>a) Point méthode</p> <p>1/ Si $a \in D_f$, $f(a)$ est l'ordonnée de l'unique point M où la parallèle à l'axe des ordonnées passant par a coupe (C_f) (on place a sur l'axe des abscisses et on lit son image $f(a)$ sur l'axe des ordonnées)</p> <p>2/ Si un réel y possède un (ou des) antécédent(s) par une fonction f alors ces antécédents sont les abscisses respectives des points où la parallèle à l'axe des abscisses passant par y coupe (C_f) (on place y sur l'axe des ordonnées et on lit son (ses) antécédent(s) sur l'axe des abscisses)</p> <p>Remarque: Un réel peut avoir aucun ou un, ou plusieurs antécédents.</p> <p>3/ Toute droite parallèle à l'axe des ordonnées coupe la courbe d'une fonction en au plus un point. Ceci est un moyen simple pour savoir si une courbe représente ou non une fonction.</p> <p>b) Activité:</p> <p>1) Ouvrir le lien: Ch07 -Fig\Nombre d'antécédents.ggb</p> <p>2) Déplacer le curseur b et lire pour chacune de ses valeurs, le nombre d'antécédents de y par f</p>	<p>10 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions.
<p>Travail à la maison</p>	<p>1) Ouvrir le lien suivant: Ch07 -Fig\fonctounon.ggb Disposer le point P sur une zone bleue puis prédire si le graphique qui s'affiche peut être une courbe représentative d'une fonction ou non ?</p> <p>2) a) Exercice 1 page 45</p> <p>3) Activités 13 p38 et 15 p39</p>	<p>25 minut es</p>	

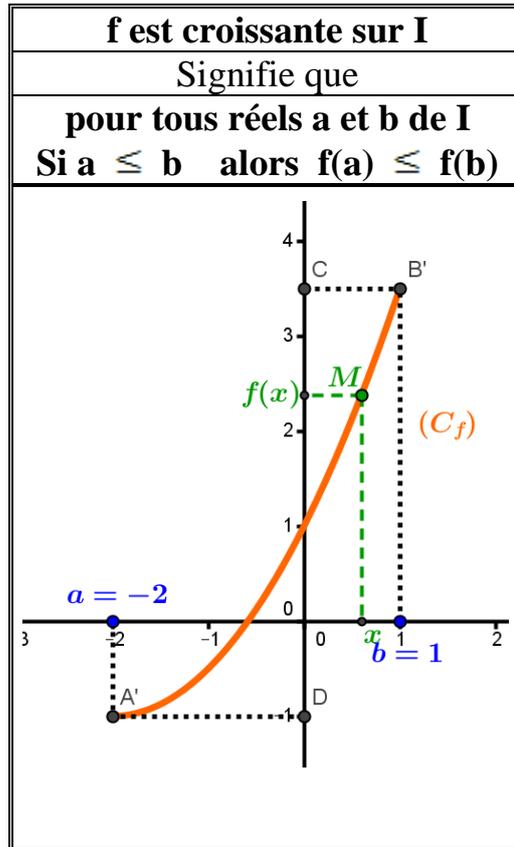
Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Résoudre graphiquement une équation ou une inéquation - Déterminer le sens de variations d'une fonction sur un intervalle donné - Déterminer les extrema d'une fonction sur un intervalle donné <ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître d'après son expression ou sa courbe si une fonction est paire, impaire ou n'est ni paire ni impaire
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

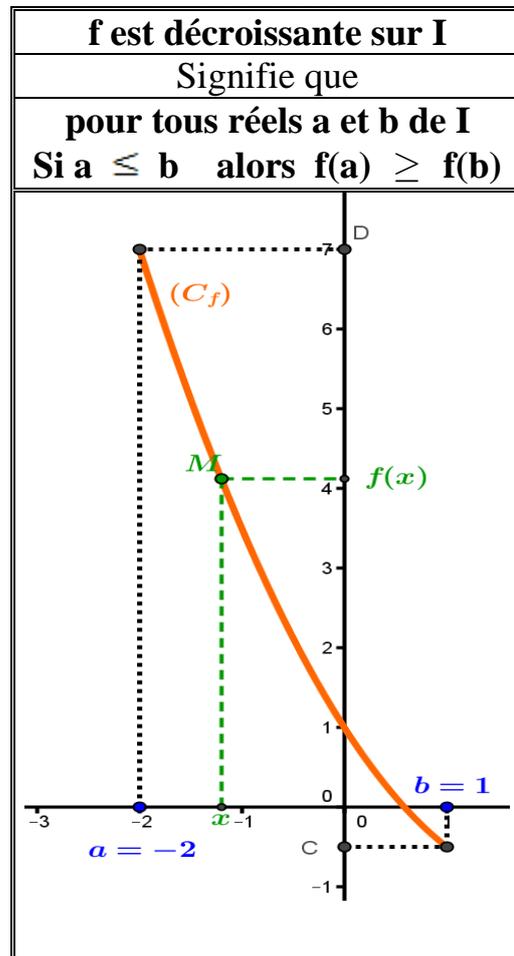
Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (les Activités 13 p38 et 15 p39 seront corrigés au cours de la séance)	15 minu tes	Les élèves participent à la correction
II) Représentation graphique (suite) 3) Résolution graphique d'équations et d'inéquations	<p>a) Activité: Répondre graphiquement aux questions suivantes: (on se servira de la courbe obtenue au sous-paragraphe :II) 1°) c) Activité d'application)</p> <p>a/ Résoudre l'équation: $5x - x^2 = 2$</p> <p>b/ En déduire un ordre de grandeur des dimensions d'un rectangle dont l'aire est égale à 2 cm^2.</p> <p>c/ Résoudre graphiquement l'inéquation: $5x - x^2 > 2$. Donner une interprétation du résultat.</p> <p>b) Commentaires</p> <p>a/ Il s'agit de trouver les antécédents de 2 par la fonction A ce qui revient à résoudre l'équation $A(x) = 2$</p> <ul style="list-style-type: none"> • On détermine les abscisses des points d'intersection de la courbe \mathcal{E} avec la droite Δ parallèle à l'axe des abscisses passant par le point (0,2). • On lit graphiquement que l'équation : $5x - x^2 = 2$ admet pour solutions les réels 0,5 et 4,5 <p>b/ Le rectangle de dimensions 0,5 cm sur 4,5 cm possède une aire environ égale à 2 cm^2</p> <p>c/ Résoudre l'inéquation $5x - x^2 > 2$</p>	20 minu tes	<p>Soit k un nombre fixé</p> <p>- Graphiquement les solutions de :</p> <p>* <u>l'équation $f(x) = k$</u>, sont les abscisses des points d'intersection de la courbe représentative de f et la droite horizontale $\Delta: y = k$ (ça revient aussi à déterminer les antécédents de k par f.</p> <p>* <u>l'inéquation $f(x) > k$</u> sont les abscisses des points de \mathcal{E}_f situés au dessus de</p>

contient I

*** Fonction croissante**



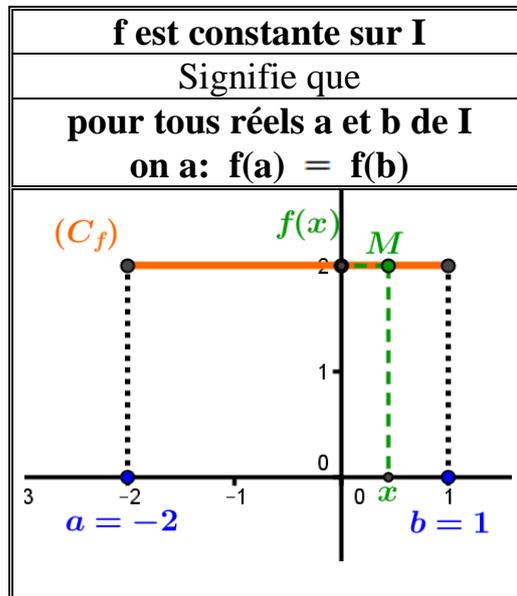
**** Fonction décroissante**



10
minu
tes

- Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité 1 de ce paragraphe.

*** **Fonction constante**



- Remarque:

Etudier les variations d'une fonction définie sur D_1 , c'est déterminer les intervalles de D_1 sur les quels elle est monotone: c.à.d. elle est soit croissante soit décroissante. (elle ne change pas de sens de variation)

b) Activité d'application

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}

par : $f : x \mapsto -x^2 - 6x - 5$

- a) Donner la forme canonique de (x) .
- b) Donner le sens de variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, -3]$ et $[-3, +\infty[$.

Solution :

a) $x^2 - 6x - 5 = -(x^2 + 6x + 5)$
 $= \left[(x + 3)^2 - 4 \right] = 4 - (x + 3)^2$

b) * Soient a et b deux réels de $[-3, +\infty[$ tels que: $-3 \leq a < b$

$\Rightarrow 0 \leq a + 3 < b + 3$
 $\Rightarrow (a+3)^2 < (b+3)^2$
 $\Rightarrow -(a+3)^2 > -(b+3)^2$
 $\Rightarrow 4 - (a+3)^2 > 4 - (b+3)^2$
 $\Rightarrow f(a) > f(b)$
 $\Rightarrow f$ est donc décroissante sur $[-3, +\infty[$

* Soient a et b deux réels de $]-\infty, -3]$ tels que: $a < b \leq -3$

$\Rightarrow a + 3 < b + 3 \leq 0$

15
minu
tes

on ne change pas le sens de l'inégalité car deux nombres positifs et leurs carrés sont rangés dans le même ordre

- on a multiplié par -1 qui est négatif.

IV) Extrema

1) Définitions

$$\begin{aligned} \Rightarrow (a+3)^2 &> (b+3)^2 \\ \Rightarrow -(a+3)^2 &< -(b+3)^2 \\ \Rightarrow 4 - (a+3)^2 &< 4 - (b+3)^2 \\ \Rightarrow f(a) &< f(b) \\ \Rightarrow f &\text{ est donc croissante sur }]-\infty, -3] \end{aligned}$$

a) Activité d'approche

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}

par : $f : x \mapsto -x^2 - 6x - 5$

(voir l'activité d'application ci-dessus)

Montrer que 4 est la valeur maximale prise par $f(x)$ et que cette valeur est atteinte pour $x = -3$

Vocabulaire:

On dit que: f admet sur \mathbb{R} un maximum en -3 égal à 4

b) Énoncé des définitions

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et $a \in I$ et (C_f) est la courbe représentative de f .

* Maximum

$f(a)$ est le maximum de f sur I

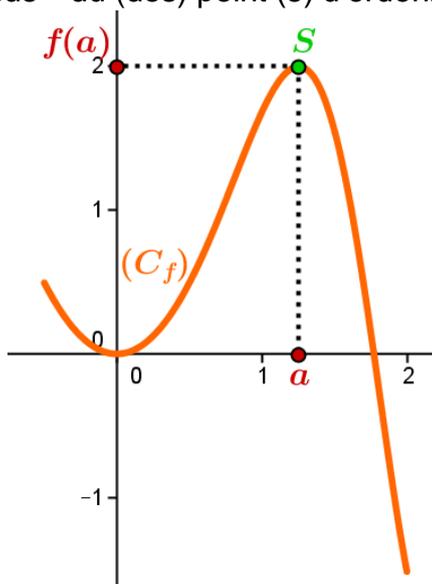
signifie que

$f(a)$ est la plus grande valeur prise par f

c.à.d. pour tout $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$.

Graphiquement

Il n'y a pas de points de (C_f) situés "au dessus" du (des) point (s) d'ordonnée $f(a)$



on a changé le sens de l'inégalité car deux nombres négatifs et leurs carrés sont rangés dans des ordres opposés

- Accorder aux élèves un temps de recherche

5
minu
tes

- Inciter les élèves à déduire ces définitions du vocabulaire de l'activité d'approche ci-dessus.

15
minu
tes

***Minimum**

$f(a)$ est le minimum de f sur I

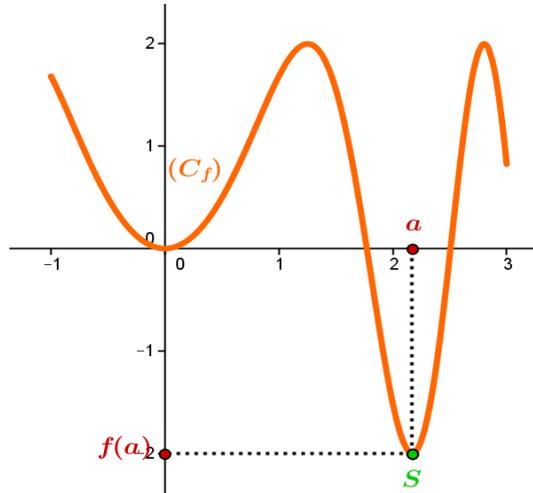
signifie que

$f(a)$ est la plus grande valeur prise par f

c.à.d. pour tout $x \in I$, $f(x) \leq f(a)$.

Graphiquement

Il n'y a pas de points de (C_f) situés "au dessous" du (des) point (s) d'ordonnée $f(a)$

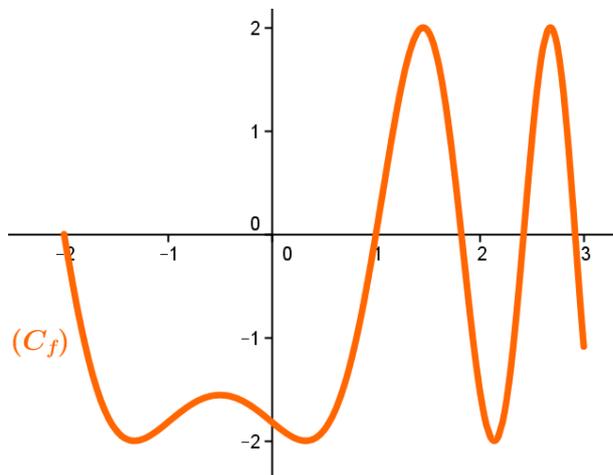


Vocabulaire:

Le mot: "extremum" désigne aussi bien un maximum qu'un minimum

c) Activité d'application

Soit g la fonction sur $[-2,3]$ par la courbe ci-dessous:



Représenter sur ce graphique les extrema de f et en quelles valeurs de la variable elles sont atteintes sur chacun des intervalles: $[0, 3]$ et $[-1, 0.5]$

On utilisera une couleur pour chaque intervalle et on précisera la nature de chaque extremum

- Accorder aux élèves un temps de recherche

10
minu
tes

V) Parité et symétrie:

1) Fonction paire

a) Activité d'approche

Correction de l'activité 13 p38 (travail demandé)

b) Énoncé de la définition d'une fonction paire

Soit f une fonction définie sur E . On dit que f est paire si, pour tout réel x de E , on a:

$$\begin{cases} * & -x \in E \\ * & f(-x) = f(x) \end{cases}$$

c) Remarque

Relativement à un repère orthogonal la courbe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées.

a) Activité d'approche

Correction de l'activité 15 p39(travail demandé)

b) Énoncé de la définition d'une fonction impaire

Soit f une fonction définie sur E . On dit que f est impaire si, pour tout réel x de E , on a:

$$\begin{cases} * & -x \in E \\ * & f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

c) Remarque

La courbe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine du repère.

Remarque :

On dit qu'un ensemble E est symétrique par rapport à 0, si chaque fois que x contient un réel, il contient aussi son opposé

C'est le cas en particulier des ensembles : \mathbb{R} , $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, $[-a, a]$, $]-a, a[$ où $a > 0$.

Ainsi, une fonction dont le domaine de définition n'est pas symétrique par rapport à 0 ne peut être ni paire ni impaire.

Attention: la réciproque est fautive !

15
minu
tes

	d) Activité d'application Exercice 6 p 41		
--	---	--	--

Travail à la maison	Exercices 7 et 8 p45 Exercices 10 et 13 p 46
----------------------------	---

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 8 p45 Exercices 10 et 13 p 46 (travail demandé)		.

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 08

Fonctions de référence

Conçu par:

Hfidhi Ahmed

Jemai Laroussi

Msaadi Jamel

Zaghbani Maher

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

– Etude et représentation graphique de la fonction $x \mapsto x^2$

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire																		
<p>I) Fonction du type : $x \mapsto x^2$</p> <p>1) Domaine de définition et variations</p> <p>2) Comportement de $f(x)$ pour les grandes valeurs de x</p>	<p>a) Activité</p> <p>Soit la fonction $f : x \mapsto x^2$</p> <ol style="list-style-type: none"> Déterminer le domaine de définition de f Etudier la parité de f. Quelle propriété aura sa courbe représentative selon un repère orthogonal <ol style="list-style-type: none"> Etudier les variations de f sur $]-\infty, 0[$ Utiliser le résultat de 2) pour conjecturer son sens de variation sur $[0, +\infty[$ puis prouver votre conjecture. Résumer les résultats de a) et b) dans le tableau ci-dessous: appelé tableau de variations de f (On exprimera la croissance sur un intervalle par une flèche ascendante et la décroissance sur un intervalle par une flèche descendante). <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">$f(x)$</td> <td colspan="3" style="text-align: center; padding: 5px;">0</td> </tr> </table> <p>b) A retenir</p> <p>la fonction $f : x \mapsto x^2$ est définie sur \mathbb{R} et elle est décroissante sur $]-\infty, 0[$ et croissante sur $[0, +\infty[$</p> <p>a) Activité</p> <ol style="list-style-type: none"> <ol style="list-style-type: none"> Compléter le tableau ci-dessous: ($f(x) = x^2$) <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">10^2</td> <td style="padding: 5px;">10^6</td> <td style="padding: 5px;">10^{12}</td> <td style="padding: 5px;">10^{20}</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">$f(x)$</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> Comment peut-on choisir x positif pour que $f(x)$ soit strictement supérieur à 10^{60} ? Soit A un réel strictement positif. Comment peut-on choisir x positif pour que $f(x)$ soit strictement supérieur à A ? <ol style="list-style-type: none"> <ol style="list-style-type: none"> Compléter le tableau ci-dessous: 	x	$-\infty$	0	$+\infty$	$f(x)$	0			x	10^2	10^6	10^{12}	10^{20}	$f(x)$					20 minut es	<ul style="list-style-type: none"> Accorder un temps de recherche aux élèves Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité Accorder un temps de recherche aux élèves
x	$-\infty$	0	$+\infty$																		
$f(x)$	0																				
x	10^2	10^6	10^{12}	10^{20}																	
$f(x)$																					

x	-10^2	-10^6	-10^{12}	-10^{20}
f(x)				

b) Comment peut-on choisir x négatif pour que f(x) soit strictement supérieur à 10^{60} ?

c) Soit A un réel strictement positif. Comment peut-on choisir x négatif pour que f(x) soit strictement supérieur à A ?

b) Commentaires

- D'après 1) :

On peut trouver des valeurs positives x telles que f(x) soit supérieur à n'importe quel réel positif A aussi grand que l'on veut, on dira alors:

si x tend vers $+\infty$ alors f(x) tend vers $+\infty$

ou **la limite lorsque x tend vers $+\infty$ de f(x) est $+\infty$**

et on note: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- D'après 2) :

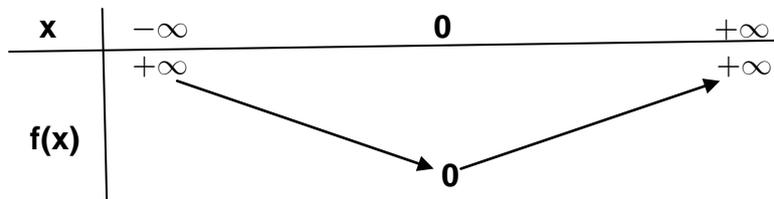
On peut trouver des valeurs négatives x telles que f(x) soit supérieur à n'importe quel réel positif A aussi grand que l'on veut, on dira alors:

si x tend vers $-\infty$ alors f(x) tend vers $+\infty$

ou **la limite lorsque x tend vers $-\infty$ de f(x) est $+\infty$**

et on note: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

- On consignera ces résultats dans le tableau de variations de f en correspondance de $-\infty$ et $+\infty$ de la ligne des x



c) Activité

Proposer une courbe dont l'allure traduit les résultats résumés dans le tableau de variations ci-dessus (sans considérer des valeurs ni pour x ni pour f(x))

a) Activité

1) Compléter le tableau ci-dessous: ($f(x) = x^2$)

x	-2	-1	0	1	2
f(x)					

2) Tracer la courbe représentative de f dans un

15
minut
es

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

5
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Accorder un temps de recherche aux élèves

3) Tableau de valeurs et représentation graphique

<p>4) T.I.C.E</p>	<p>plan rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <p>b) A retenir</p> <p>Le plan est rapporté à un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})</p> <ul style="list-style-type: none"> • La courbe P de la fonction f définie sur IR par $f(x) = x^2$ est appelée parabole • Le point O(0,0) est appelé le sommet de cette parabole P • La droite d'équation $x = 0$ (abscisse du sommet) est appelée l'axe de la parabole P c'est son axe de symétrie (vue que f est paire) • L'équation $y = x^2$ est appelée l'équation de la parabole P <ul style="list-style-type: none"> • Lien vers une vidéo: Tracé à la main : http://youtu.be/XzXeIJr-jzY • Lien vers une vidéo: Tracé point par point : http://youtu.be/0gWNNikvqgA • Lien vers une animation GGB: Tracé point par point : Ch08 -Fig\Courbedef(x)=x^2TracéPtparPt.ggb 	<p>15 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Il est souhaitable de faire participer les élèves à la formulation de ces règles
-------------------	---	----------------------------	--

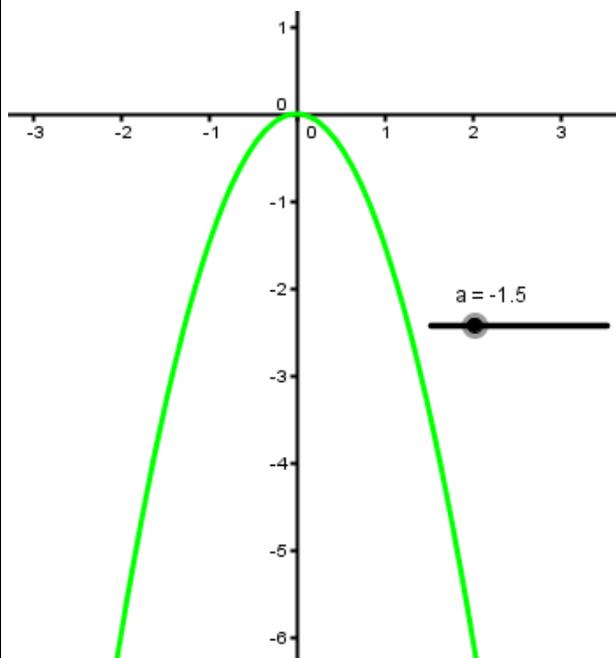
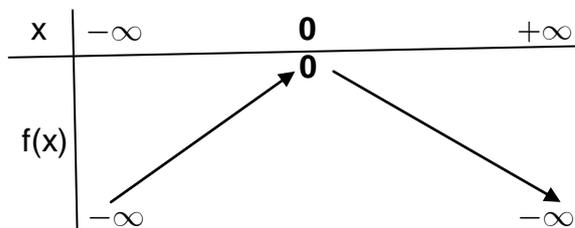
<p>Travail à la maison</p>	<p>Activités 2, 3 et 4 p 50</p>
----------------------------	---------------------------------

Aptitudes à développer	- Etude et représentation graphique des fonctions: $x \mapsto ax^2$ $x \mapsto a(x + \alpha)^2$ $x \mapsto ax^2 + \beta$ $a \neq 0$
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire								
<p>II) Fonction du type: $x \mapsto ax^2$ $a \neq 0$</p>	<p>a) Activité Correction de l'activité 2 p 50 (travail à la maison)</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> La courbe représentative de toute fonction $f: x \mapsto ax^2$ $a \neq 0$ est une parabole dont: <ul style="list-style-type: none"> le sommet est le point O(0,0) l'axe est la droite d'équation $x = 0$ L'équation est $y = ax^2$ Tableau de variations et courbe représentative de f, $f(x) = ax^2$ <p style="background-color: yellow; display: inline-block; padding: 2px;">Cas où $a > 0$</p> <div style="text-align: center;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: 0 auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">f(x)</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> </table> </div> <div style="text-align: center; margin-top: 20px;"> </div> <p style="background-color: yellow; display: inline-block; padding: 2px;">Cas où $a < 0$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	f(x)	$+\infty$	0	$+\infty$	<p>15 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> Les élèves participent à la correction Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
x	$-\infty$	0	$+\infty$								
f(x)	$+\infty$	0	$+\infty$								

10 minutes



c) Illustration de l'effet de a

- Lien vers une vidéo: http://youtu.be/gb_96aYp8zw
- Lien vers une animation GeoGebra: [Ch08 -Fig/f\(x\)=ax² Effetdea.ggb](http://www.geogebra.org/m/Ch08-Fig/f(x)=ax^2-Effetdea.ggb)

d) Activité d'application

Activités 3 et 4 p 50 (travail à la maison)

a) Activité

1) Soit la fonction f définie sur IR par $f(x) = -\frac{1}{2}x^2$. Tracer sa courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

2) Soit g la fonction définie sur IR par $g(x) = -\frac{1}{2}(x+1)^2$

a) Déterminer D_g

5 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves

5 minutes

- Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction

III) Fonction du type:

$x \mapsto a(x + \alpha)^2 \quad a \neq 0$

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- b) i) g est-elle paire ? justifier.
 ii) Sa courbe peut-elle être symétrique par rapport à l'origine du repère ? Justifier.
 c) Etudier les variations de g sur chacun des intervalles $]-\infty, -1]$ et $[-1, +\infty[$
 d) Compléter chacun des tableaux suivants :

x	-101	-1001	-10001
g(x)			

x	99	999	9999
g(x)			

- e) Que peut-on conclure concernant les limites de g ?
 f) Dresser le tableau de variations de g
 g) Compléter le tableau de valeurs suivant puis tracer la courbe de g dans le même repère où est déjà tracée la courbe de f

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3
g(x)									

3) Soit un point $M(x, f(x))$ un point quelconque de (C_f) et le point $M'(x', y') = t_{-j}(M)$

- a) Exprimer x' et y' en fonction de x et y
 b) Vérifier que $y' = g(x')$
 c) En déduire que (C_g) est l'image de (C_f) par une transformation qu'on précisera

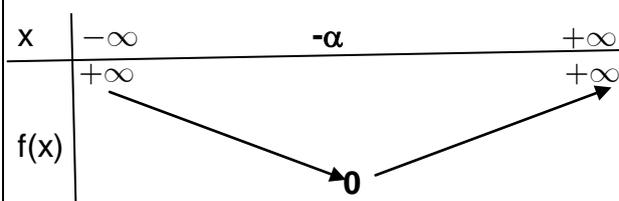
b) A retenir

• La courbe représentative de toute fonction $f: x \mapsto a(x + \alpha)^2$ $a \neq 0$ est une parabole dont:

- le sommet est le point $S(-\alpha, 0)$
- l'axe est la droite d'équation $x = -\alpha$
- l'équation est $y = a(x + \alpha)^2$

• **Tableau de variations et courbe représentative de f, $f(x) = ax^2$**

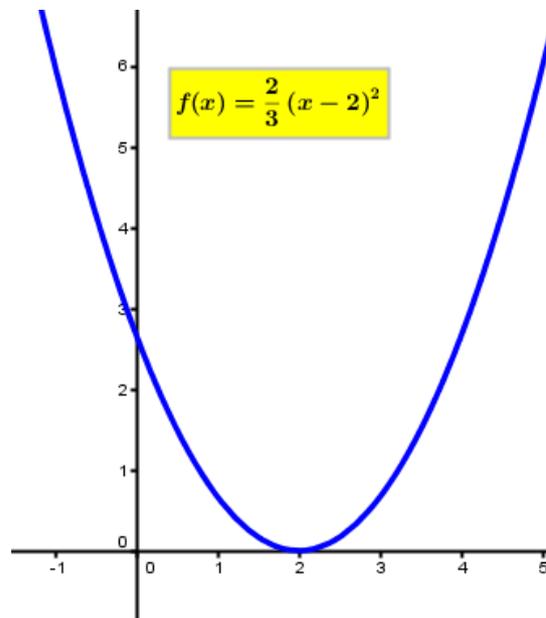
Cas où $a > 0$



15
minu
tes

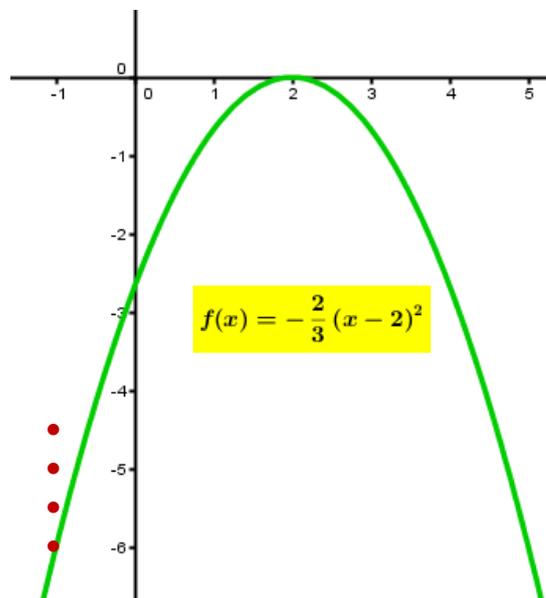
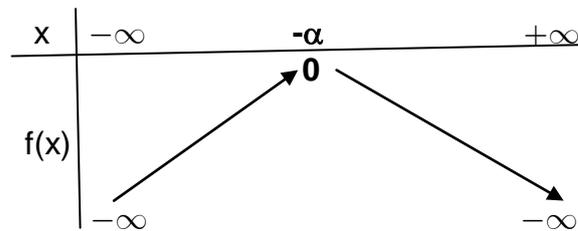
- Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité



10
minu
tes

Cas où $a < 0$



• **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = a(x + \alpha)^2$ $a \neq 0$ se déduit de celle de la fonction f définie sur \mathbb{R} par

5
minu
tes

$f(x) = ax^2$ $a \neq 0$ par la translation de vecteur:
 $-\alpha \cdot \vec{i}$

c) Activité d'application

Activité 7 p 51

a) Activité

Activité 8 p 52 avec les rectifications suivantes:

1) $f(x) = -2x^2 + 3$et par P la parabole d'équation: $y = -2x^2$

a)équivalent à N(x, y-3) appartient à P

b) Sans changement

c) Sans changement

2) $g(x) = ax^2 + \beta$ ($a \in \mathbb{R}^*$)

a) Sans changement

b) Sans changement

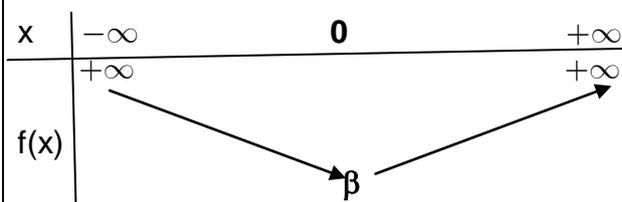
b) A retenir

• La courbe représentative dans un plan muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) de toute fonction $f: x \mapsto ax^2 + \beta$ $a \neq 0$ est une parabole dont:

- le sommet est le point S(0, β)
- l'axe est la droite d'équation $x = 0$
- l'équation est $y = ax^2 + \beta$

• **Tableau de variations et courbe représentative de f, $f(x) = ax^2$**

Cas où $a > 0$



5
minu
tes

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• favoriser les bons essais des élèves

15
minu
tes

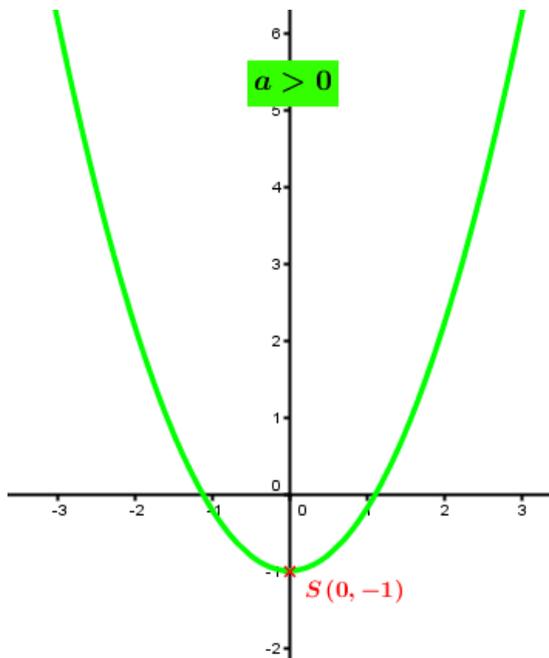
• Accorder un temps de recherche aux élèves

• favoriser les bons essais des élèves

• Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe.

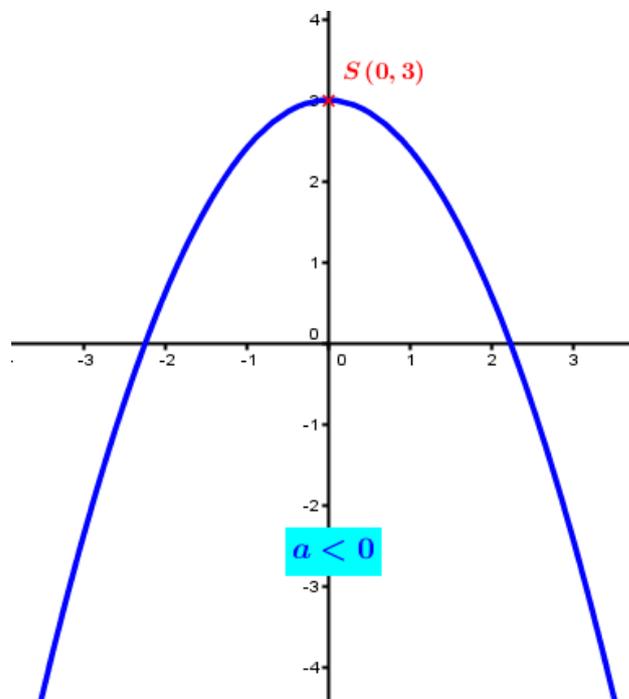
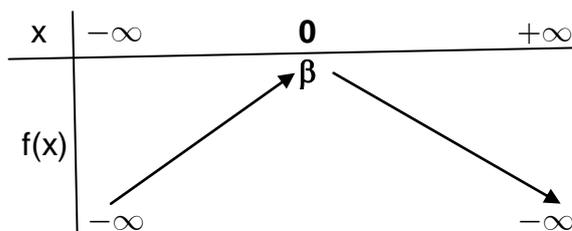
IV) Fonction du type:

$$x \mapsto ax^2 + \beta \quad (a \neq 0)$$



10
minu
tes

Cas où $a < 0$



• **Transformation géométrique**

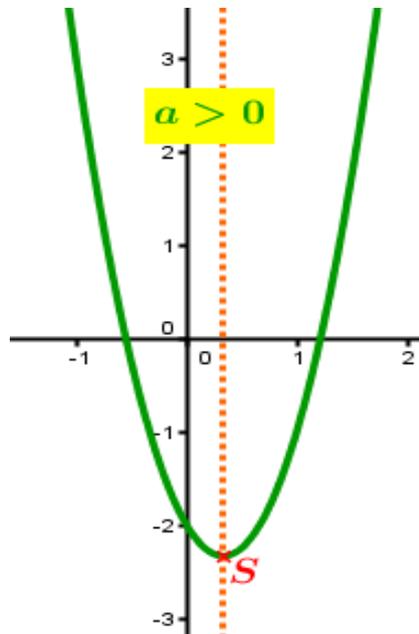
La courbe représentative d'une fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = ax^2 + \beta$ $a \neq 0$ se

5
minu

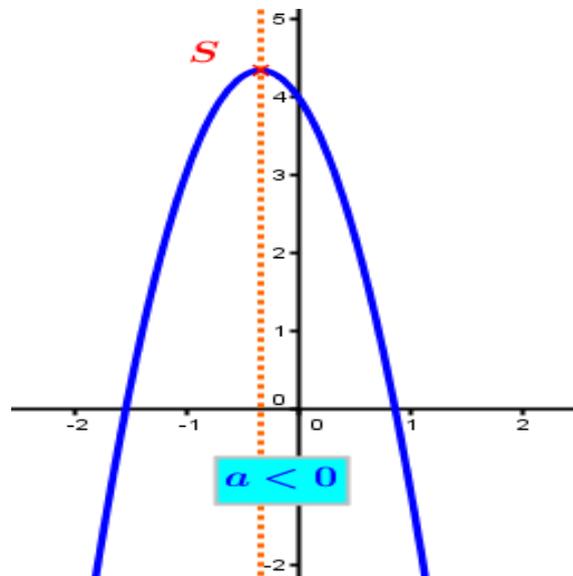
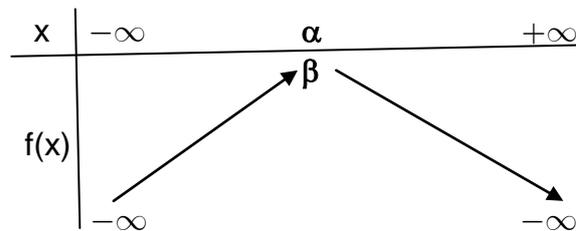
	<p>déduit de celle de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2$ $a \neq 0$ par la translation de vecteur: $\beta \vec{j}$</p> <p>c) Illustration de l'effet de a</p> <ul style="list-style-type: none"> Lien vers une vidéo: http://youtu.be/g_2xM9xbSis Lien vers une animation GeoGebra: Ch08 -Fig\Courbef(x)=ax^2+b.ggb <p>d) Activité d'application</p> <p>Activité 9 p 52</p> <p>a) $P: y = 2x^2 - 3$</p> <p>b) $P: y = -3x^2 + 2$</p>	<p>tes</p> <p>5 minu tes</p> <p>10 minu tes</p>	<ul style="list-style-type: none"> Accorder un temps de recherche aux élèves favoriser les bons essais des élèves
--	---	---	---

<p>Travail à la maison</p>	<p>- Activité 10 page 52 avec les rectifications suivantes:</p> <p>2) b) Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = a(x-p)^2$. Montrer que la courbe de f est l'image de celle de g par une translation dont on déterminera le vecteur</p> <p>c) En admettant qu'une translation conserve les formes géométriques, conjecturer la nature de la courbe de f</p> <p>- Exercice</p> <p>Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$</p> <ul style="list-style-type: none"> Tracer (C_f) la courbe représentative de f dans un plan muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) a) Tracer dans le même graphique la courbe représentative D de la fonction h définie sur \mathbb{R} par: $h(x) = \frac{1}{2}x + 3$ b) Calculer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et D c) Résoudre graphiquement puis par le calcul l'inéquation: $x^2 - x \geq 6$ d) Soit le point $A(0,2)$ et un point M de (C_f) d'abscisse $\alpha \in [0,2]$. <p>3) On désigne par H le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées et par K le point tel que le quadrilatère $MHAK$ soit un rectangle.</p> <p>a) Exprimer le périmètre de ce rectangle en fonction de α.</p> <p>b) Pour quelle valeur de α ce périmètre atteint-il son maximum ?</p>
-----------------------------------	---

30
minu
tes



Cas où $a < 0$



• **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax^2 + bx + c = a(x - \alpha)^2 + \beta$ $a \neq 0$ se déduit de celle de la fonction g définie

sur \mathbb{R} par $g(x) = ax^2$ $a \neq 0$ par la translation de vecteur: $\alpha\vec{i} + \beta\vec{j}$

c) Activité d'application
Activité 13 page 53

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison

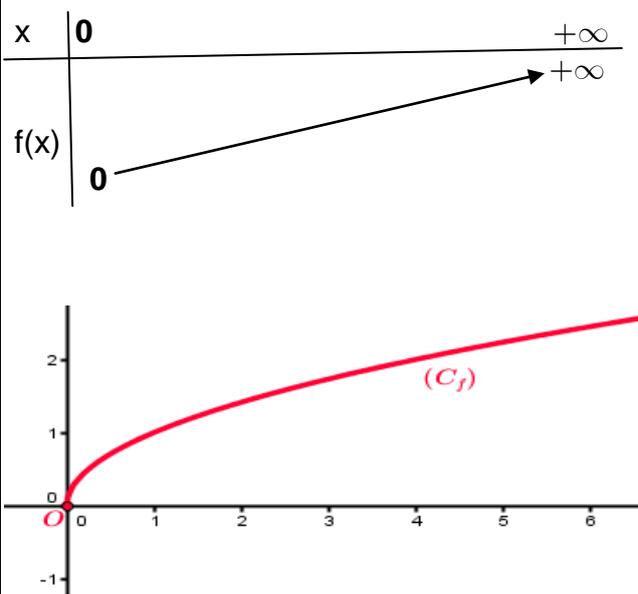
- Activités 16 page 54 et 18 p 55

Aptitudes à développer

Etude et représentation graphique de la fonction:
 $x \mapsto \sqrt{x}$ et $x \mapsto \sqrt{x+b}$

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'activité 16 p 54 (travail à la maison)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à participer à la correction • favoriser les bons essais des élèves
<p>VI) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x+b}$</p> <p>1) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x}$</p>	<p>a) Activité Correction des questions 1), 2) et 3) de l'activité 18 p 55 (travail à la maison)</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \sqrt{x}$ est $[0, +\infty[$ • $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ • Tableau de variations et courbe représentative de f, 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • favoriser les bons essais des élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

2) Fonction du type: $x \mapsto \sqrt{x+b}$

a) Activité

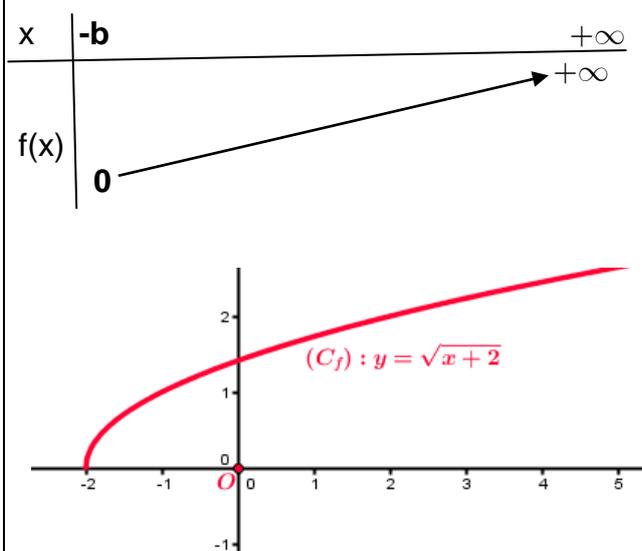
Activité 19 p 56

b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \sqrt{x+b}$ est $[0, +\infty[$

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

- **Tableau de variations et courbe représentative de f,**



- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-b, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x+b}$ se déduit de celle de la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par $g(x) = \sqrt{x}$ par la translation de vecteur: $-b\vec{i}$

c) Activité d'application

Dresser le tableau de variations et tracer la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{x-3}$

10 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

10 minutes

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

5 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison

- Exercice 3 page 69
- Activité 20 page 57 en tenant compte de l'ajout de la question suivante à 1) :
- c) Démontrer les conjectures faites à a) et b)

Aptitudes à développer

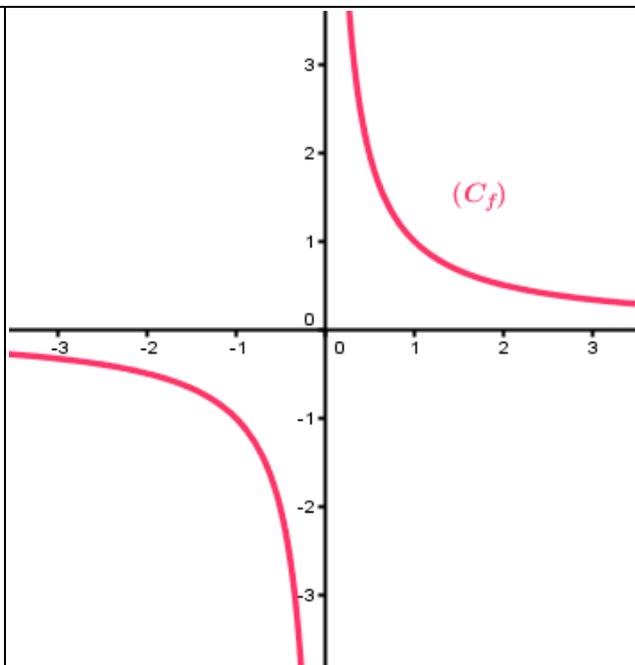
Etude et représentation graphique des fonctions:

$$x \mapsto \frac{1}{x} \quad x \mapsto \frac{a}{x} \quad a \neq 0 \quad x \mapsto \frac{a}{x} + b \quad (a \neq 0) \quad x \mapsto \frac{a}{x + \alpha} \quad (a \neq 0)$$

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 3 page 69 (travail à la maison)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> Inciter les élèves à participer à la correction favoriser les bons essais des élèves
<p>VII) Fonction du type: $x \mapsto \frac{a}{x} \quad a \neq 0$</p> <p>1) Fonction du type: $x \mapsto \frac{1}{x}$</p>	<p>a) Activité Correction de l'activité 20 p 57 (travail à la maison)</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ est $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$ Cette fonction est impaire Limites aux bornes ouvertes du domaine de définition : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ Tableau de variations et courbe représentative de f, 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> favoriser les bons essais des élèves Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe



10
minu
tes

c) Vocabulaire

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j})

- La courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ est appelée **une hyperbole**
- elle est formée de deux parties séparées appelées **les branches de l'hyperbole**
- Elle admet l'origine du repère comme centre de symétrie
- On a $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$, on dit alors que (C_f)

admet la droite d'équation $y=0$ (l'axe des abscisses comme asymptote horizontale au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

((C_f) s'approche au maximum de cette droite sans la toucher)

- On a $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$, on dit alors que (C_f)

admet la droite d'équation $x=0$ (l'axe des ordonnées comme asymptote verticale ((C_f) s'approche au maximum de cette droite sans la toucher)

- La courbe a pour équation: $y = \frac{1}{x}$

d) Activité d'application

Activité 21 p 58

a) Activité

Activité 23 p 59

5
minu
tes

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- favoriser les bons essais des élèves

10
minu

2) Fonction du

type: $x \mapsto \frac{a}{x}$ $a \neq 0$

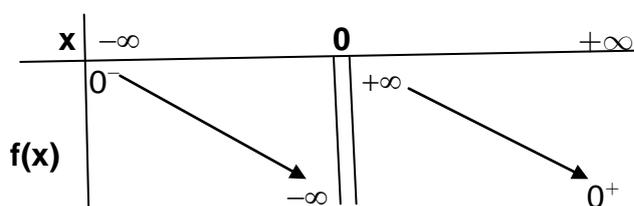
b) A retenir

- Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \frac{a}{x}$ $a \neq 0$ est $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

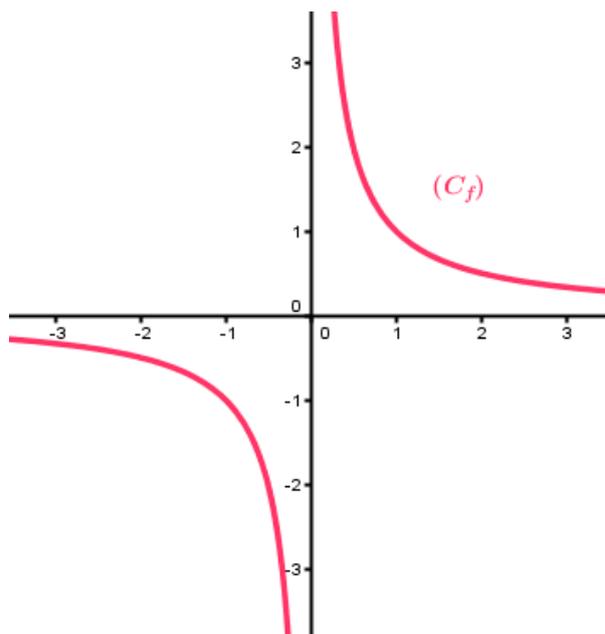
- Limites, Tableau de variations et courbe représentative de f,**

Cas où $a > 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-,$$
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$



- Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ est appelée une hyperbole d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=0$ et $y=0$



tes

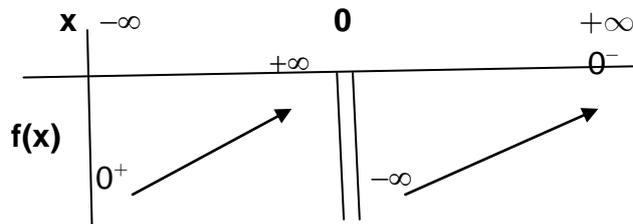
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

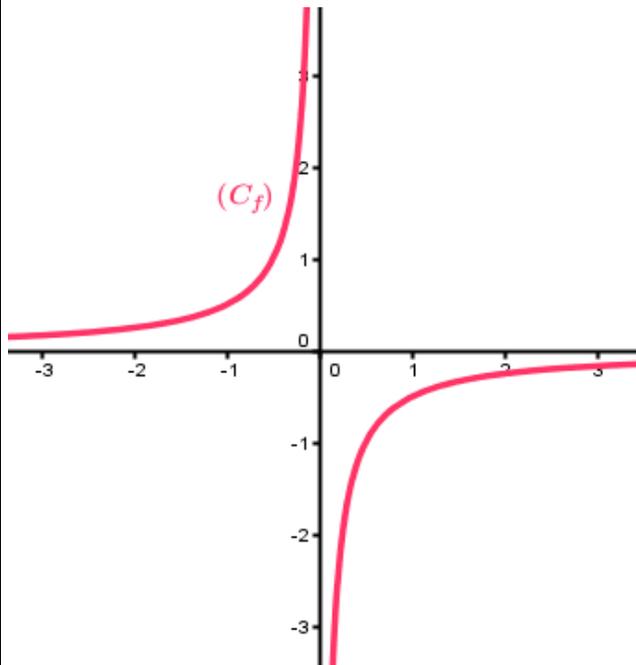
15
minu
tes

Cas où $a < 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^-, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+,$$
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$



- Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{1}{x}$ l'hyperbole d'asymptotes les droites d'équations respectives $x=0$ et $y=0$ et de centre O : l'origine du repère



e) Illustration de l'effet de a

- Lien vers une vidéo:
<http://youtu.be/fbAtACJAAgQ>
- Lien vers une animation GeoGebra:
[Ch08 -Fig\courbe\(asurx\).ggb](http://www.geogebra.org/m/Ch08-Fig/courbe(asurx).ggb)

VIII) Fonction du type:

$$x \mapsto \frac{a}{x} + b \quad (a \neq 0)$$

a) Activité

Activité 23 p 59

b) A retenir

- Le domaine de définition de la

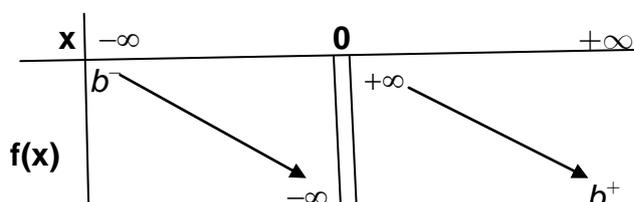
fonction $f: x \mapsto \frac{a}{x} + b \quad (a \neq 0)$ est
 $]-\infty, 0[\cup]0, +\infty[$

- Limites, Tableau de variations**

Cas où $a > 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b^+, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b^-,$$

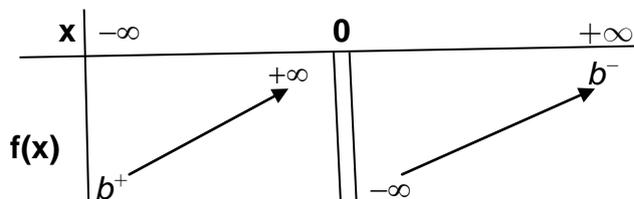
$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$$



Cas où $a < 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b^-, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b^+,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$$



- Courbe représentative de f**

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{a}{x} + b \quad (a \neq 0)$ est l'hyperbole dont les asymptotes sont les droites d'équations respectives $x=0$ et $y=b$ et le centre est $I(0, b)$

- Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{a}{x} + b$ se déduit de

10
minu
tes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

15
minu
tes

celle de la fonction g définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = \frac{a}{x}$ par la translation de vecteur: $b\vec{j}$

c) Illustration de l'effet de a et de b

- Lien vers une vidéo: <http://youtu.be/LuSlriRLrmc>
- Lien vers une animation GeoGebra: [Ch08 -Fig\courbe\(asurx+b\).ggb](Ch08 -Fig\courbe(asurx+b).ggb)

a) Activité

Activité 25 p 60

b) A retenir

- Le domaine de définition de la

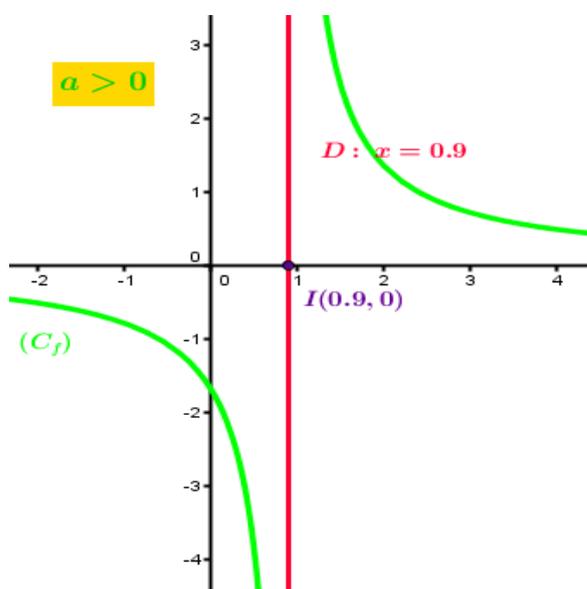
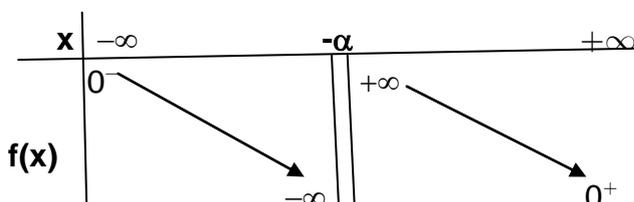
fonction $f: x \mapsto \frac{a}{x+\alpha}$ ($a \neq 0$) est $]-\infty, -\alpha[\cup]-\alpha, +\infty[$

- **Limites, Tableau de variations**

Cas où $a > 0$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0^+, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^-,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\alpha^+} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow -\alpha^-} f(x) = -\infty$$



IX) Fonction du type:

$$x \mapsto \frac{a}{x+\alpha} \quad (a \neq 0)$$

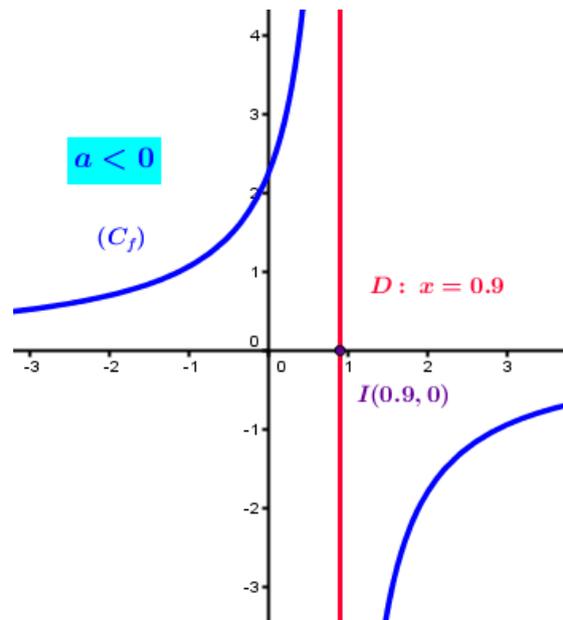
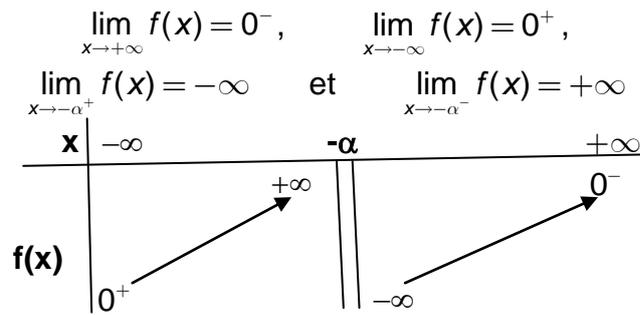
10 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

15 minutes

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

Cas où $a < 0$



- **Courbe représentative de f**

Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{a}{x+\alpha}$ ($a \neq 0$) est l'hyperbole dont les asymptotes sont les droites d'équations respectives $y=0$ et $x=-\alpha$ et le centre est $I(-\alpha, 0)$

- **Transformation géométrique**

La courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-\alpha\}$ par $f(x) = \frac{a}{x+\alpha}$ se déduit de celle de la fonction g définie sur \mathbb{R}^* par $g(x) = \frac{a}{x}$ par la translation de vecteur: $-\alpha \vec{i}$

	<p>c) Illustration de l'effet de a et de α</p> <ul style="list-style-type: none">• Lien vers une animation GeoGebra: Ch08 -Fig\courbe(asur(x+alpha)).ggb <p>d) Activité d'application</p> <p>Exercice 7 p 63</p>	<p>5 minu tes</p>	
--	---	----------------------------------	--

<p>Travail à la maison</p>	<p>- Activités 27 et 28 p 61</p>
---------------------------------------	----------------------------------

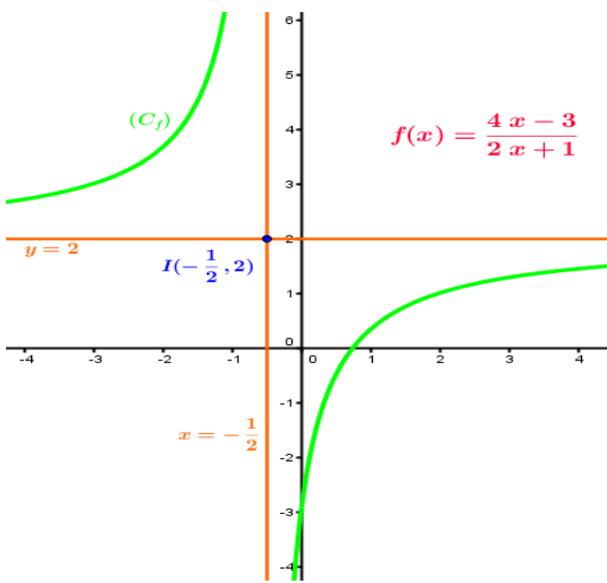
Aptitudes à développer

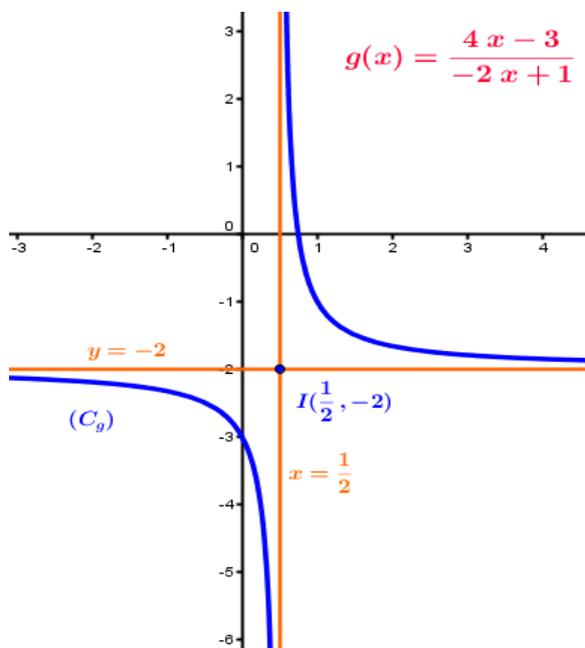
Etude et représentation graphique de la fonction:

$$x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d} \quad (c \neq 0)$$

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
<p>X) Fonction du type: $x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d} \quad (c \neq 0)$</p>	<p>a) Activité Correction des activités 27 et 28 p 61 (travail à la maison)</p> <p>b) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> Le domaine de définition de la fonction $f: x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d} \quad (c \neq 0)$ est $\left] -\infty, -\frac{d}{c} \right[\cup \left] -\frac{d}{c}, +\infty \right[= \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$ Le plan est muni d'un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}), la courbe représentative de la fonction $f: x \mapsto \frac{ax + b}{cx + d} \quad (c \neq 0)$ est l'hyperbole dont: <ul style="list-style-type: none"> les asymptotes sont les droites d'équations respectives $y = \frac{a}{c}$ et $x = -\frac{d}{c}$ le centre est $I\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ 	<p>20 minutes</p> <p>15 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> Inciter les élèves à participer à la correction favoriser les bons essais des élèves Accorder un temps de recherche aux élèves favoriser les bons essais des élèves Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité



c) Activité d'application

- Activité 29 p 62
- Exercice 11 p 70

d) Centre de symétrie d'une hyperbole
[Ch08 -Fig\CentreSymHyper.ggb](#)

**20
minu
tes**

- Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison

- Exercice 6 page 69
- Exercices 9 et 10 page 70

Chapitre 08:	Fonctions de référence	Séance n° : 7	Durée : 1 h
--------------	-------------------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
XI) Exercices intégratifs	<ul style="list-style-type: none"> - Exercice 6 page 69 - Exercices 9 et 10 page 70 <p>Problème d'optimisation: http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/exemple-de-fiche-tice-exercice-integratif-les-fonctions/</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à participer à la correction • favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 09

Calcul vectoriel

Conçu par:

AMARA Makrem

Ben GHAZEL Mériem

MOUSSA Mounir

Contrôle, rectification et support Tice

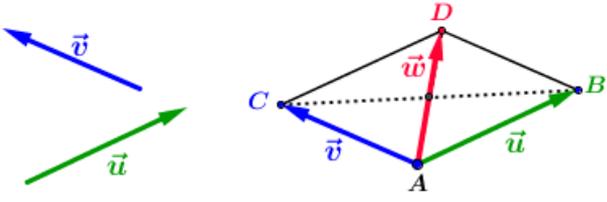
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer et représenter la somme de deux vecteurs - Déterminer et représenter le produit d'un vecteur par un réel - Simplifier un calcul vectoriel contenant des sommes et des produits de vecteurs par des réels
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Opérations sur les vecteurs</p> <p>1) L'addition</p> <p>1.1- Rappel de la définition</p>	<p>a) Activité d'approche Activité 1 p 68</p> <p>b) Enoncé de la définition Soit un point du plan et \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de \mathcal{G} et B et C les points tels que: $\vec{u} = \vec{AB}$ et $\vec{v} = \vec{AC}$ On désigne par D le point tel que les deux segments [BC] et [AD] aient le même milieu. On appelle vecteur somme de \vec{u} et \vec{v}, le vecteur \vec{w} tel que $\vec{w} = \vec{AD}$ On note $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ ou $\vec{w} = \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC}$</p>  <p>c) Remarques</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'opération qui à partir de \vec{u} et \vec{v}, nous a permis d'obtenir leur vecteur somme \vec{w} est appelée l'addition des vecteurs ou l'addition dans \mathcal{G} • ABDC étant un parallélogramme alors $\vec{AC} = \vec{BD}$ et par suite les égalités suivantes sont équivalentes: $\begin{cases} \vec{w} = \vec{u} + \vec{v} \\ \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{AC} \\ \vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} \end{cases}$ • \mathcal{G} désignera l'ensemble de vecteurs du plan 	<p>5 minutes</p> <p>5 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves • On insistera sur la différence entre "l'addition" et la "somme" des vecteurs

1.2- Propriétés

- Une égalité se lit dans les deux sens donc un vecteur peut toujours être exprimé en tant que somme de deux vecteurs (on intercalera un point quelconque entre l'origine et l'extrémité du représentant considéré):

$$\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{RT} + \overrightarrow{TS} = \overrightarrow{RF} + \overrightarrow{FS} = \overrightarrow{RH} + \overrightarrow{HS} = \dots$$

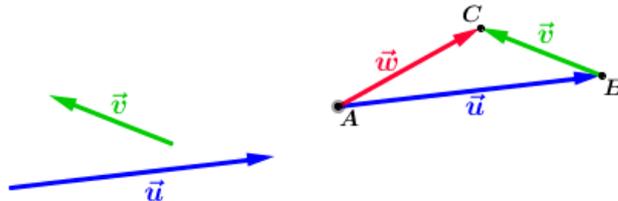
d) 2^{ème} énoncé de la définition

Etant donnés deux vecteurs \vec{u} et \vec{v} de \mathcal{G} , un point A du plan et les points B et C tels que: $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$ alors :

- le vecteur $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$ est appelé le vecteur somme de \vec{u} et \vec{v}

et on note: $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ ou $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

- la relation: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ est appelée la relation de Chasles pour l'addition des vecteurs



e) Avec les TICE

Méthode 1 (Vidéo):

<http://youtu.be/Lsn70MQS6XQ>

Méthode 1 (Fichier GeoGebra):

<Ch09-Fig\SommeVecteursMéth1.ggb>

Méthode 2 (Vidéo) :

<http://youtu.be/DTiFVHtRHHM>

Méthode 2 (Fichier GeoGebra):

<Ch09-Fig\SommeVecteursMéth2.ggb>

a) Propriété 1

- **Activité**

Activité 2 p 68

- **A retenir**

L'addition dans \mathcal{G} est commutative: Pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} on a: $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$

b) Propriété 2

- **Activité**

Activité 3 p 68

- **A retenir**

L'addition dans \mathcal{G} est associative:

5
minut
es

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

5
minut
es

10
minut
es

- Lors de l'instauration de chacune des propriétés suivantes, on tâchera de:
 - Accorder un temps de recherche aux élèves
 - encourager les élèves à énoncer le résultat acquis
 - Valoriser les bonnes propositions des élèves lors de la correction

2) Multiplication d'un vecteur par un réel

2.1- Définition et notation

2.2- Propriétés

Pour tous vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} , on a:
 $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$

c) Propriété 3

- **Activité**

Activité 4 p 69

- **A retenir**

- Pour tout vecteur \vec{u} , on a: $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$
- Pour tout vecteur \vec{u} , il existe un seul vecteur \vec{v} tel que $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u} = \vec{0}$
 \vec{v} est appelé l'opposé de \vec{u} , il est noté: $-\vec{u}$
- $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ signifie $-\vec{u} = \overrightarrow{BA}$

d) Activité d'application

Activité 5 p 69

a) Activité d'approche

Activité 7 p 69

b) Enoncé de la définition

Etant donné un point A, un vecteur \vec{u} non nul, le point B tel que: $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et un nombre réel α , on appelle produit du vecteur \vec{u} par le réel α , le vecteur \vec{v} noté: $\alpha\vec{u}$ ou $\overrightarrow{\alpha u}$ et défini par: $\vec{v} = \overrightarrow{AM}$ où M est le point de (AB) d'abscisse α selon le repère (A, \overrightarrow{AB})

Remarque: si \vec{u} est nul alors $0\vec{u} = \vec{0}$

c) Activité d'application

Soit \vec{u} non nul donné. Construire un représentant de chacun des vecteurs:

$$\vec{a} = 2\vec{u}, \quad \vec{b} = -3\vec{u} \quad \text{et} \quad \vec{c} = -\frac{2}{5}\vec{u}$$

a) Propriété 1

- **A retenir**

Pour tout vecteur \vec{u} on a:

$$1\vec{u} = \vec{u} \quad \text{et} \quad -1\vec{u} = -\vec{u}$$

b) Propriété 2

- **Activité**

Activité 9 p 70

- **A retenir**

Pour tout vecteur \vec{u} et tous réels α et β on a

10
minut
es

5
minut
es

5
minu
tes

5
minu
tes

5
minu
tes

5
minu
tes

10
minu
tes

10
minu
tes

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Il est souhaitable que la définition émane des élèves

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

- Lors de l'instauration de chacune des propriétés suivantes, on tâchera de:

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- encourager les élèves à énoncer le résultat acquis

- Valoriser les bonnes propositions des élèves lors de la

	$(\alpha + \beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$ <ul style="list-style-type: none"> • Activité d'application Activité 10 p 71 <p>c) Propriété 3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activité Activité 11 p 71 • A retenir <p>Pour tout vecteur \vec{u} et tous réels α et β on a</p> $(\alpha.\beta)\vec{u} = \alpha(\beta\vec{u})$ <ul style="list-style-type: none"> • Activité d'application Activité 12 p 71 <p>d) Propriété 4</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activité Activité 13 p 71 • A retenir <p>Pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} on a:</p> $\alpha(\vec{u} + \vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$ <ul style="list-style-type: none"> • Activité d'application Activité 15 p 72 <p>e) Propriété 5</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activité Activité 16 p 72 • A retenir <p>Pour tout vecteur \vec{u} et tout réel α on a:</p> $\alpha\vec{u} = \vec{0} \text{ signifie } \begin{cases} \alpha = 0 \\ \text{ou} \\ \vec{u} = \vec{0} \end{cases}$	<p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<p>correction</p>
--	--	-------------------------------------	-------------------

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Exercices 1, 2 et 3 page 82 - Activités 17 et 18 page 72
-----------------------------------	---

<p style="text-align: center;">3) Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs</p>	<p>on note: $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$</p> <p>c) Activité : Composantes de deux vecteurs égaux Activité 20 p 73</p> <p>A retenir</p> <p>Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$, $\vec{u} = \vec{v}$ signifie ($x = x'$ et $y = y'$)</p> <p>d)Activité: Composantes de la somme de deux vecteurs et du produit d'un vecteur par un réel Activité 21 p 73</p> <p>A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$, $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ et $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ alors $\vec{w} \begin{pmatrix} x+x' \\ y+y' \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ Si $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ et $\vec{u}' = \alpha \vec{u}$ alors $\vec{u}' \begin{pmatrix} \alpha.x \\ \alpha.y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ <p>a) Activité d'application Activité 23 p 74</p> <p>A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> Deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}_{(\bar{i}, \bar{j})}$ sont colinéaires signifie ($xy' - x'y = 0$) Le réel ($xy' - x'y$) est appelé le déterminant de vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ <p>et on le note: $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$</p>	<p>5 minutes</p> <p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> Accorder aux élèves un temps de recherche Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe. Accorder un temps de recherche aux élèves Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité c) de ce paragraphe Accorder un temps de recherche aux élèves Les élèves participeront à la formulation de la définition du déterminant
---	---	---	---

III) Repère cartésien du plan	<p>b) Activité d'application Exercice 6 page 82</p>	5 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves
	<p>a) Activité d'approche Activité 24 p 75</p> <p>b) Définition</p> <ul style="list-style-type: none"> • On appelle repère cartésien du plan tout triplet (O, \vec{i}, \vec{j}) où O est un point du plan et (\vec{i}, \vec{j}) est une base de l'ensemble de vecteurs du plan • On appelle couple de coordonnées d'un point M du plan selon le repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}) le couple de réels (x,y) tel que: $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ et on note: M(x,y) <ul style="list-style-type: none"> - x est l'abscisse de M et y est son ordonnée - (O, \vec{i}) est l'axe des abscisses - (O, \vec{j}) est l'axe des ordonnées 	5 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participeront à la formulation de ces définitions
	<p>c) Activité: Composantes d'un vecteur défini par deux points Activité 25 p 75</p> <p>A retenir Si les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ selon un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ selon la base (\vec{i}, \vec{j})</p>	10 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison	Exercices 4 et 9 p 90 Activités 27 p76 et 38 p79
----------------------------	---

Aptitudes à développer

- Reconnaître si une base (et un repère) est orthonormé
- Reconnaître à partir de leurs coordonnées, si deux vecteurs sont orthogonaux
- Calculer la norme d'un vecteur et la distance entre deux points

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	20 minutes	Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Vecteurs orthogonaux 1) Norme d'un Vecteur	a) Définition Soit A un point du plan et \vec{u} un vecteur de \mathcal{G} . On appelle norme du vecteur \vec{u} le nombre réel positif noté $\ \vec{u}\ $ et défini par $\ \vec{u}\ = AB$ où B est le point tel que $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ Remarque: un vecteur \vec{u} est dit unitaire ou normé si et seulement si $\ \vec{u}\ = 1$ b) Activité Activités 28 et 29 p 76 c) A retenir <ul style="list-style-type: none"> • $\ \vec{u}\ = 0$ signifie $\vec{u} = \vec{0}$ • $\alpha \in \mathbb{R}, \vec{u} \in \mathcal{G}$ $\ \alpha \cdot \vec{u}\ = \alpha \cdot \ \vec{u}\$ • $\vec{u}, \vec{v} \in \mathcal{G}$ $\ \vec{u} + \vec{v}\ \leq \ \vec{u}\ + \ \vec{v}\$ 	5 minutes	
2) Vecteurs orthogonaux	a) Définition Soit A un point du plan et \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs de \mathcal{G} . <ul style="list-style-type: none"> • Les vecteurs \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux et on note: $\vec{u} \perp \vec{v}$ si et seulement si les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires B et C sont les points tels que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$ et $\overrightarrow{AC} = \vec{v}$ • Par convention, $\vec{0}$ est orthogonal à 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité b) de ce paragraphe.

<p>3) Expression de la norme d'un vecteur selon une base orthonormée</p>	<p>tout vecteur de \mathcal{G}</p> <p>b) Activité d'application Activité 30 p 77</p> <p>a) Définitions: Base orthonormée - Repère orthonormée</p> <ul style="list-style-type: none"> - Une base (\vec{i}, \vec{j}) de \mathcal{G} est orthonormée si et seulement si \vec{i} et \vec{j} sont orthogonaux et normés. ($\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1$) - Un repère (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan est orthonormé si et seulement si (\vec{i}, \vec{j}) est une base orthonormée de \mathcal{G} <p>b) Activité Activité 32 p 78</p> <p>c) A retenir</p> <ul style="list-style-type: none"> • Dans un plan muni d'un repère orthonormé, la distance entre deux points A et B est le réel positif $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ <ul style="list-style-type: none"> • Si \mathcal{G} est muni d'une base Orthonormée alors la norme d'un vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ est } \ \vec{u}\ = \sqrt{x^2 + y^2}$	<p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder aux élèves un temps de recherche • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité b) de ce paragraphe.
<p>4) Condition analytique d'orthogonalité de deux vecteurs</p>	<p>a) Activité Activité 34 p 78</p> <p>A retenir</p> <p>\mathcal{G} étant muni d'une base Orthonormée les vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont orthogonaux si et seulement si:</p> $xx' + yy' = 0$ <p>b) Activité d'application Activité 36 p 79</p>	<p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ces résultats de l'activité a) de ce paragraphe • Accorder un temps de recherche aux élèves

<p>Travail à la maison</p>	<p>Activités 39 et 40 p 80 Activités 42 et 45 p 81</p>
-----------------------------------	--

Chapitre:	Calcul vectoriel	Séance n° : 4	Durée : 2 h
-----------	-------------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	<p>Correction des activités 39 et 40 p 80 et des activités 42 et 45 p 81 (travail demandé)</p> <p>Remarques:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La correction de ces activités sera une occasion pour montrer aux élèves que l'outil "Vecteur" fournit un moyen puissant pour décrire très simplement certaines situations qu'on avait l'habitude d'exprimer autrement: cet outil peut être plus efficace pour la résolution du problème posé • Cette leçon sera consultée durant toute l'année scolaire, on peut y faire référence chaque fois qu'on se sent obligé de rappeler l'une de notions déjà rencontrées • La liste des exercices proposés pour cette séance n'est pas exhaustive: elle peut être enrichie par d'autres qui figurent dans l'annexe joint ou ailleurs 		<p>La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences</p>

Annexe (Série d'exercices)

Calcul vectoriel

Exercice 1 :

Soit ABC un triangle, on considère les pts E, F et G définie par :

$$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} \text{ et } \overrightarrow{BG} = 2\overrightarrow{BC}$$

- 1) Construire les pts E, F et G.
- 2) Déterminer les coordonnées des pts E, F et G dans le repère $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$

Exercice 2 : ABCD un parallélogramme, I milieu de [AB] et E le point définie par :

$$\overrightarrow{IE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ID}$$

- 1) Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$
- 2) Montrer que A, C et E sont alignés.

Exercice 3 :

Soit ABC un triangle.

- 1) Construire les points E et F tels que $\overrightarrow{AE} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AF} = 3\overrightarrow{AC}$
- 2) Montrer que les vecteurs \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{BC} sont colinéaires
- 3) On désigne par I et J les milieux respectifs des segments [BC] et [EF]
 - a) Montrer que $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{AF} = 6\overrightarrow{AI}$
 - b) En déduire que les points A, I et J sont alignés

Exercice 4 : Construire un triangle ABC isocèle en A et tel que AB = 6 et le point I milieu de [BC].

Soient les points G et K vérifiant : $2\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

- 1) Montrer que : $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$
- 2) Construire les points G et K.
- 3) Montrer que les droites (GK) et (BC) sont parallèles.
- 4) Soit le point J vérifiant : $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AK}$
Montrer que AGJK est un losange.

Exercice 5 : Soit (o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan On considère les points A(5,3) ; B(-1,-4) et C(1,5)

- 1/a) Montrer que les pts A, B et C ne sont pas alignés
- b) Montrer que le triangle ABC est isocèle en B
- 1) On donne D(0,-2) et K(3,4)
 - a) Montrer que les droites (KD) et (AC) sont perpendiculaires
 - b) Vérifier que K est le milieu de [AC].
 - c) En déduire que B, K et D sont alignés

Exercice 6 : Soit (o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan

On considère les points A(-1,2) ; B(-3,-2) et C(5,-1)

- 1) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base
- 2) a) Montrer que \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont orthogonaux.
b) Déduire la nature du triangle ABC.
- 3) Soit D(-7 ; 5). Les points A, C et D sont-ils alignés.
- 4) a) Calculer BC et BD.
b) Déduire que le point B appartient à la médiatrice de [CD].

Exercice 7 : Soit (o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan On considère les points A(1,0) ; B(3,1) et C(2,-2)

- 1) a) Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est une base
b) Montrer que (AB) et (AC) sont perpendiculaires

- c/ Déterminer les coordonnées du pt D pour que ABCD soit un parallélogramme*
- 2) Soit $E(x,2)$ Déterminer x pour que les pts A,B et E soient alignés
- 3) Soit F le pt définie par $\overrightarrow{AF} - 3\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{CF} = \vec{0}$.
- Trouver les coordonnées de F dans le repère $(A, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})$

Niveau: Deuxième année Sciences et Technologie de l'informatique

Chapitre: 10

Barycentre

Conçu par:

Ben LTAIEF Souileh

HAFNAOUI Seifallah

ZRIG Nabil

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître le barycentre de deux points pondérés - Construire le barycentre de deux points pondérés - Connaître et savoir utiliser les propriétés du barycentre de deux points pondérés
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	<ul style="list-style-type: none"> - - ...
------------------------------	--

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Barycentre de deux points pondérés</p> <p>1) Définition</p>	<p>a) Activités d'approche</p> <p>Activité 2 P 93</p> <p>1) (A conserver)</p> <p>2) a) Vérifier que</p> <p>b) Montrer que $\vec{GA} + 2.\vec{GB} = \vec{0}$</p> <p>Activité 1 P 93</p> <ul style="list-style-type: none"> • Commentaire pour le cas a): Dans ce cas, on dit que: le point B est le barycentre des points pondérés (A,α) et (C,β) • On ajoutera la question: Exprimer les situations b), c) et d) en langage de barycentre 	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • A l'aide d'un fichier Géogebra ou en se servant d'un stylo ou du compas, qui jouera le rôle d'une tige homogène, on peut montrer aux élèves l'aspect physique du barycentre • Faire participer les élèves à la formulation de la définition • Accorder un temps de recherche aux élèves
	<p>b) Énoncé de la Définition</p> <p>Soient A et B deux points distincts du plan et deux réels α et β tels que α+β ≠ 0. Le point G qui vérifie la relation: $\alpha\vec{GA} + \beta\vec{GB} = \vec{0}$ est appelé le barycentre:</p> <ul style="list-style-type: none"> - des points pondérés (A,α) et (B,β) - des point A et B affectés de coefficients respectifs α et β 	15 minutes	
	<p>c) Exemple</p> <p>Le milieu I de [AB] vérifie la relation: $\vec{IA} + \vec{IB} = \vec{0}$ signifie: $1.\vec{IA} + 1.\vec{IB} = \vec{0}$ donc I est le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,1). Puisque α = β ≠ 0, on dit que I est l'isobarycentre de A de B</p>	15 minutes	
	<p>d) Activités d'application</p> <p>Montrer que si A, B et C sont trois points alignés alors l'un d'eux est barycentre de deux autres affectés de</p>	15 minutes	

<p>2) Premières déductions</p>	<p>certains coefficients.</p> <p>a) Activité Activité 2 P 94</p> <p>b) Théorème Soient A et B deux points distincts du plan et deux réels α et β tels que $\alpha + \beta \neq 0$. G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β)</p> <p style="text-align: center;">Signifie $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \overrightarrow{AB}$ signifie ($G \in (AB)$) et $x_G = \frac{\beta}{\alpha + \beta}$ selon (A, \overline{AB}) signifie $\overrightarrow{BG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \overrightarrow{BA}$ signifie ($G \in (AB)$) et $x_G = \frac{\alpha}{\beta + \alpha}$ selon (B, \overline{BA}))</p> <p>T.I.C.E - Fichier GeoGebra: Ch10 -fig\Posit Baryc.ggb</p> <p>c) Construction du barycentre Méthode1 (Théorème b) ci-dessus et Thalès) Exercice 1 p 106</p> <p>Méthode2 (Méthode des parallèles) Activité 6 p 95</p> <p>T.I.C.E - Vidéo: http://youtu.be/isSxS7N7Bhk - Fichier GeoGebra: Ch10 -fig\Const méth des paral.ggb</p>	<p>tes</p> <p>20 minutes</p> <p>20 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Habituer les élèves à essayer de formuler les ajouts acquis suite à tout genre d'activité • Les méthodes des parallèles et du parallélogramme: objets des activités 6 P 95 et 9 P96, peuvent être traitées si l'avancement de la séance est acceptable sinon on pourra les proposer aux élèves comme travail à la maison. • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
<p>4) Propriétés Propriété 1</p>	<p>a) Activité Activité 7 p96</p> <p>b) Énoncé de la propriété G est le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β)</p> <p style="text-align: center;">signifie</p> <p>pour tout réel non nul k, G est le barycentre des points pondérés (A,$k\alpha$) et (B,$k\beta$)</p>	<p>15 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que l'énoncé de la propriété soit formulé par les élèves

<p>Propriété 2</p>	<p>a) Activité Activité 8 P96</p> <p>b) Énoncé de la propriété Soient A et B deux points distincts du plan et soient α et β deux réels tels que $\alpha + \beta \neq 0$. G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie pour tout point M du plan, on a: $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta) \overrightarrow{MG}$</p> <p>c) Activité d'application Activité 11 P96</p>	<p>15 minu tes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que l'énoncé de la propriété soit formulé par les élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves
---------------------------	---	----------------------------	---

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activités 9 et 11 P 96 - Exercice 1 P 101 - Travail facultatif: Soit G le barycentre de (A, α) et (B, β) où α et β sont deux variables réelles non opposées de $[-3,3]$. Utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour visualiser la partie de la droite (AB) où se situe G selon la valeur de $\frac{\alpha}{\beta}$
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer

- Barycentre de trois points pondérés
- Construction
- Propriétés

Supports pédagogiques

-
- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	<p>Correction du travail à la maison</p> <ul style="list-style-type: none"> - Exercice 1P101 - Activités 9 et 11 P 96 	30 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Correction des exercices : Pour les méthodes de construction il vaut mieux que les élèves élaborent un algorithme tel que: <p>Méthode des parallèles: Pour construire G, le barycentre des points pondérés (A,α) et (B,β):</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) On trace deux droites D_1 et D_2 parallèles passant respectivement par A et B. 2) Sur les droites graduées (A,\vec{t}) et (B,\vec{t}) marquer respectivement les points A' et B' d'abscisses respectives β et $-\alpha$. 3) G est le point d'intersection de (AB) et $(A'B')$.
<p>II) Barycentre de trois points pondérés</p> <p>1) Définition</p>	<p>a) Activité d'approche Activité 13 P97</p> <p>b) Enoncé de la définition Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que</p>	30 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que

<p>2) Propriétés</p>	<p>$\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. Le point G qui vérifie la relation: $\alpha \overrightarrow{GA} + \beta \overrightarrow{GB} + \gamma \overrightarrow{GC} = \vec{0}$ est appelé le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ) (on dit aussi que G est le barycentre des point A, B et C affectés respectivement des coefficients α, β et γ)</p> <p style="text-align: center;">a) Activité</p> <p>Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$. Montrer que les six propositions suivantes sont équivalentes:</p> <p>a) G est le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ)</p> <p>b) pour tout point M du plan $\alpha \overrightarrow{MA} + \beta \overrightarrow{MB} + \gamma \overrightarrow{MC} = (\alpha + \beta + \gamma) \overrightarrow{MG}$</p> <p>c) $\overrightarrow{AG} = \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AB} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{AC}$</p> <p>d) $\overrightarrow{BG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{BA} + \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{BC}$</p> <p>e) $\overrightarrow{CG} = \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{CA} + \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma} \overrightarrow{CB}$</p> <p>f) Pour tout réel non nul k, G est le barycentre des points pondérés (A,$k\alpha$), (B,$k\beta$) et (C,$k\gamma$)</p> <p style="text-align: center;">b) Enoncé des propriétés</p> <p>Conséquence: Si A, B et C ne sont pas alignés alors on aura :</p> <p>$G\left(\frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}, \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}\right)$ selon (A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})</p> <p>$G\left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}, \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}\right)$ selon (B, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})</p> <p>$G\left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}, \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}\right)$ selon (C, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})</p>	<p>l'énoncé de la définition soit formulé par les élèves</p> <ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Lors de la correction, favoriser les bons essais qui proviennent des élèves • Habituer les élèves à essayer de formuler les ajouts acquis suite à tout genre d'activité
<p>3) Barycentre partiel</p>	<p style="text-align: center;">a) Activité</p> <p>Activité 19 p99</p> <p style="text-align: center;">b) Théorème</p> <p>Soient A, B et C trois points distincts du plan et soient α, β et γ trois réels tels que $\alpha + \beta + \gamma \neq 0$ on suppose que $\alpha + \beta \neq 0$ et on note I</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que l'énoncé de ce

	<p>le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β), et $\alpha+\beta+\gamma\neq 0$ G est le barycentre des points pondérés (A,α), (B,β) et (C,γ) signifie G est le barycentre des points pondérés $(I,\alpha+\beta)$ et (C,γ).</p> <p style="text-align: center;">c) Activité d'application</p> <p>Soit I le point d'une droite (AB) d'abscisse $\frac{2}{3}$ selon le repère (A, \overline{AB}) et G le barycentre des points pondérés $(A,1)$, $(B,2)$ et $(C,3)$ où C est un point du plan n'appartenant pas à (AB). Montrer que I, G et C sont alignés.</p>	tes	<p>théorème soit formulé par les élèves</p> <p style="text-align: center;">• Accorder un temps de recherche aux élèves</p>
--	---	------------	--

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none"> - Exercices 6 et 7P106 - Exercices 11, 13 et 14 P107 - Activité 23 p 100
----------------------------	--

Chapitre 10:	Barycentre	Séance n° : 3	Durée : 2 h
--------------	-------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
III) Exercices intégratifs	<p>Correction du travail demandé</p> <ul style="list-style-type: none"> - exercices 6 et 7P106 - Exercices 11, 13 et 14 P107 - Activité 23 p 100 () <p>Remarque:</p> <ul style="list-style-type: none"> • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année 		<p>.</p> <p>La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences</p>

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 11

Translations

Conçu par:

TAIEB Taieb

OUNIS Chokri

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître une translation - construire l'image d'un point par une translation - construire l'image d'une droite, d'un segment d'une demi-droite par une translation
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
I) Notion d'application	<p>a) Activité d'approche Activité 1 p 110</p> <p>b) Définition Lorsqu'à tout point M du plan, on associe - selon un procédé bien déterminé- un unique point M', on dit qu'on a défini une application du plan dans lui-même. Si on désigne par f cette application alors on écrit: $f : P \rightarrow P$ $M \mapsto M'$ M' s'appelle l'image de M par f M s'appelle un antécédent de M' par f</p>	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	<p>c) Exemples On essaiera de faire appel aux pré requis des élèves (à travers les exemples cités à la page 110)</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • On veillera sur la bonne assimilation par les élèves de chacune de notions de: <ul style="list-style-type: none"> - fonction - antécédent - Image
	<p>II) Définition</p> <p>a) Activité d'approche Activité 2 p 111</p> <p>b) Définition Soit \vec{u} un vecteur donné, l'application définie du plan dans lui-même qui à tout point M associe l'unique point M' tel que: $\overline{MM'} = \vec{u}$ est appelée translation de vecteur \vec{u}. Elle est notée: $t_{\vec{u}}$ et on écrit: $t_{\vec{u}} : P \rightarrow P$ $M \mapsto M'$</p> <p style="background-color: yellow; text-align: center;">$t_{\vec{u}}(M) = M'$ signifie $\overline{MM'} = \vec{u}$</p>	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

III) Propriété caractéristique	<p>c) Activités d'application</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ch11-Fig\ApplicatDéfiTrans.ggb - Activité 3 p 112 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
	<p>d) Remarques</p> <p>R₁: tout point M' du plan n'a qu'un seul antécédent M par n'importe quelle translation</p> <p>R₂: Si $\vec{u} = \vec{0}$ alors pour tout point M, on a: $t_{\vec{u}}(M) = M$: on dit que: $t_{\vec{0}}$ est l'application identique dans le plan (à chaque point du plan, elle associe lui-même)</p>	15 minutes	
	<p>a) Activité</p> <p>Activité 4 p 112</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction
	<p>b) Théorème: Énoncé de la propriété caractéristique</p> <p>Une application f définie dans le plan est une translation si et seulement si pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a: $\overline{M'N'} = \overline{MN}$</p>	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Favoriser les bons essais des élèves
	<p>c) Conséquences</p> <p>pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a:</p> <p>C₁: M'N' = MN (une translation conserve la distance)</p> <p>C₂: Si de plus M et N sont distincts, les droites (MN) et (M'N') sont parallèles</p> <p>C₃: Les images par une translation de trois points alignés sont trois points alignés (une translation conserve l'alignement)</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
<p>d) Activité d'application</p> <p>Soit trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $t_{\vec{u}}$ et deux réels non opposés α et β. Montrer que si G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β)</p>	10 minutes		
<p>e) Théorème</p> <p>Étant donné une translation $t_{\vec{u}}$ et trois points distincts A, B et G d'images</p>			

	<p>respectives A', B' et G' par t_u et deux réels non opposés α et β: G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) (On dit que la translation conserve le barycentre)</p> <p>Remarque: Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés.</p> <p>f) Conséquence la translation conserve le milieu: $I = A*B$ signifie $I' = A'*B'$ $(I' = t_u(I), A' = t_u(A) \text{ et } B' = t_u(B))$ (On dit que la translation conserve le milieu)</p>	<p>5 minu tes</p> <p>5 minu tes</p>	
--	---	---	--

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activité 5 p 113 - Exercice 3 page 121 - Exercices 2 page 126 - Activité 8 page 113 - Exercice: <p>A, B et C sont trois points donnés non alignés. 1°) Construire le point I barycentre de $(A, -2)$ et $(B, 3)$ 2°) Soit A' le point défini par : $-2.\overrightarrow{A'A} + 3.\overrightarrow{A'B} + 2\overrightarrow{A'C} = \vec{0}$ a) Montrer que les points A', I et C sont alignés. Construire A' b) Construire les points B' et C' images respectives de B et C par $t_{\frac{\overrightarrow{AA'}}{AA'}}$ 3°) La droite Δ parallèle à (IC) et passant par C' coupe la droite $(A'B')$ en J. Montrer que J est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β) où α et β sont deux réels à déterminer.</p>
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer

- Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une translation
- Reconnaître et utiliser les propriétés d'une translation pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, de contact et de mesure des distances et d'angles

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l'activité 8 p 113 sera corrigé au cours de la séance)	15 minut es	Les élèves participent à la correction <ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
IV) Images de certaines parties du plan 1) Image: <ul style="list-style-type: none"> - d'une droite - d'un segment - d'une demi-droite 	a) Mise au point d'après Un ensemble G est l'image d'un ensemble E par une application f si et seulement si l'image de tout élément de E par f appartient à G et tout élément de G a un antécédent qui appartient à E <ul style="list-style-type: none"> • Illustration graphique sur un exemple: Ch11-Fig/ImageEnsemblePts.ggb 	10 minut es	
	b) Activité Activité 8 p 113	10 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
	c) Théorème Etant donné une translation $t_{\vec{u}}$ et deux points distincts A et B d'images respectives A' et B' par $t_{\vec{u}}$ alors <ul style="list-style-type: none"> - l'image par $t_{\vec{u}}$ de la droite (AB) est la droite (A'B') et on a (AB) parallèle à (A'B') - l'image par $t_{\vec{u}}$ du segment [AB] est le segment [A'B'] et on a [AB] isométrique à [A'B'] - l'image par $t_{\vec{u}}$ de la demi-droite [AB) est la demi-droite [A'B') 	10 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité b) de ce paragraphe.
	d) Activité d'application Activité 9 p 114	5 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves

2) Image d'un cercle

a) Activité

Activité 16 p 116

b) Théorème

Etant donné une translation $t_{\vec{u}}$, un réel strictement positif R et un point O d'image O' par $t_{\vec{u}}$ alors l'image par $t_{\vec{u}}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de même rayon R

c) Activité d'application

Exercice 6 p 121

a) Activité

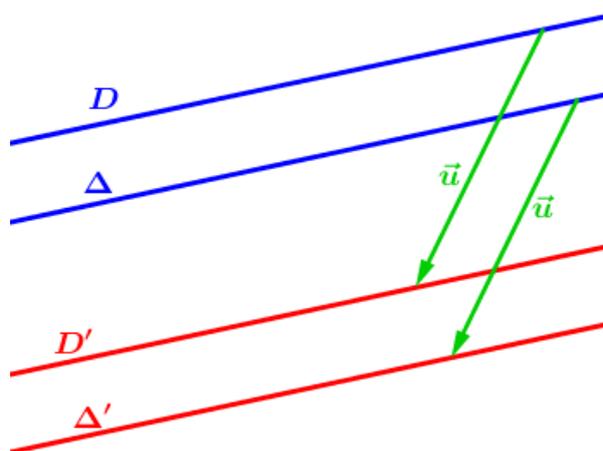
Activité 13 p 115

b) Théorème

Etant données une translation $t_{\vec{u}}$ et deux droites D et Δ

- $$\left. \begin{array}{l} \text{Si } t_{\vec{u}}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ \text{et on a: } D // \Delta \end{array} \right\} \text{alors } D' // \Delta'$$

Les images de deux droites parallèles par une translation sont deux droites parallèles
(On dit que la translation conserve le parallélisme)



- $$\left. \begin{array}{l} \text{Si } t_{\vec{u}}: D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ \text{et on a: } D \perp \Delta \end{array} \right\} \text{alors } D' \perp \Delta'$$

Les images de deux droites

5
minut
es

5
minut
es

10
minut
es

5
minut
es

10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe.

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

V) Autres propriétés

1) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité

<p>4) Effet d'une translation sur une figure</p>	$\left. \begin{array}{l} \text{Si } t_{\vec{u}}(\zeta) = \zeta' \\ \text{et } t_{\vec{u}}(D) = D' \\ \text{et } t_{\vec{u}}(A) = A' \end{array} \right\}$ <p>alors D' est tangente à ζ' en A'</p> <p>(On dit que la translation conserve le contact ou la tangence)</p> <p>Ch11-Fig\Effet d'une translation.ggb</p>	<p>élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe</p>
--	---	---

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activité 20 p 117 - Activité 25 p 119
----------------------------	--

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Résoudre des exercices de recherche de lieu - Résoudre des exercices de construction
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exemples de problèmes de lieu et problèmes de construction	Correction de : <ul style="list-style-type: none"> - Activité 20 p 117 - Activité 25 p 119 (travail demandé) 		<ul style="list-style-type: none"> • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année • Pour les exercices de construction, il vaut mieux habituer les élèves à dresser un algorithme où ils fixent les différentes étapes • L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des problèmes de lieu offre une bonne occasion pour apprécier le rôle des TICE pour fournir une conjecture

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none"> - Exercices de la série jointe (Voir Annexe à la fin du chapitre) (ces exercices sont proposés à titre indicatifs, ils peuvent être complétés ou remplacés par d'autres selon les besoins des élèves)
----------------------------	---

Chapitre 11:	Translations	Séance n° : 4	Durée : 1 h
Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs		

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VII) Exercices intégratifs	Correction des exercices de la série (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Annexe: Série d'exercices

Exercice n°1 :

On considère deux cercles C et C' de même rayon et de centres respectifs I et J, sécants en deux points A et B.

La droite Δ parallèle à (IJ) passant par A recoupe le cercle C' en A'.

1/ a) Déterminer $t_{\overline{IJ}}(\Delta)$ et $t_{\overline{IJ}}(C)$.

b) En déduire que $t_{\overline{IJ}}(A)$.

2/ La parallèle à (AB) passant par A' et la parallèle à (IB) passant par J se coupent en B'.

Montrer que B' est un point du cercle C'.

Exercice n°2 :

On considère un triangle EFG.

On désigne par I le barycentre des points pondérés (E,-3) et (F,4)

et par A le barycentre des points pondérés (E,-3) et (F,4) et (G,2).

1/ a) Montrer que A, I et G sont alignés.

b) Construire I et A.

2/ Soit t la translation de vecteur \overrightarrow{EA} .

a) Placer B et C les images respectives par la translation t des points F et G.

b) La parallèle à (IG) passant par C coupe (AB) en J.

Déterminer les images par la translation t de chacune des droites (EF) et (AG).

c) Montrer alors que J est le barycentre des points pondérés (A,-3) et (B,4).

Exercice n°3 :

ABC est un triangle.

Construire un point M sur (AB) et un point N sur (AC) tels que $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

Exercice n°4 :

ABCD est un parallélogramme tel que les points A et B sont fixes

et C est un point variable sur le cercle de diamètre [AB].

1/ Sur quel ensemble varie D lorsque C décrit le cercle de diamètre [AB].

2/ Soit E le milieu de [CD]

Sur quel ensemble varie E lorsque C décrit le cercle de diamètre [AB].

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 12

Homothéties

HAJJAJ Saber

Conçu par:

GHAIEB Adel

ROMDHANE Fadhel

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

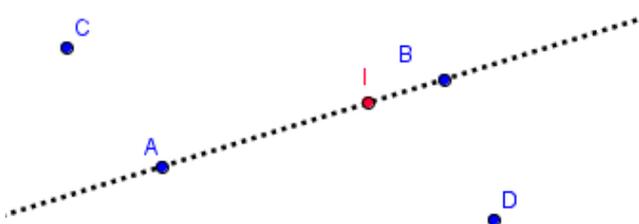
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

- Reconnaître si une application définie dans le plan est une homothétie
- construire l'image d'un point par une homothétie
- construire et reconnaître l'image d'une droite, d'un segment d'une demi-droite par une homothétie

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (l'activité 6 p 132 sera corrigée au cours de la séance)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
<p>I) Définition (suite)</p>	<p>b) Application de la définition Recopier la figure ci-dessous sur votre cahier puis construire les images des points A, B, C et D par l'homothétie $h_{\left(I, -\frac{5}{2}\right)}$</p> 	5 minutes	
<p>II) Conséquences</p>	<p>c) Conséquence 1 Toute homothétie de rapport $k=1$ est l'identité dans le plan</p> <p>d) Conséquence 2 L'homothétie de rapport $k=-1$ et de centre O (un point quelconque du plan) est la symétrie centrale de centre O</p> <p>e) Conséquence 3 Un point, son image par une homothétie et le centre de cette homothétie sont toujours alignés</p> <p>f) Conséquence 4</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Induire les élèves à dégager ces conséquences

<p>II) Propriété caractéristique</p>	<p>Toute homothétie de rapport $k \neq 1$ ne fixe que son centre</p> <p>a) Activité Activité 6 p 132</p> <p>b) Théorème: Enoncé de la propriété caractéristique Une application f définie dans le plan est une homothétie distincte de l'identité dans le plan si et seulement si il existe un réel k différent de 0 et de 1 tel que: pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N', on a: $\overline{M'N'} = k \cdot \overline{MN}$</p> <p>c) Conséquences pour tout point M et tout point N du plan d'images respectives M' et N' par une homothétie de rapport k, on a:</p> <p>C₁: $M'N' = k MN$ (une homothétie ne conserve pas la distance)</p> <p>C₂: Si de plus M et N sont distincts, les droites (MN) et $(M'N')$ sont parallèles</p> <p>C₃: Les images par une homothétie de trois points alignés sont trois points alignés (une translation conserve l'alignement)</p> <p>d) Activité d'application Soit trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $h_{(O,k)}$ et deux réels non opposés α et β. Montrer que si G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β)</p> <p>e) Théorème Etant donné une homothétie $h_{(O,k)}$ et trois points distincts A, B et G d'images respectives A', B' et G' par $h_{(O,k)}$ et deux réels non opposés α et β: G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β)</p>	<p>es</p> <p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>15 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que ce théorème soit formulé par les élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la formulation de ces conséquences • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité
---	--	---	---

<p>III) Images de certaines parties du plan</p> <p>1) Image:</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'une droite - d'un segment - d'une demi-droite 	<p>(On dit que l'homothétie conserve le barycentre)</p> <p>Remarque: Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés.</p> <p>f) Conséquence Toute homothétie conserve le milieu: $I = A*B$ signifie $I' = A'*B'$ $(I' = h_{(O,k)}(I), A' = h_{(O,k)}(A)$ et $B' = h_{(O,k)}(B))$</p> <p>(On dit que l'homothétie conserve le milieu)</p> <p>g) Activité d'application Exercice 9 p 141</p> <p>a) Activité Activité 10 p 133</p> <p>b) Théorème Etant donné une homothétie $h_{(O,k)}$ et deux points distincts A et B d'images respectives A' et B' par $h_{(O,k)}$ alors</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'image par $h_{(O,k)}$ de la droite (AB) est la droite (A'B') et on a (AB) parallèle à (A'B') - l'image par $h_{(O,k)}$ du segment [AB] est le segment [A'B'] et on a: $A'B' = k AB$ - l'image par $h_{(O,k)}$ de la demi-droite [AB] est la demi-droite [A'B') <p>c) Activité d'application Activités 12 p 133</p>	<p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves • Accorder un temps de recherche aux élèves • Favoriser les bons essais des élèves 	
	<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activité 17 p 134 - Activités 18 et 20 page 135 		

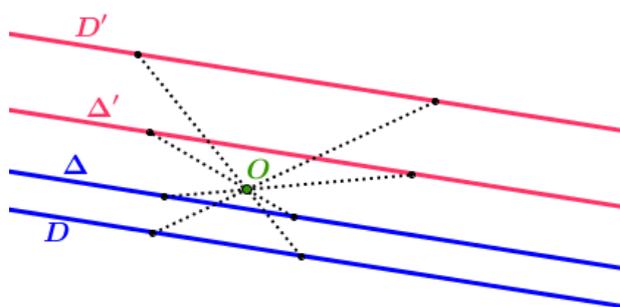
Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une homothétie - Reconnaître et utiliser les propriétés d'une homothétie pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité, de contact et de mesure des distances et d'angles
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison	15 minutes	Les élèves participent à la correction
<p>III) Images de certaines parties du plan (suite)</p> <p>2) Image d'un cercle</p>	<p>a) Activité Activité 25 p 136</p> <p>b) Théorème Etant donné une homothétie $h_{(O,k)}$, un réel strictement positif R et un point O d'image O' par $h_{(O,k)}$ alors l'image par $h_{(O,k)}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de rayon $R' = k .R$</p> <p>c) Activité d'application Exercice 10 p 141</p>	<p style="text-align: center;">15 minutes</p> <p style="text-align: center;">5 minutes</p> <p style="text-align: center;">10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves
<p>IV) Autres propriétés</p> <p>1) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité</p>	<p>a) Activité Activité 24 p 136</p> <p>b) Théorème Etant données une homothétie $h_{(O,k)}$ et deux droites D et Δ</p> <p style="text-align: center;"> $\left. \begin{array}{l} \text{Si } h_{(O,k)} : D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ \text{et on a : } D // \Delta \end{array} \right\} \text{ alors } D' // \Delta'$ </p> <p>Les images de deux droites parallèles par une homothétie sont deux droites parallèles</p>	<p style="text-align: center;">5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe.

(On dit que l'homothétie conserve le parallélisme)

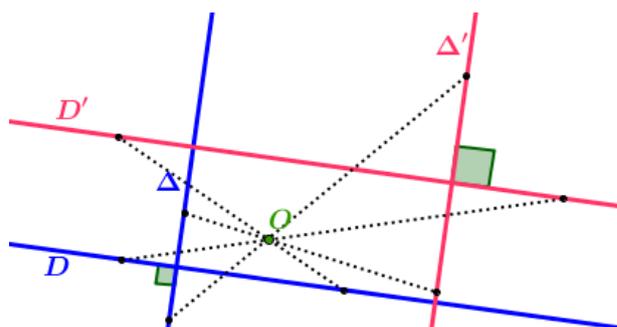
10
minut
es



• Si $h_{(O,k)} : D \mapsto D'$
 $\Delta \mapsto \Delta'$ } alors $D' \perp \Delta'$
 et on a : $D \perp \Delta$

Les images de deux droites perpendiculaires par une homothétie sont deux droites perpendiculaires

(On dit que l'homothétie conserve l'orthogonalité)



c) Activité d'application

ABC est un triangle d'image le triangle A'B'C' par une homothétie $h_{(O,k)}$ (A', B' et C' sont les images respectives de A, B et C). Montrer que l'orthocentre H' de A'B'C' est l'image de l'orthocentre H de ABC par $h_{(O,k)}$

15
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- Valoriser les bonnes idées citées par les élèves lors de la correction

2) Conservation des angles

a) Activité

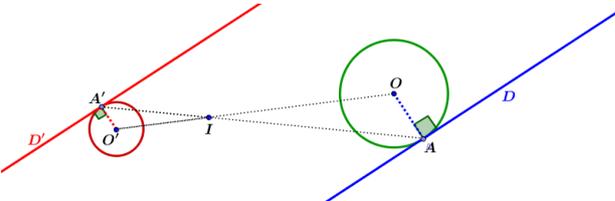
Activité 23 p 136

d) Théorème

Etant donné une homothétie $h_{(O,k)}$ et un secteur [Ox, Oy]

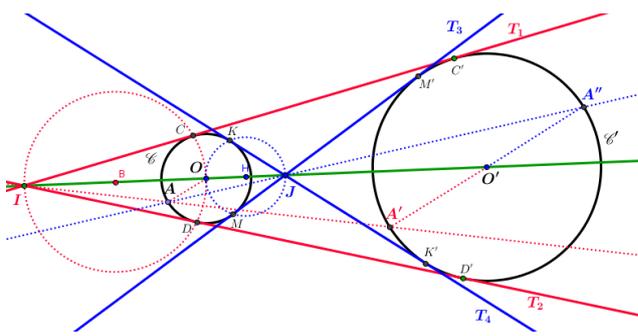
10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

<p>3) Conservation du contact</p>	<p>Si $h_{(O,k)}([Ox]) = [O'x']$ et $h_{(O,k)}([Oy]) = [O'y']$ } alors $\widehat{x'O'y'} = \widehat{xOy}$</p> <p>L'image d'un angle par une homothétie est un angle qui lui est égal (On dit que l'homothétie conserve les angles)</p> <p>a) Activité Activité 26 p 137</p> <p>b) Théorème Etant donné une homothétie $h_{(O,k)}$, un cercle ζ et une droite D tangente à ζ en un point A</p> <p>Si $h_{(O,k)}(\zeta) = \zeta'$ et $h_{(O,k)}(D) = D'$ et $h_{(O,k)}(A) = A'$ }</p> <p>alors D' est tangente à ζ' en A' (On dit que l'homothétie conserve le contact ou la tangence)</p> <p>Ch12-Fig\CvContact.ggb</p>  <p>Ch12-Fig\Effet d'une homothétie.ggb</p>	<p>5 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe
<p>4) Effet d'une homothétie sur une figure</p>	<p>Ch12-Fig\Effet d'une homothétie.ggb</p>	<p>10 minutes</p>	
<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Activités 27, 29 et 30 p 137 - Activité 33 p 138 - Activité 36 p 139 		

Aptitudes à développer	Utiliser les propriétés d'une homothétie pour résoudre des problèmes: <ul style="list-style-type: none"> - d'alignement - de parallélisme - d'orthogonalité - de contact - de mesure des distances et d'angles - de recherche de lieu et de construction
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
<p>V) Exemples de problèmes d'application des propriétés d'une homothétie</p> <p>1) Exemple d'exercices de construction:</p>	<p>a) Tangentes communes à deux cercles</p> <p>Correction de : Activité 27 p 137 (travail demandé)</p>  <p style="text-align: center;"><u>Ch12-Fig\TgtesCommuCercles.ggb</u></p>		<ul style="list-style-type: none"> • Pour cette séance, la répartition horaire dépendra surtout du degré d'assimilation et de maîtrise par les apprenants des techniques et démarches proposées • La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être une occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année
<p>2) Exemple d'exercices de mesure de grandeurs géométriques</p>	<p>b) Cercles tangents à deux cercles et à une droite donnée</p> <p>Correction de : Activité 29 p 137 (travail demandé)</p> <p>Correction de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Activité 30 p 137 (travail demandé) - Activité 31 p 137 		<ul style="list-style-type: none"> • Pour les exercices de construction, il vaut mieux habituer les élèves à dresser un algorithme où ils fixent les différentes étapes • L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des

Chapitre 12:	Homothéties	Séance n° : 5	Durée : 1 h
--------------	--------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 11 et 15 p 146 (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Annexe 1

Lycée:.....	<h2>Fiche TICE</h2>	Prof :
Thème : Approche d'une homothétie		Niveau : 2 ^{ème} Sc
		Fiche enseignant

Public ciblé : 2ème année sciences

Séance n° 1 du chapitre : Homothétie

Conditions matérielles :

Suivant les conditions :

✚ Labo d'informatique

✚ Salle normale, équipée d'un ordinateur et d'un vidéoprojecteur

Durée : 1 heure

Objectifs

1. TICE :

Utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique pour conjecturer.

2. Mathématiques :

✚ Enoncer la définition mathématique d'une homothétie

✚ S'apercevoir de l'effet d'une homothétie sur un point et sur quelques ensembles de points selon la valeur de son rapport et l'emplacement de son centre.

Pré-requis cognitifs :

✚ Notion d'application dans le plan

✚ Le va et vient : vecteurs colinéaires \longleftrightarrow points alignés

Pré-requis techniques

L'enseignant doit envisager une séance d'initiation au logiciel utilisé (Cabri II ou Geogebra) ou préparer un tutorial bien élaboré

Difficultés et remèdes

Déroulement de la séance :

Demander aux apprenants d'exécuter la partie fichier qui leur était fournie

[DébutChapitre](#)

Annexe 2

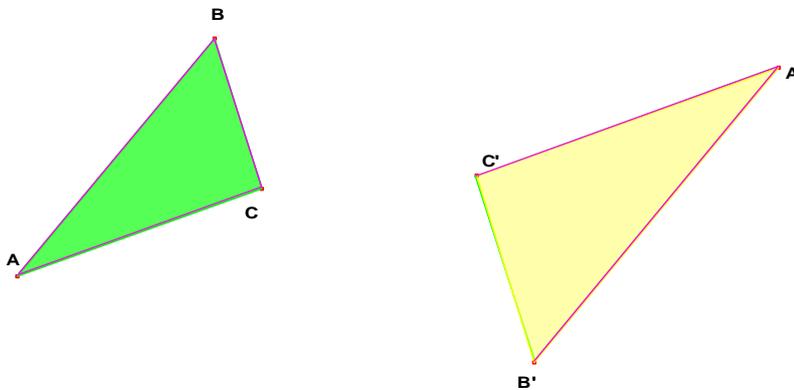
Lycée:	Fiche TICE	Prof :
Thème : Approche d'une homothétie		Niveau : 2 ^{ème} Sc
Fiche élève		

Exécuter les tâches suivantes:

Ouvrir le fichier : « Homothétie Acti d'approche » qui se trouve sur le bureau de votre ordinateur.

[Ch12-Fig\Homothétie Activité d'approche.ggb](#)

Énoncé: Dans la figure ci-dessous, A', B' et C' sont les images respectives de A, B et C par une certaine application f



II) Utiliser le logiciel CABRI (ou Geogebra) pour:

1) Vérifier que :

- ✚ les droites (AA') et (BB') sont sécantes. (On désignera par O leur point d'intersection)
- ✚ O appartient à (CC').

2) Que peut – on alors conclure concernant les vecteurs :

- \vec{OA} et \vec{OA}' ?
- \vec{OB} et \vec{OB}' ?
- \vec{OC} et \vec{OC}' ?

✚ Appeler le professeur, lui montrer les différentes propositions

3) Compléter le tableau ci – dessous :

OA'	OA	$\frac{OA'}{OA}$	OB'	OB	$\frac{OB'}{OB}$	OC'	OC	$\frac{OC'}{OC}$

✚ Appeler le professeur, lui montrer les différentes propositions

4) Exprimer alors :

- \vec{OA}' en fonction de \vec{OA}

- $\overrightarrow{OB'}$ en fonction de \overrightarrow{OB}
- $\overrightarrow{OC'}$ en fonction de \overrightarrow{OC}

✚ Appeler le professeur, lui montrer les différentes vérifications

5) Si M désigne l'un quelconque des points A, B ou C et M' son image par f, exprimer alors $\overrightarrow{OM'}$ en fonction de \overrightarrow{OM} .

✚ Appeler le professeur, lui montrer votre proposition.

Commentaire : l'application f qui à A, B et C a associé respectivement A', B' et C' est appelée homothétie de centre O et de rapport $\frac{\overrightarrow{OA'}}{\overrightarrow{OA}}$ si $\overrightarrow{OM'}$ et \overrightarrow{OM} ont le même sens et $-\frac{\overrightarrow{OA'}}{\overrightarrow{OA}}$ sinon

6) Enoncer la définition d'une homothétie de centre ω et de rapport k ($k \in \mathbb{R}^*$)

✚ Appeler le professeur, lui montrer votre proposition.

[DébutChapitre](#)

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 13

Rotations

ABDESSLEM Tarek

Conçu par:

GAIDI Hatem

JOUABER Aouicha

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

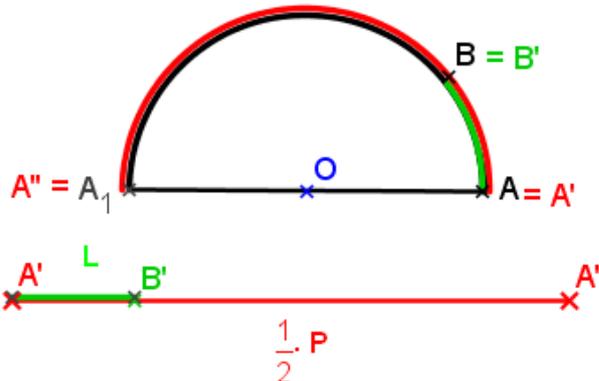
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

- Reconnaître le radian
- Convertir une mesure du degré en radian (et vice versa)
- Reconnaître une rotation
- construire l'image d'un point par une rotation

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Le radian 1) Définition</p>	<p>a) Approche intuitive A et B sont deux points d'un demi - cercle (ζ) de centre O et de rayon r. On entoure (ζ) d'un fil rouge en partant de A et en s'orientant vers B comme l'indique la figure ci - dessous. Soit:</p> <ul style="list-style-type: none"> ✚ A₁ le point de (ζ) diamétralement opposé à A ✚ A' le 1^{er} bout de fil qu'on place sur A ✚ A'' le 2^{ème} bout de fil qui vient coïncider avec A₁ ✚ B' le point du fil qui vient coïncider avec B alors la longueur du cercle (ζ) est: <p style="text-align: center;">$P = 2.A'A'' = \pi.2r$</p>  <p>b) Activité Activité 1 p 149</p> <p>c) Définitions</p> <ul style="list-style-type: none"> • La distance A'B' notée L est appelée la longueur de l'arc [AB] du cercle (ζ) • le rapport $\frac{L}{r}$ est appelé une mesure en radians de l'angle au centre AÔB. 	<p>20 minut es</p> <p>15 minut es</p> <p>10 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

2) Formule de conversion du degré en radian (et vice versa)

II) Définition d'une rotation
1) Définition

Remarque:

Le rapport $\frac{L}{r}$ ne dépend que de l'angle au centre \widehat{AOB} : il est indépendant du rayon du cercle considéré.

En effet, Soit deux demi - cercles concentriques (ζ) et (ζ') de rayons respectifs r et r' .

Tant que: $\widehat{AOB} = \widehat{A'OB'}$ alors $\frac{L}{r} = \frac{L'}{r'}$ et la valeur de chacun de ces deux quotients est la mesure de \widehat{AOB} en radians.

a) Activité

Activité 2 p 149

b) A retenir

Si α et β désignent les mesures d'un même angle respectivement en degrés et en radians alors on a: $\frac{\alpha}{180} = \frac{\beta}{\pi}$
(la proportionnalité est conservée.)

a) Activités préliminaires

Activité 4 et 3 p 148

b) Activité d'approche

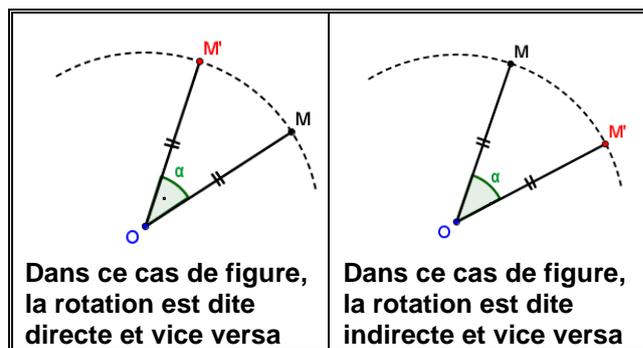
Activité 4 p 150

c) Définition

Soit O un point donné du plan et α un réel donné de l'intervalle $[0, \pi]$.
On appelle rotation de centre O et d'angle α , et on note: $r_{(O, \alpha)}$ toute application r définie

par : $r_{(O, \alpha)}(M) = M'$ signifie $\begin{cases} OM = OM' \\ \widehat{MOM'} = \alpha \end{cases}$

De plus:



Dans ce cas de figure, la rotation est dite directe et vice versa

Dans ce cas de figure, la rotation est dite indirecte et vice versa

5 minutes

10 minutes

5 minutes

5 minutes

5 minutes

10 minutes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction

- Accorder un temps de recherche aux élèves

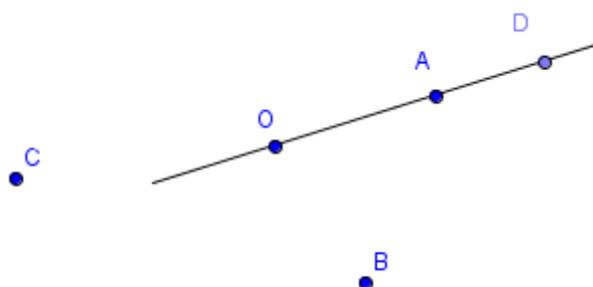
- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

d) Activités d'application

- Activité 5 p 151
- Dans la figure ci-dessous:
 - construire les points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par la rotation directe $r_{\left(O, \frac{\pi}{3}\right)}$

- construire les points A'', B'' et C'' images respectives des points A, B et C par la rotation indirecte $r_{\left(O, \frac{2\pi}{3}\right)}$

- Définir la rotation qui à A' associe A'', à B' associe B'' et à C' associe C''



e) Remarques

R₁: la rotation directe ou indirecte $r_{\left(O, \pi\right)}$ est la symétrie centrale de centre O

R₂: la rotation directe ou indirecte d'angle nul est l'application identique dans le plan

R₃: Si r est une rotation directe ou indirecte alors tout point M' du plan n'a qu'un seul antécédent M par r

R₄: un point, son image par une rotation et le centre de cette rotation sont toujours les sommets d'un triangle isocèle (dont le sommet principal est le centre de cette rotation)

a) Activité

Activité 8 p 152

b) Théorème

Pour tout point M, tout point N et tout point O du plan d'images respectives M', N' et O' par une rotation $r_{\left(I, \alpha\right)}$ on a:

- **M'N' = MN**

10
minu
tes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction

10
minu
tes

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

5
minu
tes

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- Favoriser les bons essais des élèves lors de la correction

2) Conservation des angles et des distances

	<p>(une translation conserve la distance)</p> <ul style="list-style-type: none"> • $\widehat{M'O'N'} = \widehat{MON}$ <p>(une translation conserve les angles)</p> <p>c) Activité d'application Exercice 8 p 158 (A faire à la maison)</p>	5 minut es	
--	---	------------------	--

Travail à la maison	<ul style="list-style-type: none"> - Exercice 8 p 158 - Activités 9 page 152 et 15 p 154
----------------------------	--

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - construire et reconnaître l'image d'une droite, d'un segment et d'une demi-droite par une rotation - Reconnaître et déterminer les images de certains ensembles de points par une rotation - Reconnaître et mettre en œuvre les propriétés d'une rotation pour résoudre des problèmes d'alignement, de parallélisme, d'orthogonalité et de mesure des distances et d'angles
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction de l'exercice 8 p 158 (travail à la maison) (Les activités 9 page 152 et 15 p 154 seront corrigées au cours de la séance)	5 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
<p>III) Images de certaines parties du plan</p> <p>1) Image:</p> <ul style="list-style-type: none"> - d'une droite - d'un segment - d'une demi-droite 	<p>a) Activité Activité 9 p 152 (travail à la maison)</p> <p>b) Théorème Etant donné une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et deux points distincts A et B d'images respectives A' et B' par $r_{(I,\alpha)}$ alors</p> <ul style="list-style-type: none"> - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ de la droite (AB) est la droite (A'B') - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ du segment [AB] est le segment [A'B'] et on a [AB] isométrique à [A'B'] - l'image par $r_{(I,\alpha)}$ de la demi-droite [AB] est la demi-droite [A'B') <p>c) Activité d'application Activité 10 p 152</p>	<p style="text-align: center;">10 minut es</p> <p style="text-align: center;">10 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe. • Accorder un temps de recherche aux élèves
<p>2) Image d'un cercle</p>	<p>a) Activité Activité 15 p 154 (travail à la maison)</p> <p>b) Théorème Etant donné une rotation $r_{(I,\alpha)}$, un réel</p>	<p style="text-align: center;">5 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les

IV) Autres Propriétés

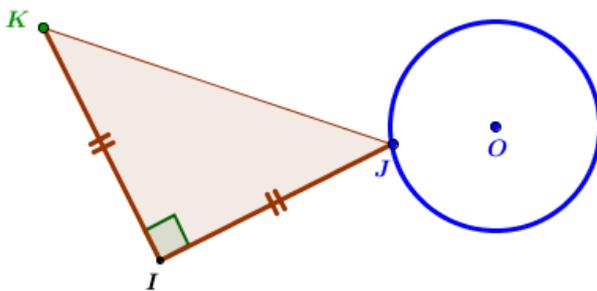
1) Conservation du barycentre

strictement positif R et un point O d'image O' par $r_{(I,\alpha)}$ alors l'image par $r_{(I,\alpha)}$ du cercle ζ de centre O et de rayon R est le cercle ζ' de centre O' et de même rayon R

Lien vers une animation illustrative:
[Ch13-Fig\ImagesSegCerc.ggb](#)

c) Activité d'application (Problème de lieu)

Activité 16 p 154



Conjecture de la solution avec un logiciel de géométrie dynamique:

[Ch13-Fig\Activité16p154.ggb](#)

a) Activité d'approche

Activité 13 p 153

b) Théorème

Etant donné une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et trois points distincts A , B et G d'images respectives A' , B' et G' par $r_{(I,\alpha)}$ et deux

réels non opposés α et β :
 G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) signifie G' est le barycentre des points pondérés (A', α) et (B', β)

(On dit que la rotation conserve le barycentre)

Remarque:

Cette propriété reste valable dans le cas du barycentre de trois points pondérés.

c) Conséquences

C₁: la rotation conserve le milieu:

$I = A*B$ signifie $I' = A'*B'$

$(I' = r_{(I,\alpha)}(I), A' = r_{(I,\alpha)}(A) \text{ et } B' = r_{(I,\alpha)}(B))$

(On dit que la rotation conserve le

5
minut
es

élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe.

- Accorder un temps de recherche aux élèves

10
minut
es

- La recherche des exercices de construction et de lieu ne doit pas être occasionnelle et doit se faire chaque fois que l'occasion s'offre durant toute l'année

10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

10
minut
es

- Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

10
minut
es

- Initier les élèves à exploiter les résultats acquis

milieu

C₂: Les images par une rotation de trois points alignés sont trois points alignés
(une translation conserve l'alignement)

d) Activité d'application

Activité 11 p 153

a) Activité

Montrer que les images par une rotation:

- de deux droites perpendiculaires sont deux droites perpendiculaires
- de deux droites parallèles sont deux droites parallèles

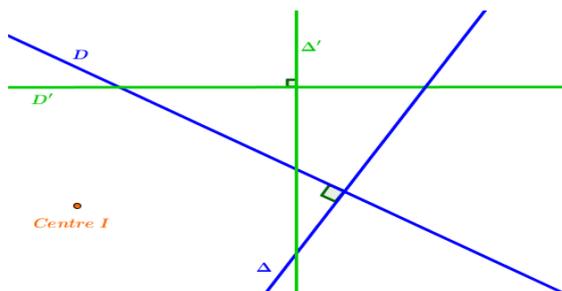
b) Théorème

Etant données une rotation $r_{(I,\alpha)}$ et deux droites D et Δ

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } r_{(I,\alpha)} : D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ \text{et on a : } D \perp \Delta \end{array} \right\} \text{alors } D' \perp \Delta'$$

Les images de deux droites perpendiculaires par une rotation sont deux droites perpendiculaires

(On dit que la rotation conserve l'orthogonalité)



Lien vers une animation:

[Ch13-Fig\ImagesDrPerp.ggb](#)

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } r_{(I,\alpha)} : D \mapsto D' \\ \Delta \mapsto \Delta' \\ \text{et on a : } D // \Delta \end{array} \right\} \text{alors } D' // \Delta'$$

Les images de deux droites parallèles par une rotation sont deux droites parallèles

10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

10
minut
es

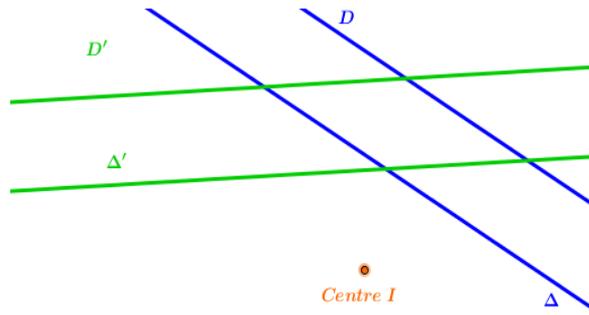
- Accorder un temps de recherche aux élèves

10
minut
es

- Inciter les élèves à déduire ce théorème de l'activité a) de ce paragraphe

2) Conservation du parallélisme et de l'orthogonalité

(On dit que la rotation conserve le parallélisme)



Lien vers une animation:
[Ch13-Fig/ImagesDrParal.ggb](#)

Travail à la maison

- Activités 17 et 18 p 154
- Activités 21 p 155 et 22 p 156

Aptitudes à développer	- Maître en œuvre les propriétés d'une rotation pour résoudre des problèmes d'orthogonalité de calcul d'aire et de reconnaissance d'élément de symétrie d'une figure
-------------------------------	--

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
<p>IV) Autres propriétés (suite)</p> <p>3) Conservation du contact</p>	<p>a) Activité Activité 17 p 154</p> <p>b) Théorème Etant donné une rotation $r_{(I,\alpha)}$, un cercle ζ et une droite D tangente à ζ en un point A</p> $\left. \begin{array}{l} \text{Si } r_{(I,\alpha)}(\zeta) = \zeta' \\ \text{et } r_{(I,\alpha)}(D) = D' \\ \text{et } r_{(I,\alpha)}(A) = A' \end{array} \right\}$ <p>alors D' est tangente à ζ' en A' (On dit que la rotation conserve le contact ou la tangence)</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique lors de recherche des problèmes de lieu offre une bonne occasion pour apprécier le rôle des TICE pour fournir une conjecture
<p>4) Conservation des aires</p>	<p>a) Activité Activité 18 p 154 (travail demandé)</p> <p>b) Théorème On admet que:</p> <ul style="list-style-type: none"> Une figure et son image par une rotation sont superposables En particulier un polygone et son image par une rotation sont superposables: alors ils ont le même périmètre, la même aire et leurs angles homologues sont égaux 	5 minutes	
<p>5) Effet d'une translation sur une figure</p>	<p>Ch13-Fig\Effet d'une rotation.ggb</p>		

<p>V) Figures globalement invariantes Eléments de symétrie d'une figure</p>	<p>a) Activité d'approche Activité 21 p 155 (travail demandé)</p> <p>b) Définitions</p> <ul style="list-style-type: none"> • Une figure est dite globalement invariante par une application du plan si elle est l'image d'elle-même par cette application • Un point I est un centre de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie centrale de centre I • Une droite D est un axe de symétrie d'une figure si cette figure est globalement invariante par la symétrie axiale d'axe D <p>c) Activité d'application Activité 22 p 156</p>		
--	---	--	--

<p>Travail à la maison</p>	<p>- Exercices 7 et 10 p 163</p>
-----------------------------------	----------------------------------

Chapitre 13:	Rotations	Séance n° : 4	Durée : 1 h
--------------	------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VI) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 10 p 163 (travail demandé)		La correction de ces exercices sera une occasion pour consolider certains acquis et remédier à certaines carences

Chapitre: 14

Géométrie analytique

Conçu par:

Farhat Ltaief

Lotfi Brahim

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

M. l'inspecteur AMOR JERIDI

<p>de M</p> <ul style="list-style-type: none"> • Coordonnées du milieu d'un segment <p>Dans un plan rapporté à un repère cartésien (O, \vec{u}, \vec{v}), on considère les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$. Le point I est le milieu de [AB] si et seulement si</p> $I\left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2}\right)$ <ul style="list-style-type: none"> • Composantes d'un vecteur selon une base <p>Dans l'ensemble \mathcal{V} de vecteurs du plan, on considère une base (\vec{i}, \vec{j}) et un vecteur quelconque \vec{u}. On appelle composantes (ou coordonnées) de \vec{u} selon la base (\vec{i}, \vec{j}) les réels uniques x et y tels que: $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$</p> <p>On note: $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$</p> <p>x est l'abscisse de \vec{u} et y est l'ordonnée de \vec{u}</p> <ul style="list-style-type: none"> • Composantes d'un vecteur défini par deux points <p>Dans un plan rapporté à un repère cartésien (O, \vec{i}, \vec{j}), si les points $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ alors $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Condition analytique de colinéarité de deux vecteurs <p>Dans l'ensemble \mathcal{V} de vecteurs du plan, rapporté à une base (\vec{i}, \vec{j}) deux vecteurs $\vec{u} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{u}' \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si:</p> $\text{dét}(\vec{u}, \vec{u}') = \begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix} = xy' - x'y = 0$ <p>c) Activité d'application</p> <p>Les questions a), b), c) et d) de l'exercice 1 de la page 92</p>	<p>10 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves
--	----------------------------	---

<p>III) Vecteur directeur d'une droite Droites parallèles</p> <p>1) Vecteur directeur d'une droite</p>	<p>Si les coordonnées x et y de tout point M d'un ensemble vérifient une équation du type: $ax + by + c = 0$ où a, b et c sont des réels donnés tels que $(a,b) \neq (0,0)$ alors cet ensemble est une droite.</p> <p>d) Théorème (Résumé) Le plan est muni d'un repère cartésien et a, b et c sont des réels donnés tels que $(a,b) \neq (0,0)$ Un ensemble de points admet une équation de la forme: $ax+by + c = 0$ signifie cet ensemble est une droite</p> <p>Vocabulaire : l'équation: $ax +by + c = 0$ avec $(a,b) \neq (0,0)$ est appelée équation cartésienne de la droite D. On écrit $D: ax + by + c = 0$</p> <p>Remarque: $(a,b) \neq (0,0)$ signifie au plus l'un parmi les réels a et b est nul)</p> <p>e) Activité d'application</p> <ul style="list-style-type: none"> - Activité 6 p 94 - Activité 7 p 95 (Proposer deux méthodes pour chaque cas) <ul style="list-style-type: none"> • A retenir <p>Toute droite est parfaitement définie à l'aide de son équation cartésienne</p> <p>a) Définition Soit A et B deux points distincts d'une droite D. On appelle vecteur directeur de D tout vecteur \vec{u} non nul et colinéaire à \overrightarrow{AB} (y compris \overrightarrow{AB})</p> <p>b) Autre définition d'une droite Activité 9 p 95</p> <p>c) Enoncé de la définition Soit A un point du plan et \vec{u} un vecteur non nul. L'ensemble des points M du plan tels que les vecteurs \overrightarrow{AM} et \vec{u} soient colinéaires est une droite appelée la droite passant par A et de vecteur directeur \vec{u}</p>	<p>10 minutes</p> <p>10 minutes</p> <p>15 minutes</p>	<p>élèves à la nécessité de la réciproque</p> <ul style="list-style-type: none"> • Illustrer la différence entre les deux résultats partiels (dans un seul sens) et le théorème résumé • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Inciter les élèves à énoncer ces déductions. • Donner un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à exprimer l'ajout acquis de l'activité
---	--	---	--

d) Détermination d'un vecteur directeur à partir de son équation de la définition

- **Activité**

Activité 11 p 96 :

- **A retenir**

Si une droite D: $ax + by + c = 0$ alors le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$ est un vecteur directeur de D

e) Activité d'application

Exercice 7 p 106

10
minut
es

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Inciter les élèves à exprimer l'ajout acquis de l'activité

- Donner un temps de recherche aux élèves

Travail à la maison

Exercices: 2 p 115 et 10 p 107

Aptitudes à développer

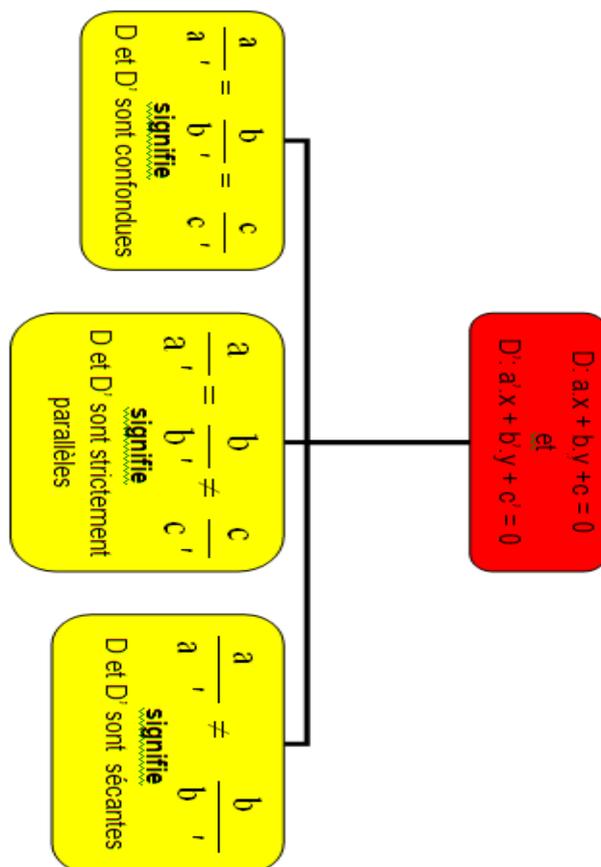
- Déterminer les composantes d'un vecteur normal à une droite
- Montrer que deux droites sont perpendiculaires sachant à partir de leurs équations
- Connaître et déterminer l'équation réduite d'une droite
- Calculer la distance d'un point à une droite

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison <ul style="list-style-type: none"> - Exercice 10 p 107: on se contentera des exemples les plus délicats - Exercice 2 p 115 	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction • on profitera de l'exercice 10 pour parler des cas particuliers: a, b ou c est nul • on profitera de l'exercice 2 pour exposer de différentes méthodes pour établir l'équation d'une droite selon les données
III) Vecteur directeur d'une droite Droites parallèles (suite) 2) Condition analytique de parallélisme de deux droites	a) Activité d'approche Activité 13 p 97 b) Théorème Soient deux droites D : $ax + by + c = 0$ et D' : $a'x + b'y + c' = 0$. D et D' sont parallèles si et seulement si $ab' - a'b = 0$ c) Activité d'application Activité 14 p 97	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction • Accorder aux élèves un temps de recherche

d) Positions relatives de 2 droites d'après leurs équations



IV) Vecteur normal à une droite - Droites perpendiculaires

1) Vecteur normal à une droite

2) Droites perpendiculaires

a) Activité:

Activité 18 p 98

b) Définition

On appelle vecteur normal à une droite tout vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de cette droite

c) Activité d'application

Activité 19 p 99

• A retenir

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la droite D d'équation: $ax + by + c = 0$ admet le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ pour vecteur normal

a) Activité:

Activité 21 p 99

15 minutes

- Initier les élèves à élaborer des moyens de synthèse (schémas, tableaux..)

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche ci-dessus.

- Accorder un temps de recherche aux élèves

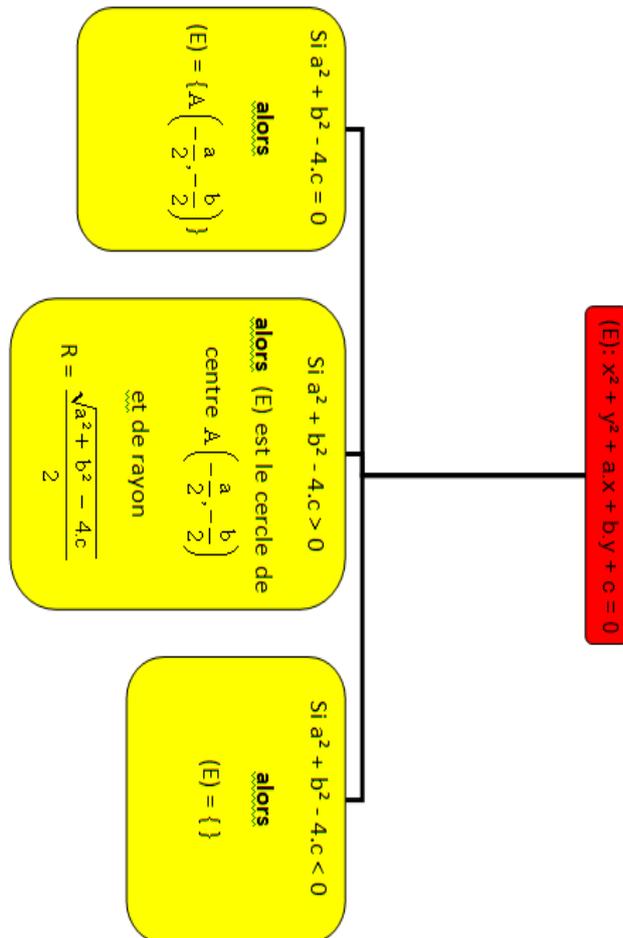
Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer l'équation cartésienne d'un cercle - Déterminer l'ensemble de points M(x,y) tels que $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ - Déterminer la position d'un cercle et d'une droite
------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
-----------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison - Exercices 12 et 14 p 107 - Activité 32 p 103	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
VI) Distance d'un point à une droite (Suite)			
2) Expression de la distance d'un point à une droite	<p style="color: blue; font-weight: bold;">a) Activité</p> Activité 31 p 103 <p style="color: blue; font-weight: bold;">b) A retenir</p> Dans un plan muni d'un repère orthonormé, si une droite D : $ax + by + c = 0$ et un point $A(x_A, y_A)$ alors on a : $d(A, D) = \frac{ ax_A + by_A + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ <p style="color: blue; font-weight: bold;">c) Activité d'application</p> Exercice 18 p 108	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Initier les élèves à exprimer l'ajout acquis suite à une activité • Accorder un temps de recherche aux élèves et se contenter de deux exemples
VII) Equation d'un cercle			
1) Définition	<p style="color: blue; font-weight: bold;">a) Activité</p> Activité 34 p 104 <p style="color: blue; font-weight: bold;">b) Définition</p> Soit I(a,b) un point d'un plan muni d'un repère orthonormé et R un réel strictement positif. L'équation: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ est appelée équation cartésienne du cercle de centre I et de rayon R <p style="color: blue; font-weight: bold;">c) Activité d'application</p> Exercice 19 p 108	30 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Initier les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité • Accorder un temps de recherche aux élèves
2) Ensemble d'équation: $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$	<p style="color: blue; font-weight: bold;">a) Activité</p> Activité 35 p 104 <p style="color: blue; font-weight: bold;">b) A Retenir</p> Soient a, b et c des réels donnés et E l'ensemble de points M(x,y) selon un repère orthonormé tels que $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$.		<ul style="list-style-type: none"> • Initier les élèves à formuler

On pose $h = \frac{a^2 + b^2 - 4c}{4}$

- Si $h < 0$ alors l'ensemble E est vide
- Si $h = 0$ alors $E = \left\{ I\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \right\}$
- Si $h > 0$ alors E est le cercle de centre $I\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right)$ et de rayon $R = \sqrt{h}$



25
minu
tes

l'ajout acquis suite à une activité et à se procurer des moyens de synthèse: tableaux, schémas...

c) Activité d'application

Activité 36 p 105

a) Activité d'approche

Activité 39 p 105

b) A Retenir

Soit un cercle (C) de centre I et de rayon R et D une droite du plan.

- Si $d(I,D) > R$ alors $(C) \cap D = \emptyset$
- Si $d(I,D) = R$ alors D et (C) sont tangentes
- Si $d(I,D) < R$ alors D coupe (C) en

10
minu
tes

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Accorder un temps de recherche aux élèves

20
minu
tes

3) Positions relatives d'un cercle et une droite

	<p>deux points distincts</p> <p>Si $d(I,D) < R$ <i>signifie</i> D est sécante à ζ (ils ont deux points communs)</p> <p>Si $d(I,D) = R$ <i>signifie</i> D est tangente à ζ (ils ont un seul point commun)</p> <p>Si $d(I,D) > R$ <i>signifie</i> D est extérieure à ζ (ils n'ont aucun point commun)</p> <p>ζ est un cercle de centre I et de rayon R et D est une droite</p>		<ul style="list-style-type: none"> Initier les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité et à se procurer des moyens de synthèse: tableaux, schémas...
--	---	--	---

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Exercices : 8 p 115 - Exercices 12, 13 et 14 p 116
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IIX) Exercices intégratifs	Correction des exercices 8 p 115 et 12, 13 et 14 p 116 (travail demandé)		

Chapitre: 15

Trigonométrie et mesures des grandeurs

Conçu par:
Abdelaziz Neji

Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Chapitre 15: Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 1	Durée : 2 h
--	----------------------	--------------------

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Convertir la mesure d'un angle du rad en degré et vice-versa - Placer sur le demi-cercle trigonométrique un point associé à un angle donné - Reconnaître le sin et le cos d'un an angle - Mobiliser les propriétés du cos et sin dans les calculs
-------------------------------	--

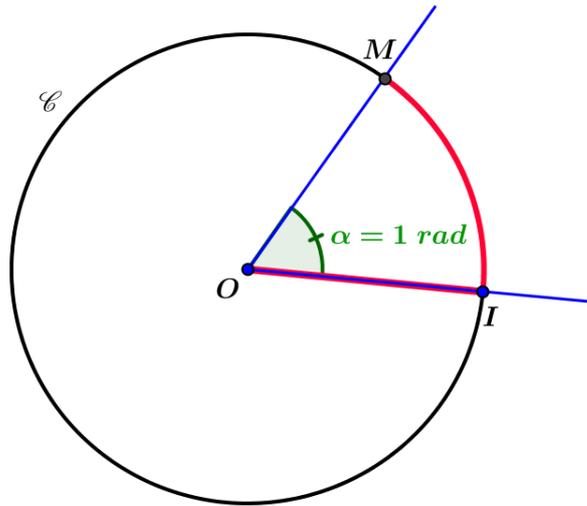
Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Des mises au point</p> <p>1) Le degré</p>	<p>a) Rappels</p> <ul style="list-style-type: none"> • On mesure un angle à l'aide d'un rapporteur. • Le degré est une unité de mesure d'angle telle que: 180° soit la mesure de l'angle plat (l'angle dont les côtés sont l'un dans le prolongement de l'autre). • Les sous-multiples du degré sont la minute (') et la seconde (''): $1^\circ = 60'$ et $1' = 60''$ on parle alors de degrés sexagésimaux (DMS). • Parfois on utilise aussi les degrés décimaux. Il s'agit d'une écriture dans laquelle la partie non entière est écrite sous forme décimale. <p>b) Exemple: Convertir en degrés sexagésimaux la mesure 3.25° exprimée en degrés décimaux</p> <p style="margin-left: 40px;">on a $0.25^\circ \longrightarrow a$ $1^\circ \longrightarrow 60'$</p> <p style="margin-left: 40px;">$a = 0.25 \times 60 = 15''$ Donc $3.25^\circ = 3^\circ 15'$</p> <p>c) Application: Exprimer en degrés sexagésimaux la mesure 57.29°</p>	<p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder Aux élèves un temps de recherche • Favoriser les bons essais des élèves

2) Le radian

a) Définition1:

Le radian est la mesure d'un angle au centre d'un cercle qui intercepte un arc de longueur égal au rayon de ce cercle.



15
minut
es

b) Définition 2:

Soit un cercle ξ de centre O et de rayon $[OI]$ avec $OI=1$ et soit $ME \xi$, On appelle mesure en radians de l'angle \widehat{IOM} le réel α égal à la longueur de l'arc \widehat{IM} .

c) Remarques

Remarque1:

La définition du radian est indépendante du rayon du cercle et de l'angle au centre choisis.

Remarque2:

On symbolise le mot **radian** par: " rad ".

Remarque3:

Si la mesure d'un angle est une fraction ou un multiple de π alors elle sera exprimée sans unité (on omettra l'abréviation " rad ").

Exemples: $\widehat{AOB} = \frac{2\pi}{3}$; $\widehat{CID} = \pi$

a) Règle

Angle	En rad	En (°)	Règle
Plat	π	180	$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{x}{180}$
Autre	α	x	

Les mesures α et x d'un angle

10
minut
es

3) Conversion degrés - radians

respectivement en radians et en degrés sont proportionnelles à π et 180 d'où:

$$\frac{\alpha}{\pi} = \frac{x}{180}$$

b) Exemple:

- Si la mesure d'un angle en ($^{\circ}$) est 1 alors sa mesure α en rad est:

$$\alpha = \frac{\pi}{180} \simeq 0.0174553292^{\circ}$$

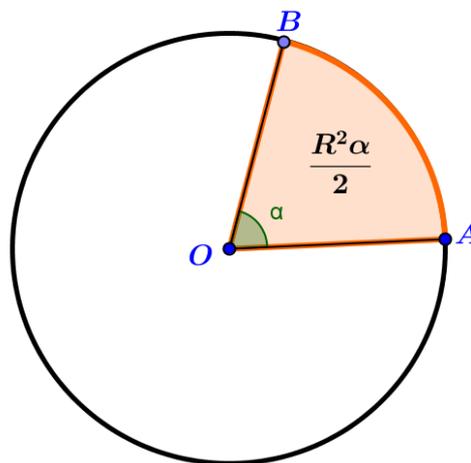
- Si la mesure d'un angle en (rad) est 1 alors sa mesure x en ($^{\circ}$) est:

$$x = \frac{180}{\pi} \simeq 57.29^{\circ} = 57^{\circ}17'24''$$

c) Conséquences.

* Un arc d'un cercle de rayon R a pour longueur $L=R.\alpha$; où α est la mesure en rad de l'angle au centre qui intercepte cet arc.

* Un secteur circulaire d'un cercle de rayon R a pour aire $\frac{R^2.\alpha}{2}$ où α est la mesure en rad de l'angle au centre qui intercepte l'arc du secteur.



d) Activité d'application

1) Convertir en radian ou en degré selon le cas, les angles suivants :

X°	0	30			90	18		
α_{rad}			$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$			$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$

10
minut
es

10

- Accorder aux élèves un temps de recherche

2) Un angle a pour mesure 25° . Quelle est sa mesure en rad.

e) Remarques.

- Deux angles sont dits complémentaires si et seulement si leur somme est un angle droit.

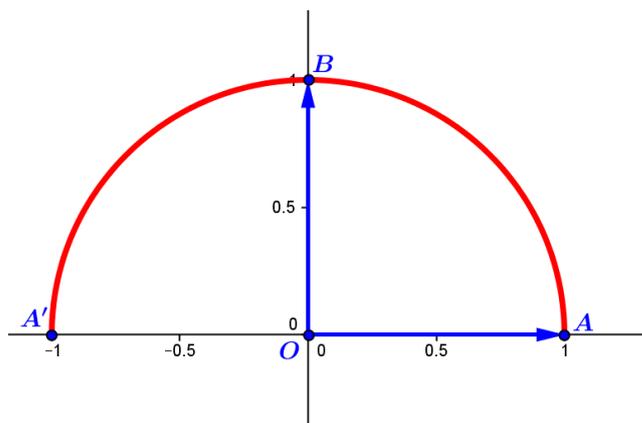
Deux angles sont dits supplémentaires si et seulement si leur somme est un angle plat.

a) Définition

Soit un plan muni d'un repère orthonormé $(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$

on appelle demi – cercle trigonométrique le demi cercle de centre O, passant par B et sous-tendu par le diamètre [AA'] (A' étant le symétrique de A par rapport à O) .

b) Illustration graphique



a) Activité d'approche

Activité 2 p 73

b) Résultat 1

A tout réel α de l'intervalle $[0, \pi]$ correspond un point unique M du demi-cercle trigonométrique tel que:

$$\widehat{AOM} = \alpha \text{ rad} \quad \text{où } A(1,0).$$

c) Activité d'application

Construire sur un demi-cercle trigonométrique les points E, F, G et H qui

minut
es

5
minut
es

10
minut
es

II) Demi -cercle trigonométrique

III) Lignes trigonométriques

1) Angle dans le demi – cercle trigonométrique

- Donner un temps de recherche aux élèves

2) Cosinus – Sinus

correspondant respectivement aux réels: $\frac{\pi}{3}$, $\frac{2\pi}{3}$, $\frac{3\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{6}$

a) Définition

Soit un angle α de $[0, \pi]$ et M le point du demi-cercle trigonométrique tel que $\widehat{AOM} = \alpha$ ($(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB})$ est un repère orthonormé).
On appelle :

- **Cosinus** du réel α le

réel noté **cos α** et défini par: **$\cos \alpha = \overline{OH}$** où H est le projeté orthogonal de M sur l'axe des abscisses: par suite **cos α** est l'abscisse de M

- **sinus** du réel α le réel noté

sin α et défini par: **$\sin \alpha = \overline{OK}$** où K est le projeté orthogonal de M sur l'axe des ordonnées: par suite **sin α** est l'ordonnée de M

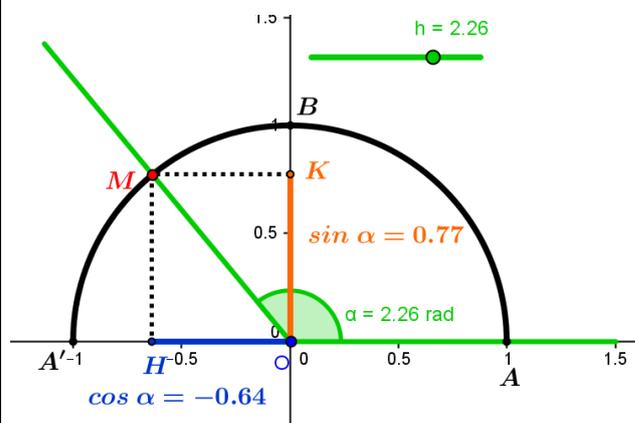
Résumé:

$$\alpha \in [0, \pi] \rightarrow M \in \mathcal{C} \begin{cases} \text{abs}(M) = \cos \alpha \\ \text{ord}(M) = \sin \alpha \end{cases}$$

b) Lecture du cos et du sin d'un angle

Ouvrir ce lien

[Ch15 -Fig\cos et sin angle.ggb](#)



c) Conséquences

- Donner un temps de recherche aux élèves

- Il est Souhaitable que la définition émane des élèves

10 minutes

10 minutes

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

<p>3) Cosinus – Sinus de deux angles supplémentaires</p>	<ul style="list-style-type: none"> • $H \in [AA']$ où $A(1,0)$ et $A'(-1,0)$ donc pour tout α de $[0, \pi]$; $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ • $K \in [OB]$ où $B(0,1)$ donc pour tout $\alpha \in [0, \pi]$, on a: $0 \leq \sin \alpha \leq 1$ • Le triangle OMH est rectangle en H D'après le théorème de Pythagore $OH^2 + HM^2 = OM^2$ or $HM=OK$ et $OM=1$ alors $OH^2 + OK^2 = 1$ et puisque $\overline{OH} = \cos \alpha$, $\overline{OK} = \sin \alpha$, on aura pour tout $\alpha \in [0, \pi]$, $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$ <p><u>Notation</u> $(\cos \alpha)^2$ sera noté $\cos^2 \alpha$ et $(\sin \alpha)^2$ sera noté $\sin^2 \alpha$ Pour tout α de $[0, \pi]$, $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$</p> <p>d) Remarque En première année, on a vu les rapports trigonométriques dans un triangle rectangle donc les angles étaient aigus; par contre cette année, on peut considérer des angles obtus d'où la nécessité d'un demi-cercle</p> <p>a) Activité d'approche Activité 7 page 74</p> <p>b) A retenir Pour tout α de $[0, \pi]$, on a: $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$ $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$</p> <p>c) Activité d'application Activité 8 page 75</p>	<p>15 minutes</p> <p>10 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à énoncer ces déductions.
---	---	-------------------------------------	--

<p>Travail à la maison</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Exercice 1 p 89 - Activité 9 page 75 - Activité 12 p 76
-----------------------------------	---

Chapitre 15:	Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 2	Durée : 2 h
---------------------	---	----------------------	--------------------

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Reconnaître, la tangente et la cotangente d'un angle (lorsque c'est défini) - Déterminer le sinus, la tangente et la cotangente du complémentaire et du supplémentaire d'un angle - Construire un angle à partir de l'un de ses rapports trigonométriques - Etablir et savoir appliquer la loi des sinus
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

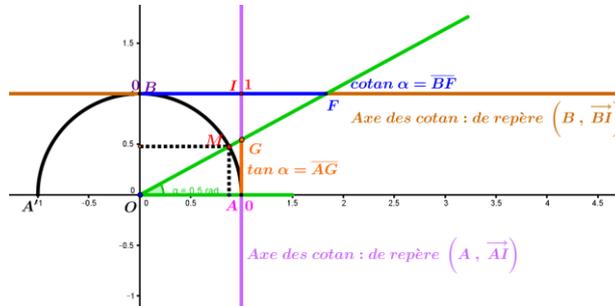
Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison: Exercice 1 p 89 (les activités 9 p 75 et 12 p 76 seront corrigés au cours de la séance)	10 minutes	Les élèves participent à la correction
4) Cosinus – Sinus de deux angles complémentaires	<p>a) Activité d'approche Questions 1 et 2 de l'activité 9 page 75</p> <p>b) A retenir Pour tout α de $[0, \pi]$, on a:</p> <div style="background-color: yellow; padding: 10px; margin: 10px 0;"> $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$ $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$ </div> <p>c) Activité d'application Question 3 de l'activité 9 page 75</p>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Valoriser des exemples cités par les élèves lors de la correction
5) Tangente – cotangente	<p>a) Définitions</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soit un angle α de $[0, \pi]$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ <p>On appelle tangente du réel α le réel noté tan α et défini par: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$</p> <ul style="list-style-type: none"> • Soit un angle α de $]0, \pi[$ <p>On appelle cotangente du réel α le réel noté cot α et défini par: $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$</p>	20 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité 1 de ce paragraphe.

b) Activité d'application

Activité 11 p 76

c) Lecture graphique

- Activité : Correction de l'activité 12 p 76
- Illustration graphique: Ouvrir le lien [Ch15 -Fig\Tan et cotan angle.ggb](#)



d) Propriétés

i) Activité 13 page 77

ii) A retenir

Pour tout α de $[0, \pi]$

- Si $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$, $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- Si $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$ et $\alpha \neq \pi$ alors

$$1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Remarque: On note $\tan^2 \alpha$ et $\cotan^2 \alpha$ au lieu de $(\tan \alpha)^2$ et $(\cot \alpha)^2$

iii) Application

Activité 14 page 77

e) Angles complémentaires - Angles supplémentaires

Activité

Soit α de $[0, \pi]$. Exprimer à l'aide de $\tan \alpha$ et $\cot \alpha$, les réels

1°) $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ et $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \frac{\pi}{2}$

2°) $\tan(\pi - \alpha)$ et $\cot(\pi - \alpha)$ pour $\alpha \neq 0$ et $\alpha \neq \pi$

A retenir:

- Accorder aux élèves un temps de recherche

- Accorder aux élèves un temps de recherche

15
minu
tes

Chapitre 15: Trigonométrie et mesures des grandeurs	Séance n° : 4	Durée : 1 h
--	----------------------	--------------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction du travail à la maison:		<ul style="list-style-type: none"> • On favorisera les bons essais des élèves

Chapitre: 16

Droites et plans de l'espace

Conçu par:

Hfidhi Ahmed

Jemai Laroussi

Msaadi Jamel

Zaghbani Maher

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

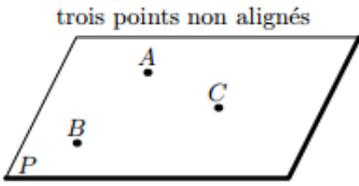
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

- Reconnaître des solides dans l'espace
- Les axiomes de base
- Détermination d'un plan

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire																																										
<p>I) Se rafraîchir la mémoire 1) Solides de l'espace</p> <p>2) Les axiomes de base</p>	<p>a) Activité 1 p118 Recopier et compléter le tableau ci-dessous</p> <table border="1" data-bbox="411 607 1193 1178"> <thead> <tr> <th>Nom du solide</th> <th>Figure</th> <th>Nombre de faces</th> <th>Nombre d'arêtes</th> <th>Forme de la base</th> <th>Volume</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Cube</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Nombre de sommets</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Parallélépipède</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Pyramide</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tétraèdre</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Prisme droit</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>b) Enoncés des axiomes En général dans l'espace on admet les quatre axiomes suivants :</p> <p>Axiome 1: Par trois points non alignés passe un seul plan P</p>  <p>Axiome 2: Si un plan P contient deux points distincts A et B alors il contient toute la droite (AB) (tous les points de la droite (AB) appartiennent à ce plan). On dit que: la droite (AB) est incluse dans le plan et on note: $(AB) \subset P$</p> 	Nom du solide	Figure	Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Forme de la base	Volume	Cube						Nombre de sommets						Parallélépipède						Pyramide						Tétraèdre						Prisme droit						<p>20 minutes</p>	<p>• Accorder aux élèves un temps de recherche</p>
Nom du solide	Figure	Nombre de faces	Nombre d'arêtes	Forme de la base	Volume																																								
Cube																																													
Nombre de sommets																																													
Parallélépipède																																													
Pyramide																																													
Tétraèdre																																													
Prisme droit																																													

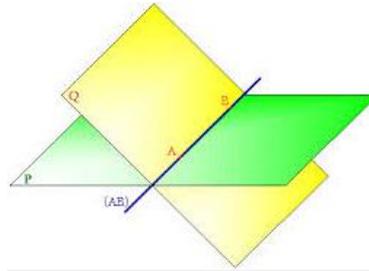
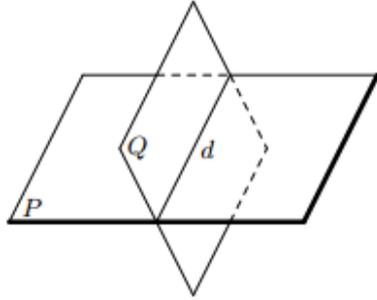
Axiome

Si deux plans ont un point commun alors ils sont sécants suivant une droite passant par ce point



3:

plans ont un commun alors



Axiome 4

Tous les résultats de la géométrie plane sont applicables dans chaque plan de l'espace

c) Activité d'application

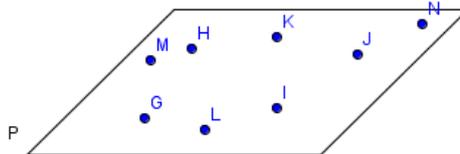
Activité 3 p 119

a) Activité d'approche

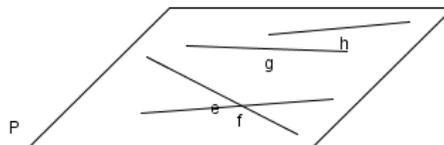
Activité 5 p 120

b) Enoncés des définitions

• Des points de l'espace sont coplanaires signifie qu'ils sont contenus dans un même plan.



• Des droites de l'espace sont coplanaires signifie qu'elles sont contenues dans un même plan.



a) Activité d'approche

Activité 4 page 120

Solution

II) Détermination d'un plan

**1) Points Coplanaires
Droites coplanaires**

2) Détermination d'un plan

10 minutes

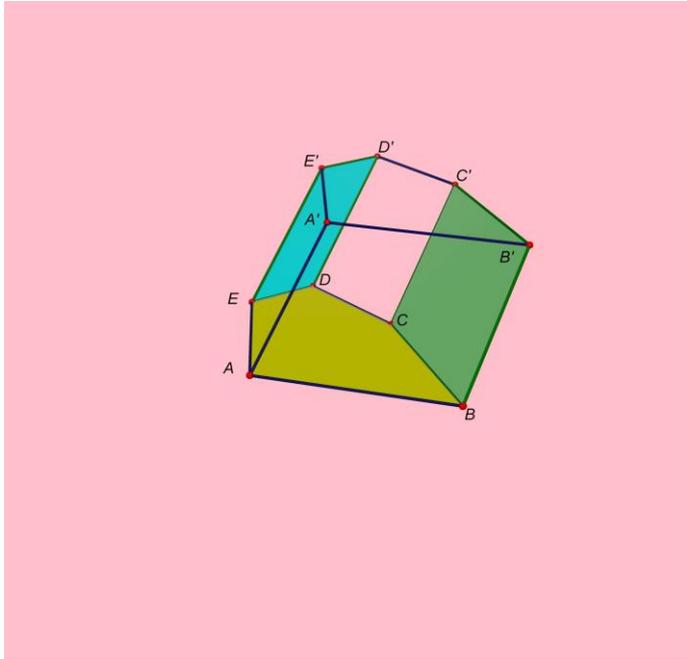
- Il est souhaitable que les définitions et le vocabulaire émanent des élèves

	<p>Soit M et N deux points distincts de Δ et un point $A \notin \Delta$, alors A, M et N ne sont pas alignés. D'après l'axiome 1, il existe un seul plan P contenant A, M et N donc A et Δ (cet axiome confirme l'existence et l'unicité)</p> <p style="text-align: center;">b) A retenir</p> <p>Un plan de l'espace peut être déterminé par la donnée de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • 3 points non alignés • Une droite et un point n'appartenant pas à cette droite <p style="text-align: center;">c) Activité d'application</p> <p>Activité 6 p 120</p>	<p>25 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • favoriser les bons essais des élèves • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Accorder un temps de recherche aux élèves
--	---	-----------------------------------	--

<p>Travail à la maison</p>	<p style="text-align: center;">- Activités 8 et 9 p 121</p> <p>- Enoncer une 3^{ème} méthode de détermination d'un plan (En plus de 2 méthodes déjà énoncées ci-dessus)</p>
-----------------------------------	---

Aptitudes à développer	Positions relatives : <ul style="list-style-type: none"> • de deux droites • d'une droite • d'un plan et deux plans
-------------------------------	--

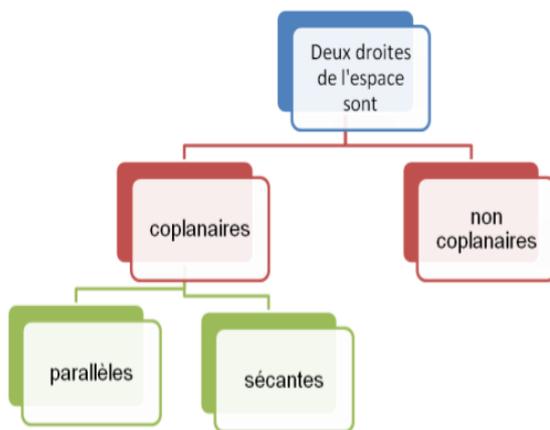
Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire												
	Correction du travail à la maison	15 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction 												
<p>III) Positions relatives de deux droites, deux plans et d'une droite et d'un plan de l'espace</p> <p>1) Positions relatives de deux droites de l'espace</p>	<p>a) Activité</p>  <p>• Compléter le tableau ci-dessous en déterminant à chaque fois la position relative des droites qui portent les arêtes indiquées du prisme ci-dessus:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th style="background-color: #00FF00;">Les arêtes</th> <th style="background-color: #00FF00;">Réponse de l'élève</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>[AE] et [CD]</td> <td></td> </tr> <tr> <td>[AE] et [C'D']</td> <td></td> </tr> <tr> <td>[AE] et [BB']</td> <td></td> </tr> <tr> <td>[C'B'] et [E'D']</td> <td></td> </tr> <tr> <td>[EE'] et [B'B]</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Les arêtes	Réponse de l'élève	[AE] et [CD]		[AE] et [C'D']		[AE] et [BB']		[C'B'] et [E'D']		[EE'] et [B'B]		10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction
Les arêtes	Réponse de l'élève														
[AE] et [CD]															
[AE] et [C'D']															
[AE] et [BB']															
[C'B'] et [E'D']															
[EE'] et [B'B]															

b) A retenir

Deux droites de l'espace peuvent être:

- Sécantes ou parallèles: dans ces deux cas, on dit qu'elles sont coplanaires (on peut trouver un plan qui les contient à la fois)
- Ni sécantes ni parallèles: dans ce cas, on dit qu'elles sont non coplanaires (il est impossible de trouver un plan qui les contient à la fois)

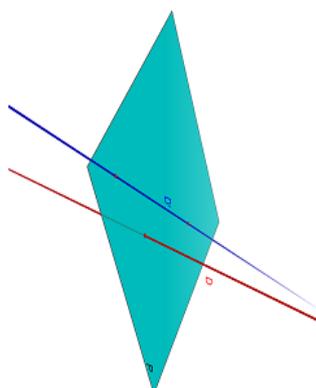


15 minutes

- Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité a) de ce paragraphe.

Deux droites D et D' peuvent être	Coplanaires	
	Parallèles	sécantes
Illustration graphique		
L'intersection	D = D'	Ensemble formé d'un seul point

• Non coplanaires



Leur intersection est vide

2) Positions relatives d'une droite et d'un plan de l'espace

c) Activité d'application

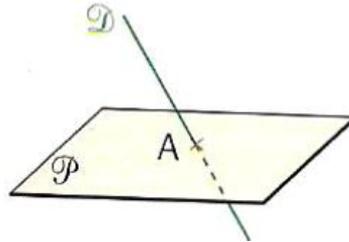
Activité 11 p122

a) Activité

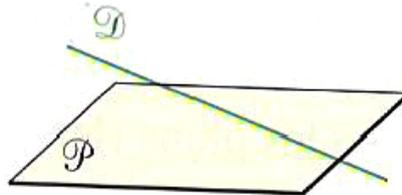
Activité 12 p 122

b) Cas possibles

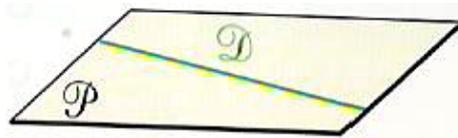
- D et P sont sécants en un point A
 $D \cap P = \{A\}$



- D et P sont disjoints: $D \cap P = \emptyset$



- La droite D est contenue dans le plan P
($D \cap P = D$)



c) Définitions et vocabulaire

- On dit qu'une droite et un plan sont **sécants** lorsque leur intersection est réduit à un seul point. On dit que la droite perce le plan ou que le plan coupe la droite
- On dit qu'une droite et un plan sont **parallèles** lorsque leur intersection est vide (strictement parallèle) ou si la droite est incluse dans le plan

d) Activité d'application

Soit ABCD un tétraèdre, I = A*B ; J = C*D et G le centre de gravité du triangle ACD

- 1) Montrer que (IG) et (BJ) sont sécantes
- 2) En déduire que la droite (IG) perce le plan (BCD) en un point E que l'on déterminera

10
minut
es

5
minut
es

15
minut
es

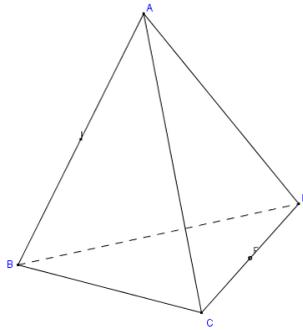
5
minut
es

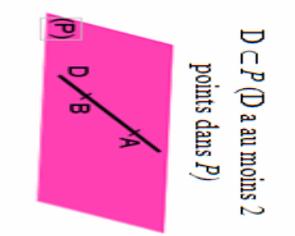
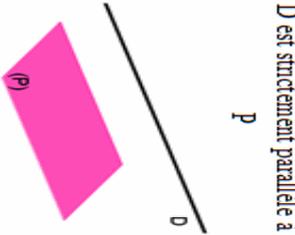
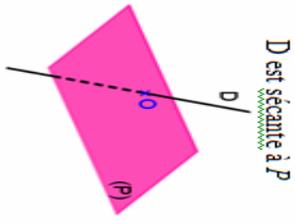
- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

- Inciter les élèves à déduire ces définitions de l'activité a) de ce paragraphe.

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- favoriser les bons essais des élèves



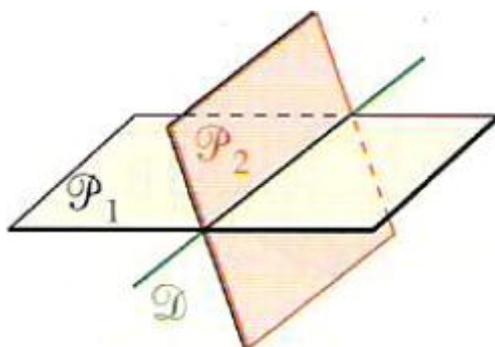
une droite D et un plan P de l'espace peuvent être	Parallèles			sécants
Illustration graphique				
L'intersection	D	L'ensemble vide	Ensemble formé d'un seul point	

3) Positions relatives de deux plans de l'espace

a) Activité
Activité 14 p 123

b) Cas possibles

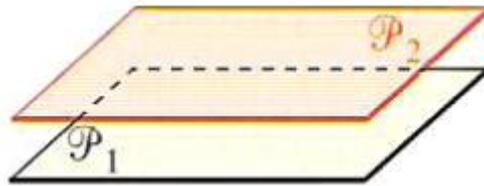
- P et Q sont sécants suivant une droite D



- P et Q sont strictement parallèles ($P \cap Q = \emptyset$)

5 minutes

- Accorder aux élèves un temps de recherche



- P et Q sont confondus



c) Définitions et vocabulaire

Deux plans de l'espace sont dits:

- **Parallèles**: s'ils sont confondus ou si leur intersection est vide (strictement parallèles)
- **Sécants**: si leur intersection est réduite à une droite

15
minut
es

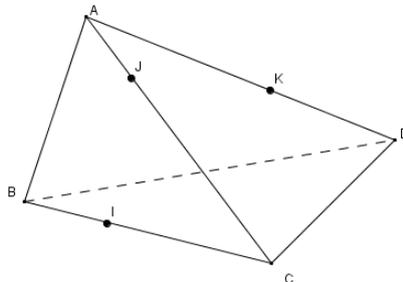
- Inciter les élèves à déduire ces définitions du vocabulaire de l'activité d'approche ci-dessus.

L'intersection	Illustration graphique	Deux plans P et Q de l'espace peuvent être
$P = Q$	<p>P et Q sont confondus</p>	Parallèles
L'ensemble vide	<p>P et Q sont strictement parallèles</p>	
Une droite D	<p>P et Q sont sécants</p>	sécants

d) Activités d'application

I) Soit ABCD un tétraèdre. $I \in [BC]$, $J \in [AC]$ et $K \in [AD]$

- 1) Déterminer l'intersection des plans (ACI) et (BDJ)
- 2) Déterminer l'intersection de plans (ABK) et (CDJ)



II) Dans la figure ci-dessous, SABCD est une pyramide dont la base ABCD est un trapèze de bases [AB] et [CD]. I est le milieu de l'arête [SA].

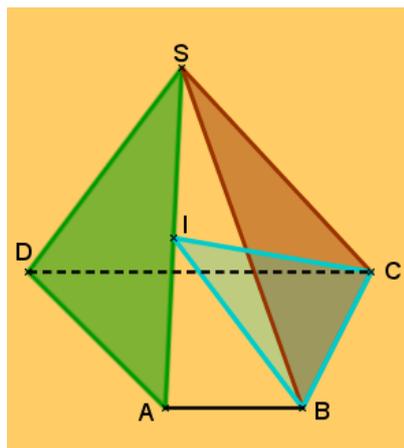
1°) a) Montrer que le point I appartient à l'intersection des plans (SAD) et (BCI).

b) Montrer que les plans (SAD) et (BCI) ne sont pas confondus.

c) Déduire la nature de l'intersection D de ces deux plans.

2°) Prouver que chacun des plans (SAD) et (BCI) est sécant au plan (ABC) suivant une droite qu'on déterminera.

3°) Déduire une construction de D.



- Accorder un temps de recherche aux élèves

10
minut
es

10
minut
es

Travail à la
maison

Activités 19, 20 et 21 et 23 page 124 et 23 page 125

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
IV) Exercices intégratifs	Correction des Activités 19, 20 et 21 et 23 page 124 et 23 page 125 (travail demandé)		.

Chapitre: 17

Parallélisme dans l'espace

Béchir Gueryani

Conçu par:

Jilani Esbai

Nizar Fathalli

Contrôle, rectification et support Tice

M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:

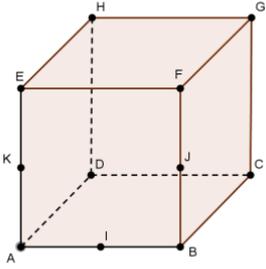
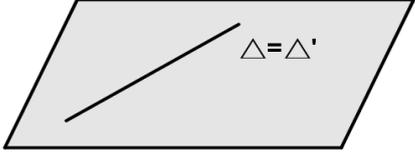
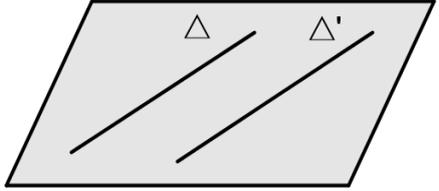
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer

l'élève sera capable d'utiliser les propriétés du parallélisme de droites dans l'espace pour la résolution problèmes

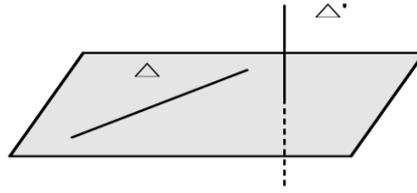
Supports pédagogiques

- ...

Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Droites parallèles 1) Définition</p>	<p>a) Activité d'approche: Dans la figure ci-dessous $ABCDEFGH$ est un cube et I, J et K sont les milieux respectifs des arêtes $[AB], [BF]$ et $[AE]$.</p> <p>1) a) Les droites (IJ) et (AF) sont-elles coplanaires ? b) Les droites (IJ) et (AF) sont-elles parallèles ? 2) Les droites (IK) et (HJ) sont-elles parallèles ?</p>  <p>b) Enoncé de la définition Deux droites de l'espace sont parallèles signifie elles sont coplanaires (contenu dans le même plan) et parallèles dans ce plan.</p>  	<p>15 minutes</p> <p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Il est souhaitable que la définition émane des élèves

2) Propriétés

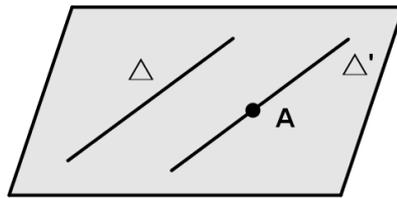
Attention !
Deux droites D et D' de l'espace, telles que $D \cap D' = \emptyset$ ne sont pas nécessairement parallèles



a) **Activité**
Activité 2 p 127

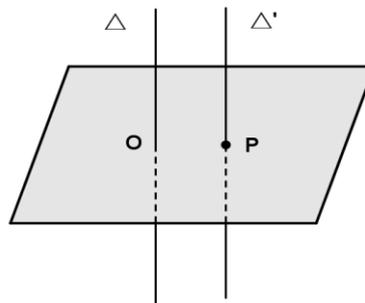
b) Enoncé de la propriété 1

Par un point A extérieur à une droite Δ on ne peut faire passer qu'une seule droite Δ' parallèle à la droite Δ .



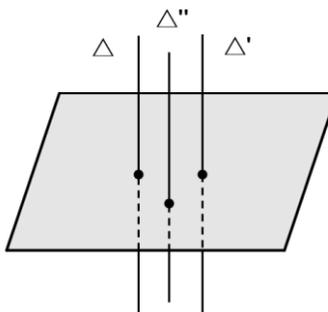
c) Enoncé de la propriété 2

Si deux droites sont parallèles alors tout plan qui coupe l'une coupe l'autre



d) Enoncé de la propriété 3

Si deux droites sont parallèles à une même troisième alors sont parallèles entre elles



5
minut
es

- Deux droites strictement parallèles déterminent un unique plan

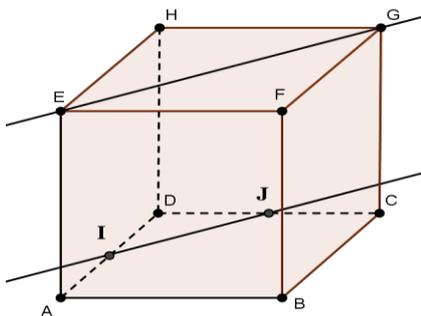
20
minut
es

- Il est souhaitable que les propriétés émanent des élèves

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

e) Activité d'application

Soit $ABCDEFGH$ un cube, I et J les milieux respectifs de $[AD]$ et $[DC]$.
Montrer que les droites (IJ) et (EG) sont parallèles



10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

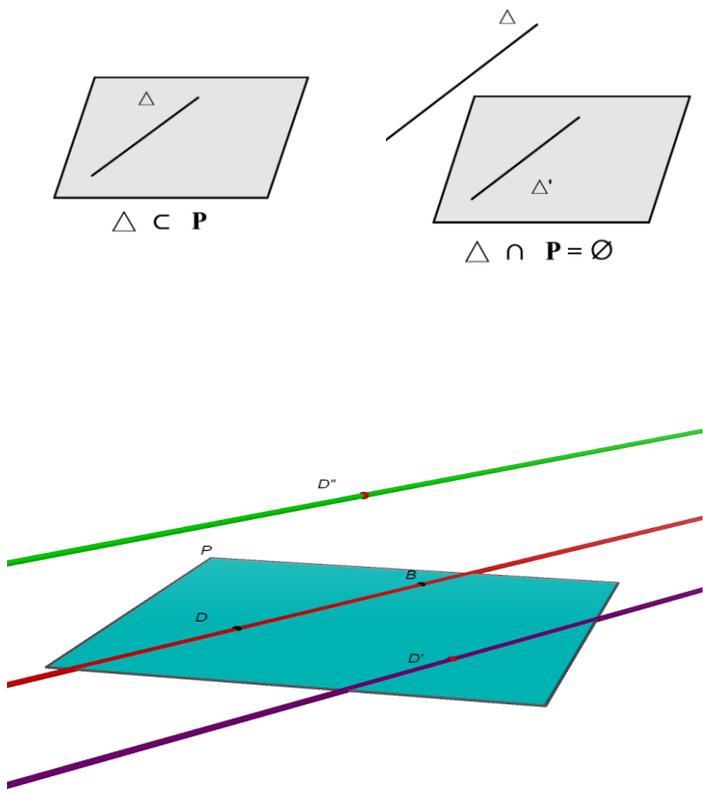
Travail à la maison

Activités 4 et 5 p 128

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Prouver qu'une droite et un plan sont parallèles - Prouver que deux plans sont parallèles - Mettre en œuvre les propriétés du parallélisme entre droite et plan pour résoudre des problèmes
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

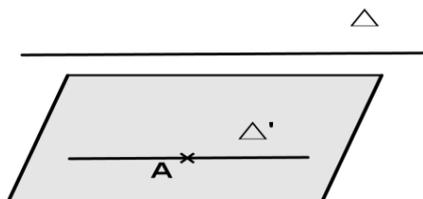
Paragraphe	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction l'activité 4 p 128 (travail à la maison)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction
<p>II) Droite parallèle à un plan de l'espace</p> <p>1) Définition</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Activité d'approche . Activité 5 p 128 (travail à la maison) • Enoncé de la définition Une droite Δ est parallèle à un plan P Signifie elle est parallèle à une droite Δ' de ce plan et on note: $\Delta // P$ <div style="text-align: center;"> </div>	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Accorder un temps de recherche aux élèves • Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche de ce paragraphe.
<p>2) Propriétés</p>	<p>a) Propriété 1</p> <ul style="list-style-type: none"> • Activité d'approche Soit Δ une droite parallèle à un plan P et A un 	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Valoriser les bons essais cités par les élèves lors de la correction • Accorder un temps de recherche aux élèves



point de P , on désigne par Δ' la droite passant par A et parallèle à Δ
 a- Montrer par l'absurde que Δ' est incluse dans le plan P
 c- Conclure

• **Enoncé de la propriété 1**

Si une droite Δ et un plan P sont parallèles alors toute droite parallèle à Δ et passant par un point de P est incluse dans le plan P



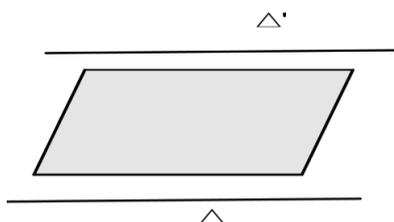
b) Autres propriétés

• **Activité d'approche**

Activité 7 p 129

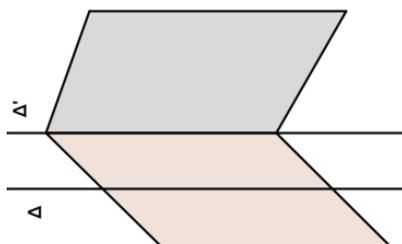
• **Enoncé de la propriété 2**

Si deux droites sont parallèles alors tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.



• **Enoncé de la propriété 3**

Si une droite est parallèle à deux plans sécants, alors elle est parallèle à leur droite d'intersection.



• **Enoncé de la propriété 4**

10
minut
es

• Inciter les élèves à déduire la définition de l'activité d'approche de ce paragraphe.

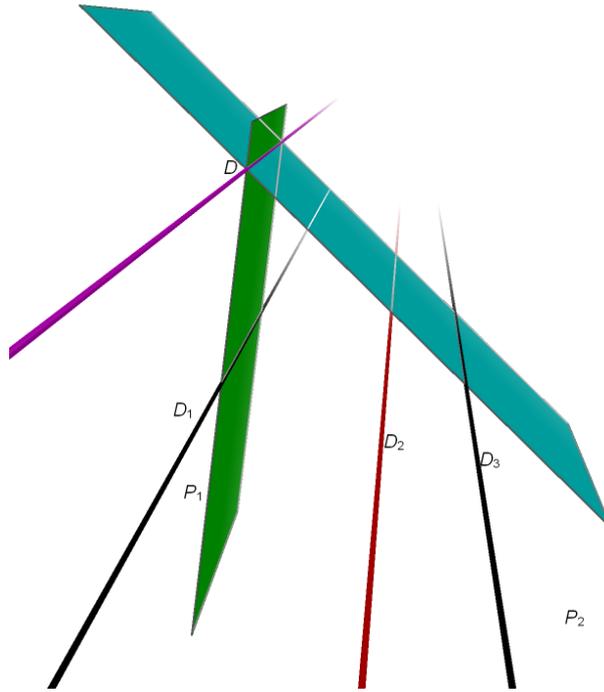
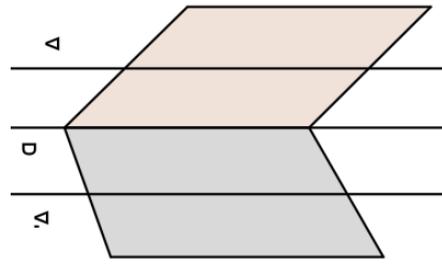
• Accorder un temps de recherche aux élèves

• favoriser les bons essais des élèves

20
minut
es

• Inciter les élèves à déduire ces énoncés de l'activité d'approche de ce paragraphe.

Si deux plans sécants sont parallèles à une même droite Δ alors leur droite d'intersection D est parallèle à Δ

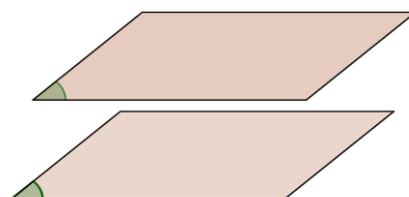


• **Activités d'application**
 Activité 8 page 130

Enoncé de la définition

Deux plans **P** et **Q** sont parallèles lorsqu'ils n'ont aucun point commun, ou lorsqu'ils sont confondus

$(P // Q)$ signifie $(P \cap Q = \emptyset$ ou $P = Q)$



10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- favoriser les bons essais des élèves

5
minut
es

III) Plans parallèles

1) Définition

2) Propriétés

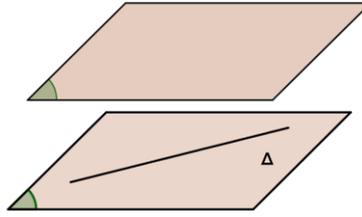
a) Propriétés 1 et 2

- **Activité**

Activité 11 p 130

- **Énoncé de la propriété 1**

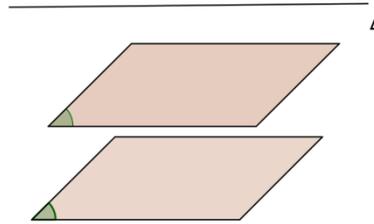
Si deux plans sont parallèles alors toute droite de l'un d'eux est parallèle à l'autre (plan).



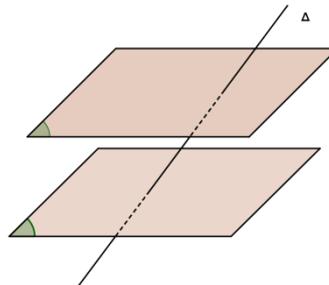
- **Énoncé de la propriété 2**

Si deux plans **P** et **Q** sont strictement parallèles alors :

✚ Toute droite Δ parallèle à l'un est parallèle à l'autre.



✚ Toute droite Δ qui coupe l'un coupe l'autre.



b) Propriété 3

- **Activité**

Activité 12 p 131

- **Énoncé de la propriété 3**

Deux plans sont parallèles si et seulement si deux droites sécantes de l'un sont parallèles à deux droites sécantes de l'autre

15
minut
es

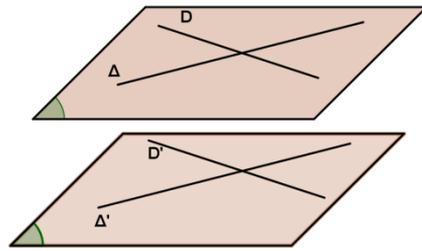
- Accorder aux élèves un temps de recherche

- Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-dessus.

10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-



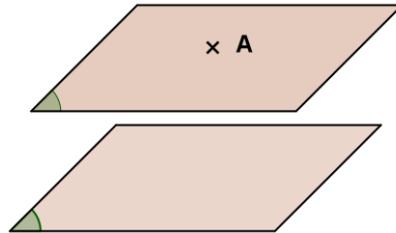
c) Propriété 4

• **Activité**

Activité 13 p 131

• **Énoncé de la propriété 4**

Par un point donné passe un plan et un seul parallèle à un plan donné



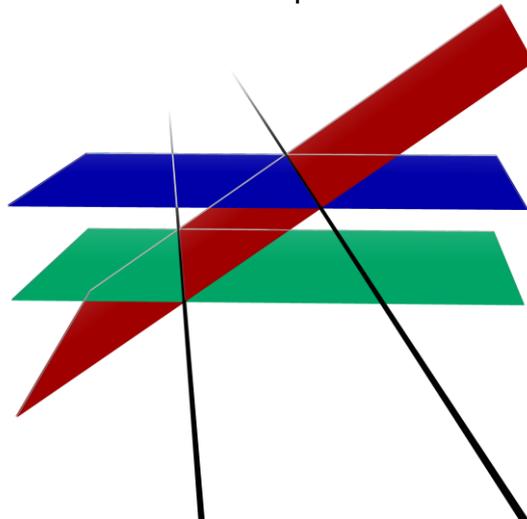
d) Propriété 5

• **Activité**

Activité 14 p 131

• **Énoncé de la propriété 4**

✚ Si deux plans sont parallèles alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles



✚ Deux plans parallèles à un troisième sont parallèles.

dessus.

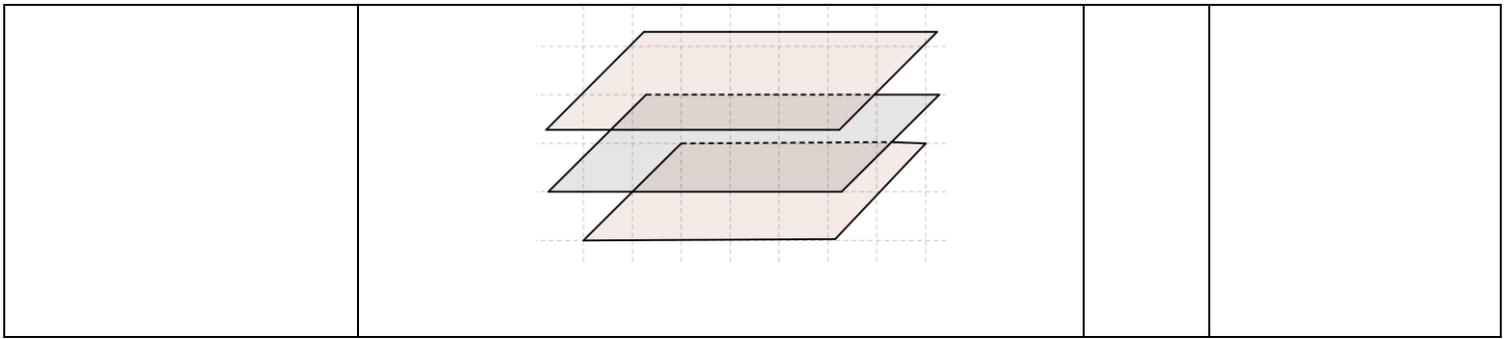
• Accorder un temps de recherche aux élèves

10 minutes

• Inciter les élèves à déduire cet énoncé de l'activité ci-dessus.

• Accorder un temps de recherche aux élèves

15 minutes



Travail à la maison	Exercices 5 page 141 et 16 page 143
----------------------------	-------------------------------------

*Internet:

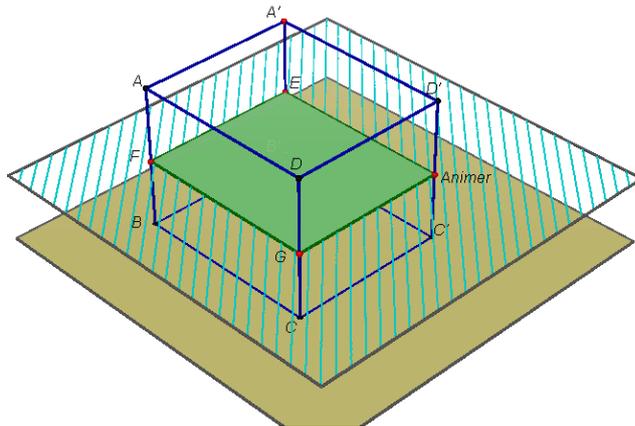
<http://youtu.be/C5M6rdl3Nuk>

*Logiciel Cabri 3D:

[Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanArê.cg3](#)

- **Par un plan parallèle à l'une de ses faces**

La section d'un parallélépipède droit par un plan parallèle à l'une de ses faces est un rectangle isométrique à cette face



Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:

*Internet:

<http://youtu.be/IHAdCZ7O6lo>

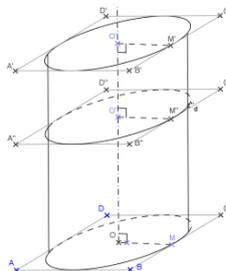
*Logiciel Cabri 3D:

[Ch17 -Fig\SectParalpipèPlanParalFace.cg3](#)

b) Section d'un cylindre

- **par un plan parallèle à une base**

La section d'un cylindre par un plan parallèle à une base est un cercle de même rayon que cette base



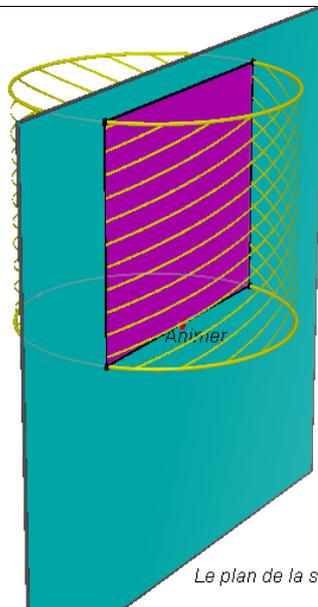
- **par un plan perpendiculaire à une base**

La section d'un cylindre par un plan perpendiculaire à une base est un rectangle

15
minu
tes

d'application des
règles du cours

10
minu
tes



Le plan de la section est parallèle à l'axe

Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:

*Internet:

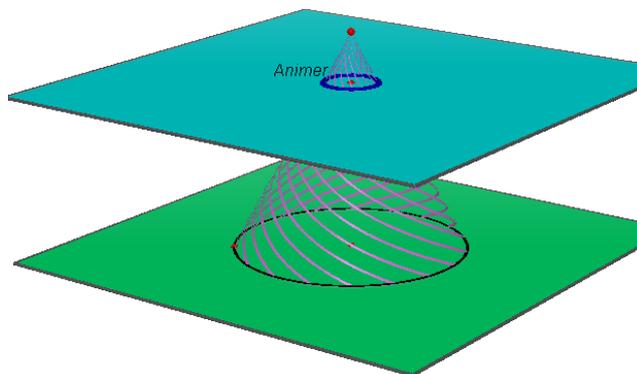
<http://youtu.be/ZUF1j3hN008>

*Logiciel Cabri 3D:

[Ch17 -Fig\SectCylPlanparalAxe.cg3](#)

c) Section d'un cône

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est cercle



10
minu
tes

Pour voir une animation, cliquer sur ces liens:

*Internet:

<http://youtu.be/NL401rZaL8M>

*Logiciel Cabri 3D:

[Ch17 -Fig\SectCônePlanparalBase.cg3](#)

5
minu
tes

d) Activité d'application

Activité 22 p 124

**Travail à la
maison**

Exercices 7 et 12 page 142
Exercice 15 page 143

Aptitudes à développer	Résoudre des exercices intégratifs
-------------------------------	------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
V) Exercices intégratifs	Correction des exercices 7 et 12 page 142 et de l'exercice 15 page 143 (travail demandé)		

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 18

Orthogonalité dans l'espace

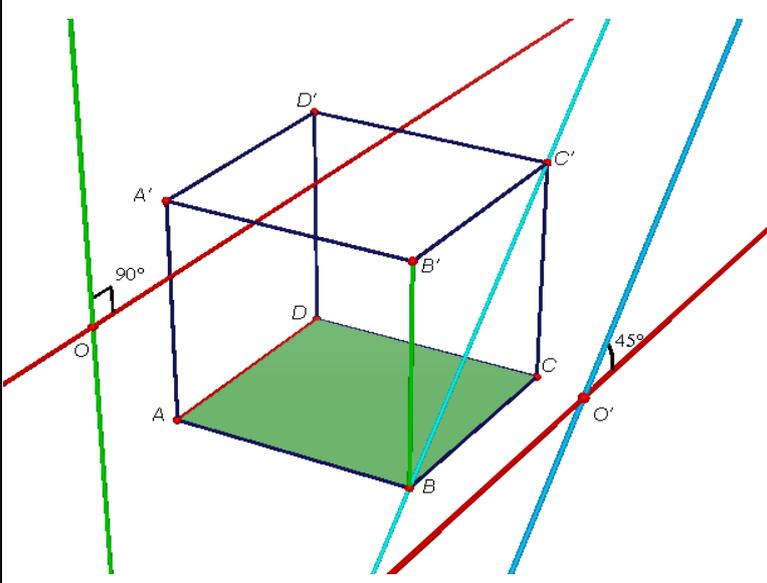
Conçu par:
Khalifa Rahali Mohamed Habib Salhi Saïd Benhamad

Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Savoir démontrer que deux droites sont orthogonales. - Savoir démontrer (ou nier) si une droite est perpendiculaire à un plan (ou non). - Savoir utiliser les propriétés d'orthogonalité pour calculer des grandeurs (longueurs, aires, volumes...)
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
<p>I) Droites orthogonales</p> <p>1) Définition</p>	<p>a) Rappel (Droites perpendiculaires)</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <p style="background-color: #4CAF50; color: white; padding: 5px;">Si deux droites de l'espace sont sécantes alors il est possible que:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li style="background-color: #F44336; color: white; padding: 5px; margin-bottom: 5px;">aucun des angles qu'elles forment n'est droit <li style="background-color: #F44336; color: white; padding: 5px;">au moins l'un des angles qu'elles forment est droit: on dit qu'elles sont perpendiculaires </div> <p>b) Activité d'approche</p>  <p>Dans la figure ci-dessus, ABCDA'B'C'D' est un parallélépipède rectangle, O et O' sont deux points quelconques de l'espace. De O, on a mené les droites D₁ (en rouge) et D₂ (en vert) qui sont parallèles respectivement à (AD) et (BB')</p>	<p style="color: red;">20 minut es</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à énoncer ce rappel • Accorder aux élèves un temps de recherche

De O' , on a mené les droites Δ_1 (en rouge) et Δ_2 (en bleu) qui sont parallèles respectivement à (AD) et (BC')

a) (AD) et (BB') sont-elles coplanaires? Même question pour (AD) et (BC') ?

b) Justifier pourquoi les droites D_1 et D_2 sont-elles perpendiculaires (on s'aidera de données graphiques)

c) Justifier pourquoi les droites Δ_1 et Δ_2 ne sont-elles pas perpendiculaires (on s'aidera de données graphiques)

On dit que: (AD) et (BB') sont orthogonales alors que (AD) et (BC') ne sont pas orthogonales

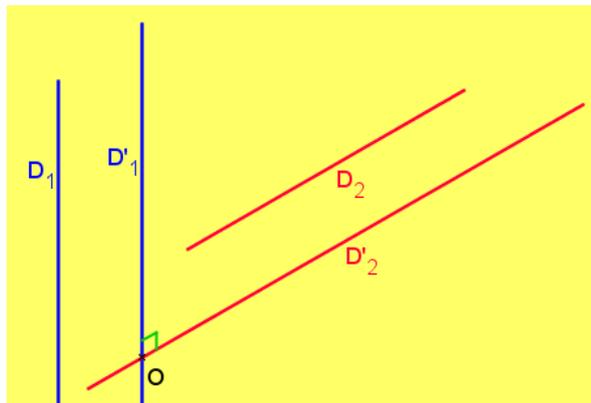
Le lien ci-dessous nous illustre encore plus la situation

[Ch18 -Fig\Déf dr orth.cg3](#)

c) Enoncé de la définition

Deux droites D_1 et D_2 de l'espace sont orthogonales **si et seulement si**

les parallèles D'_1 et D'_2 respectives à D_1 et D_2 menées par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires.



d) Activité d'application

Utiliser le parallélépipède rectangle $ABCD A'B'C'D'$ ci-dessus pour proposer d'autres exemples de droites orthogonales.

a) Activité

Activité 2 p 147

b) Enoncés des propriétés

• Propriété 1

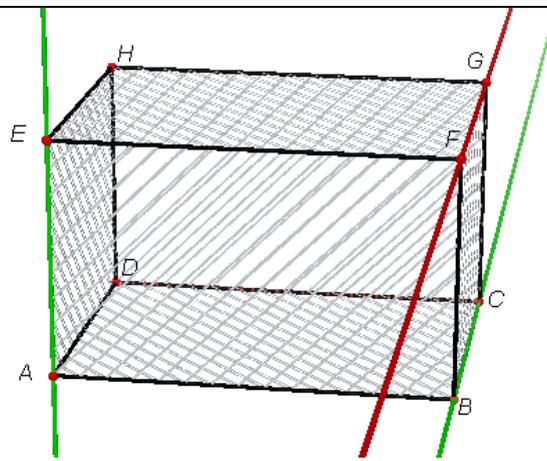
Si deux droites de l'espace sont **orthogonales** alors toute droite **parallèle** à l'une est **orthogonale** à l'autre.

- Inciter les élèves à formuler la définition

- Accorder un temps de recherche aux élèves

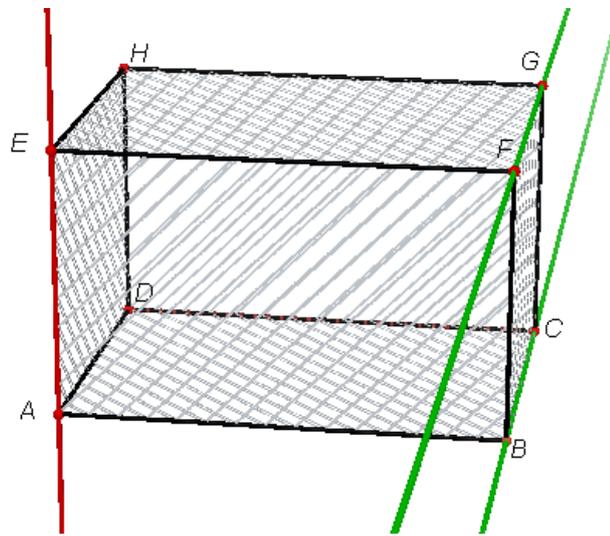
- favoriser les bons essais des élèves

2) Propriétés



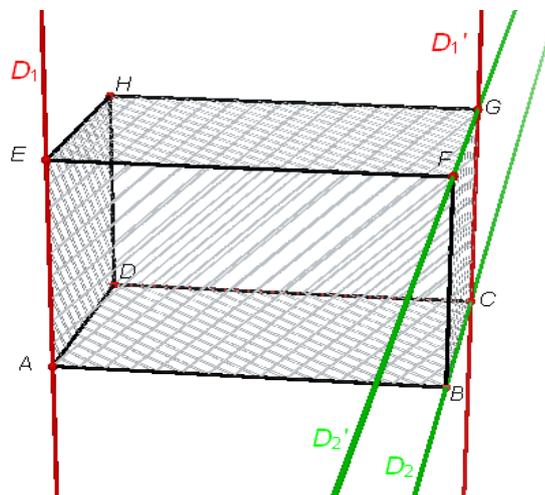
• **Propriété 2**

Si deux droites de l'espace sont **parallèles** alors toute droite **orthogonale** à l'une est **orthogonale** à l'autre



• **Propriété 3**

Si D_1 et D_2 sont deux droites **orthogonales** et D'_1 et D'_2 sont **parallèles respectivement à D_1 et D_2** alors D'_1 et D'_2 sont **orthogonales**



20
minut
es

- Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

c) Activité d'application

Activité 3 p 147

a) Activité d'approche

Activité 7 p 148 (Question 1)

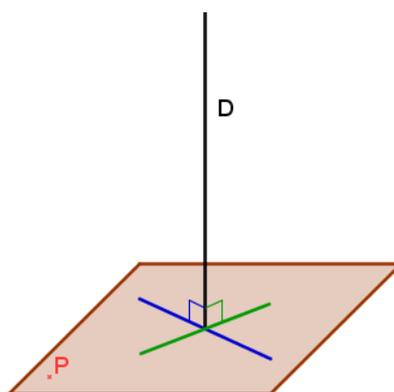
On dit que: (HD) est perpendiculaire au plan (ABC)

b) Enoncé de la définition

Une droite est perpendiculaire à un plan

signifie

qu'elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.



c) Activité d'application

Dans le cube ABCDEFGH, la droite (GH) est-elle perpendiculaire au plan (ADE) ? Justifier.

a) Résultats admis

✚ Par un point donné il passe une seule droite perpendiculaire à un plan donné.

✚ Par un point donné il passe un seul plan perpendiculaire à une droite donnée.

✚ Si une droite D est orthogonale à un plan P alors toute droite orthogonale à la droite D et passant par un point du plan P est incluse dans ce plan

b) Propriété 1

Activité 7 p 148 (Questions 2 et 3)

• A retenir

Si une droite est perpendiculaire à un plan alors elle

5
minut
es

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• Inciter les élèves à formuler la définition

• Accorder un temps de recherche aux élèves

15
minut
es

2) Propriétés

10
minut
es

• Accorder un temps de recherche aux élèves

est orthogonale à toute droite de ce plan

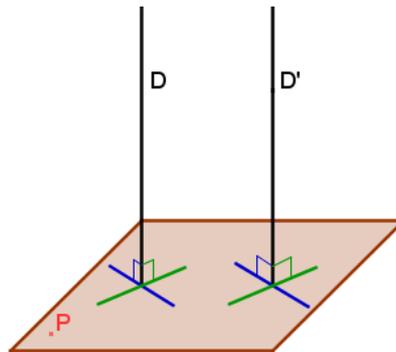
Conséquence

Par un point donné il passe une infinité de droites orthogonales à une droite donnée.

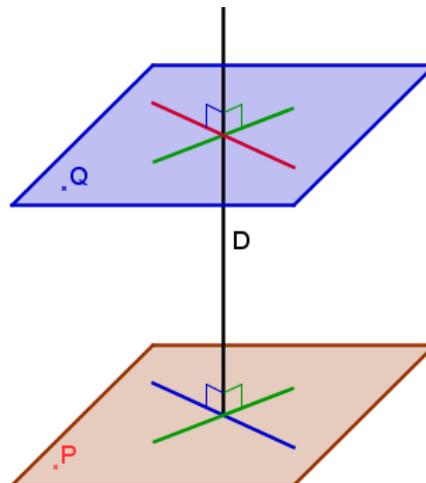
c) Propriété 2

- **A retenir**

✚ Si deux droites sont parallèles alors tout plan perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre



✚ Si deux plans sont parallèles alors toute droite perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre



- **Activité d'application**

Démontrer les deux énoncés ci-dessus

d) Propriété 3

Activité 12 p 151

- **A retenir**

✚ Deux droites perpendiculaires à un même plan sont parallèles

10
minut
es

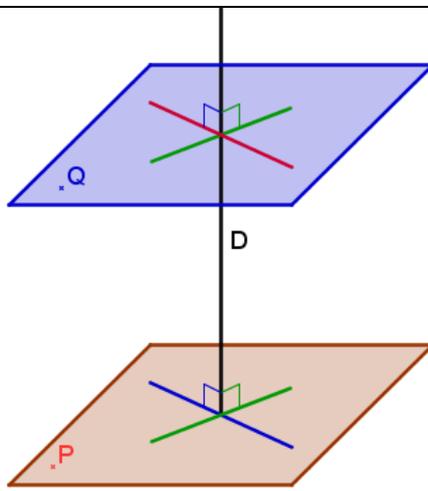
10
minut
es

- Inciter les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité

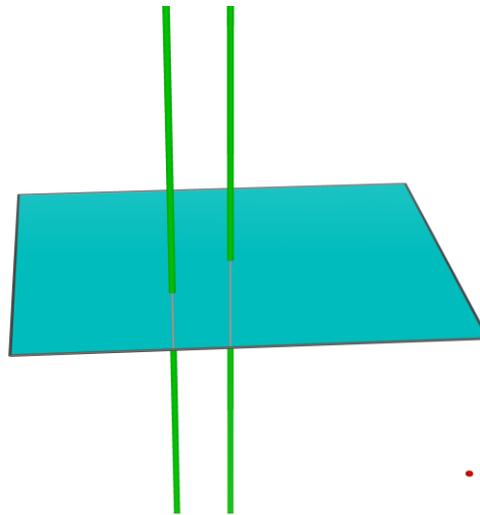
- Inciter les élèves à participer dans la formulation des règles à retenir

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- favoriser les bons essais des élèves



☒ Deux plans perpendiculaires à une même droite sont parallèles



e) Activité d'application

on considère un cube ABCDEFGH d'arête 2 cm.

- Montrer que le triangle ABG est rectangle en B et calculer la distance AG et l'aire de ABG.
- Soit I le milieu de [CF]. Montrer [FI] est une hauteur de la pyramide FABG et calculer son volume.

15
minut
es

- Inciter les élèves à formuler l'ajout acquis suite à une activité

10
minut
es

- Accorder un temps de recherche aux élèves
- favoriser les bons essais des élèves

Travail à la maison

- Activités 13 p 151 et 15 p 152
- Exercice 2 à la page 163

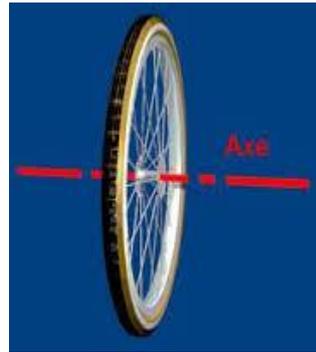
• **Point méthode**

Pour déterminer le plan médiateur d'un segment, il suffit de trouver 3 points non alignés qui sont équidistants des extrémités de ce segment.

b) Activité d'application

Exercice 6 p 163

a) Activité d'approche



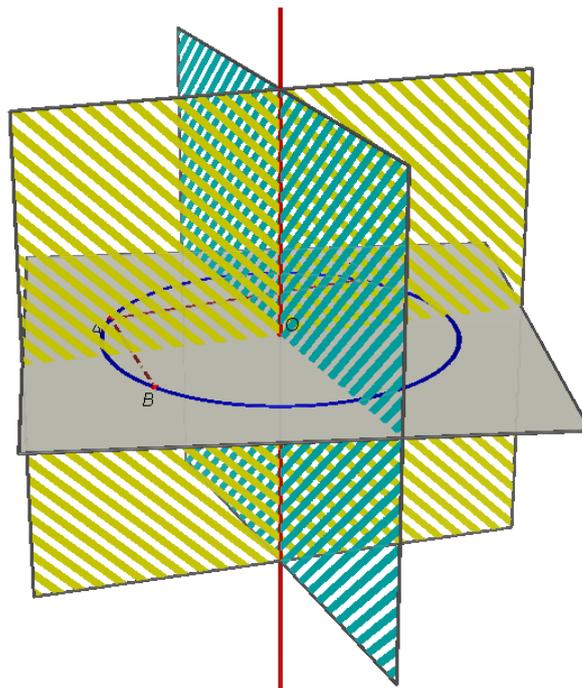
A, B et C sont trois points distincts d'un cercle $\zeta_{(O,r)}$. P et Q sont les plans médiateurs respectifs des segments [AB] et [AC].

1°) i) Montrer que $O \in P \cap Q$

ii) Montrer que P et Q sont sécants.

Notons Δ leur droite d'intersection

2°) Montrer que Δ est perpendiculaire au plan du cercle $\zeta_{(O,r)}$



v) Axe d'un cercle

1) Définition

10
minu
tes

• Accorder un temps de recherche aux élèves

• favoriser les bons essais des élèves

10
minu
tes

• Accorder aux élèves un temps de recherche

2) Propriété caractéristique

b) Définition

L'axe d'un cercle est la droite qui passe par son centre et perpendiculaire au plan de ce cercle

Lien d'illustration :

Sur internet (Vidéo):

<http://youtu.be/qze9EKNFhto>

Avec cabri 3D (dans ce dossier):

[Ch18 -Fig\AxeCercleDéf.cg3](#)

a) Activité

Question 3 de l'activité 19 p 153

b) Enoncé de la propriété caractéristique

L'ensemble des points équidistants de tous les points d'un cercle est l'axe de ce cercle

Liens d'illustration :

Sur internet(Vidéo):

<http://youtu.be/TV28N9eujGU>

Avec cabri 3D (dans ce dossier):

[Ch18 -Fig\AxeCerclePropCaract.cg3](#)

- **Point méthode**

Pour déterminer l'axe d'un cercle, il suffit de trouver 2 points équidistants de trois points distincts de ce cercle.

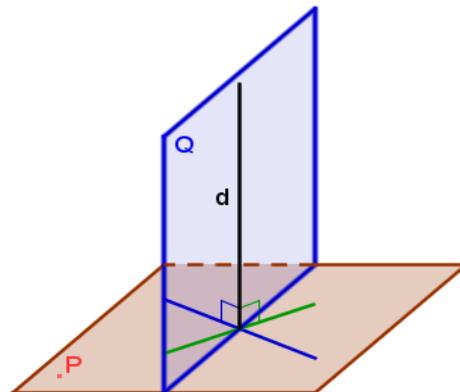
c) Activité d'application

Exercice 7 p 163

a) Enoncé de la définition

Deux plans de l'espace sont perpendiculaires signifie

L'un d'eux contient une droite perpendiculaire à l'autre



b) Illustration graphique

- Dans le cube ci-dessous la droite (BC) est

5
minu
tes

15
minu
tes

5
minu
tes

- Inciter les élèves à déduire cette définition de l'activité d'approche ci-dessus.

- Accorder un temps de recherche aux élèves

- Ces illustrations nécessitent Cabri 3D et le téléchargement des vidéos au préalable

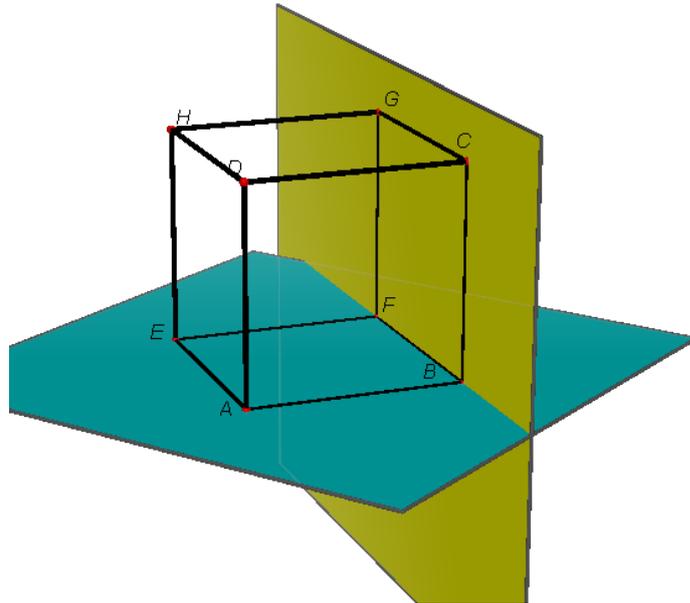
- Accorder un temps de recherche aux élèves

VI) Plans perpendiculaires

1) Définition

perpendiculaire aux droites (CF) et (BA) qui sont deux droites sécantes du plan (ABF) donc (BC) est perpendiculaire au plan (ABF) d'autre part (BC) est incluse dans le plan (BCF) donc les deux plans (BCF) et (ABF) sont perpendiculaires

- Citer d'autres exemples de plans perpendiculaires (d'après le même graphique)



c) Activité d'application

Exercice 9 p 164

a) Activité

Activité 23 p 155

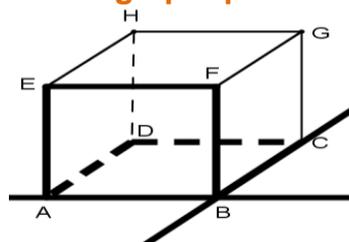
b) Propriété 1

- **Enoncé de la propriété 1**

Si $P \perp P'$ et $P \cap P' = D$
 et si $D' \subset P$ et $D' \perp D$ } alors $D' \perp P'$

Si D est la droite d'intersection de deux plans perpendiculaires P et P' alors toute droite D' incluse dans l'un d'eux et perpendiculaire à D sera perpendiculaire à l'autre (plan)

- **Illustration graphique**



c) Propriété 2

- **Enoncé de la propriété 2**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan

2) Propriétés

5
minu
tes

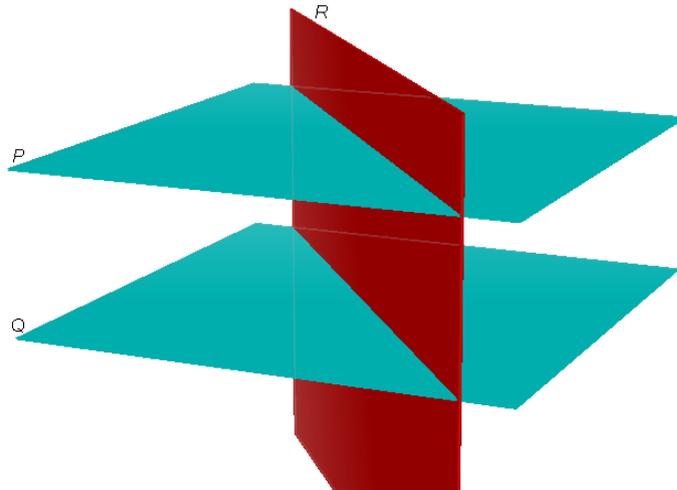
- Accorder un temps de recherche aux élèves

5
minu
tes

- Habituer les élèves de temps à autre à s'exprimer avec le langage mathématique

perpendiculaire à l'un est perpendiculaire à l'autre.

- **Illustration graphique**



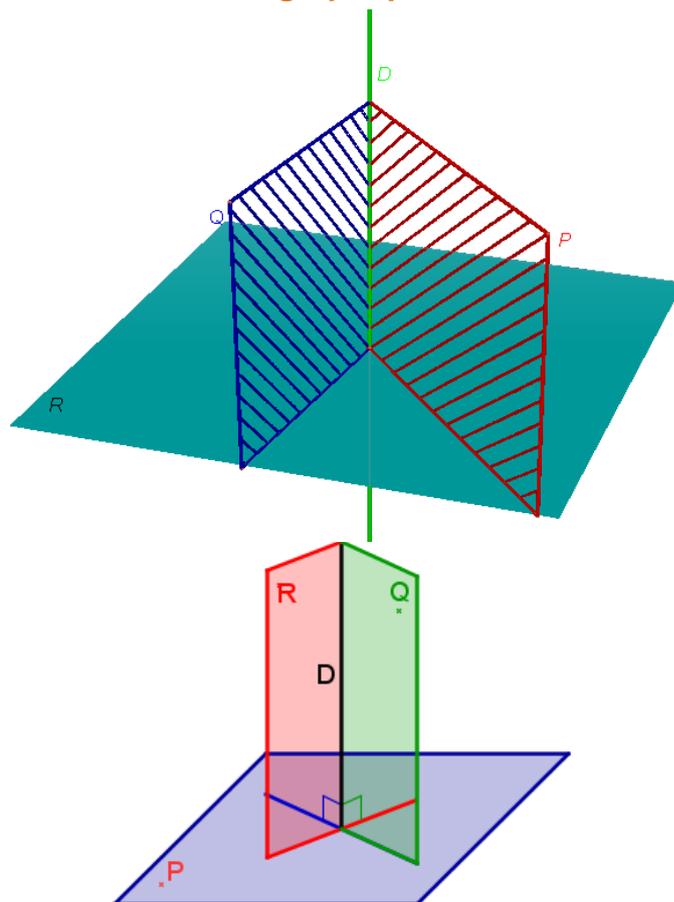
5
minu
tes

d) Propriété 3

- **Enoncé de la propriété 3**

Si un plan est perpendiculaire à deux plans sécants alors il est perpendiculaire à leur droite d'intersection.

- **Illustration graphique**



5
minu
tes

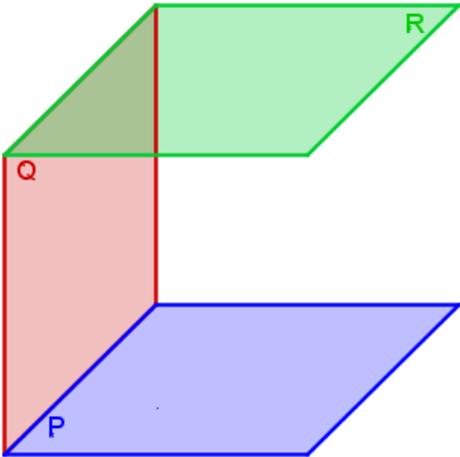
e) Propriété 4

- **Enoncé de la propriété 4**

Si deux plans sont perpendiculaires alors tout plan perpendiculaire à l'un d'eux est

parallèle à l'autre.
 ✚ Si deux plans sont parallèles alors tout plan perpendiculaire à l'un d'eux est perpendiculaire à l'autre.

• **Illustration graphique**



f) Activité d'application (travail à la maison)

Soit dans un plan P, un segment [AB] de milieu I. J est un point de la perpendiculaire à P en I.

1°) Montrer que le plan (ABJ) qu'on désignera par Q est perpendiculaire à P.

2°) Soit E un point - distinct de J - de la perpendiculaire à Q en J et F son symétrique par rapport à J. Montrer que le plan (EIF) est le plan médiateur de [AB].

3°) Montrer que (EFI) est perpendiculaire à chacun des plans (ABE) et (ABF).

5 minutes

Travail à la maison

- Activité d'application f) (Plans perpendiculaires)
- Exercice 1 p 160

Aptitudes à développer

- Résoudre des problèmes intégratifs faisant intervenir les propriétés du plan médiateur d'un segment, de l'axe d'un cercle ou des plans perpendiculaires.
- Adapter à l'espace les connaissances concernant l'orthogonalité en géométrie plane en choisissant avec pertinence un plan de travail.

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
VII) Exercices intégratifs	<p>Problème n°1: (à chercher en classe) Exercice 13 page 165</p> <p>Rectifier les énoncés en supprimant le mot "régulier" de la 1^{ère} ligne</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Pour 1), mener les élèves à considérer une droite et un plan perpendiculaires. • Pour 3) b), encourager les élèves à faire une figure plane (dans le plan (BCD)) afin de <u>préciser</u> la nature du quadrilatère BDCK.
	<p>Problème n°2: (travail demandé) Exercice 1 page 160</p>		<ul style="list-style-type: none"> • On donne l'indication correspondant à chaque question au début de la recherche.
	<p>Problème n°3: (travail demandé) Activité d'application f) (Plans perpendiculaires)</p> <p>La correction de ces exercices sera une occasion pour le professeur pour faire apprendre à ces élèves des stratégies de recherche des exercices de géométrie de l'espace adaptés à leur niveau</p>		<ul style="list-style-type: none"> • Dans le cas d'un blocage, le professeur peut détailler les indications données : recherche du plan médiateur d'un segment, précision de la nature d'un triangle, comparaison des triangles, ...

Niveau: Deuxième année Sciences et Sciences de l'informatique

Chapitre: 19

Statistiques

Conçu par:
Khalifa Rahali Mohamed Habib Salhi Saïd Benhamad

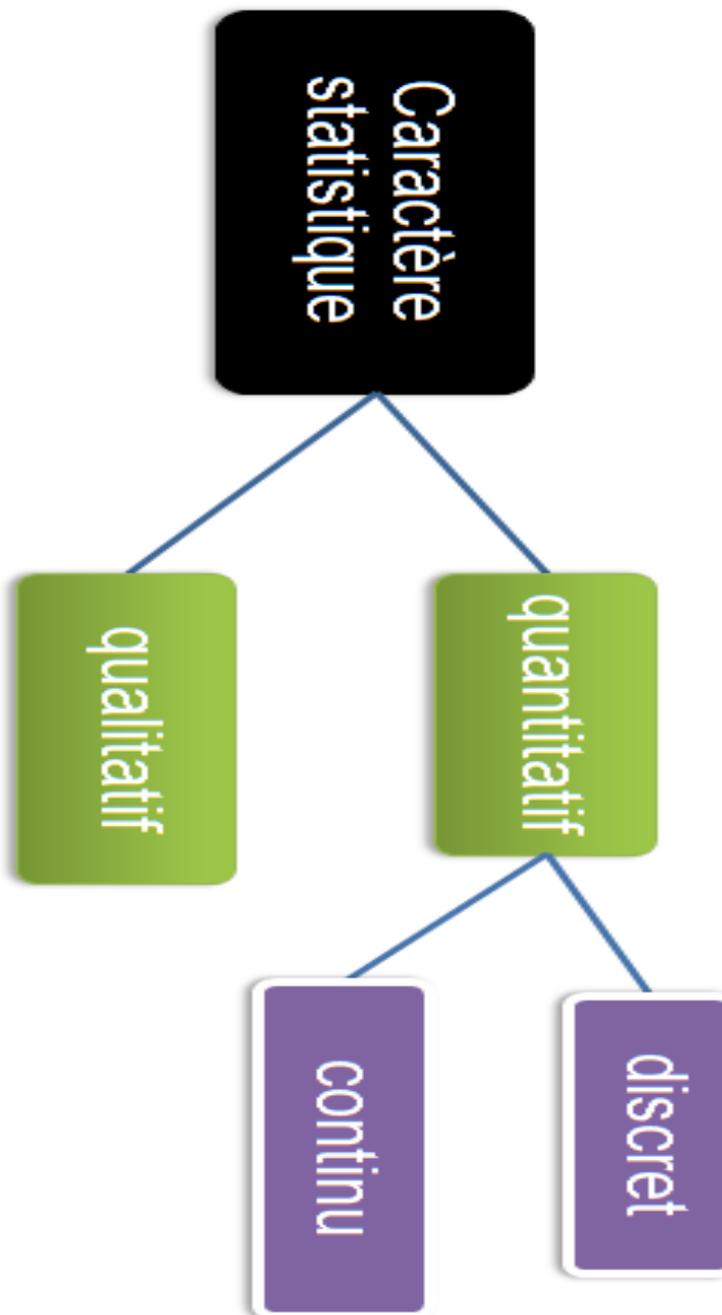
Contrôle, rectification et support Tice
M. Mohamed Hédi Abderrahim

Dirigé par:
M. l'inspecteur AMOR JERIDI

de ses valeurs est fini.

- **continu**: lorsque ses valeurs décrivent des intervalles de IR.

♦ **Une série statistique** est l'ensemble de toutes les modalités, valeurs ou classes d'une variable statistique affectées de leurs effectifs.



a) Série statistique qualitative

- **Activité**

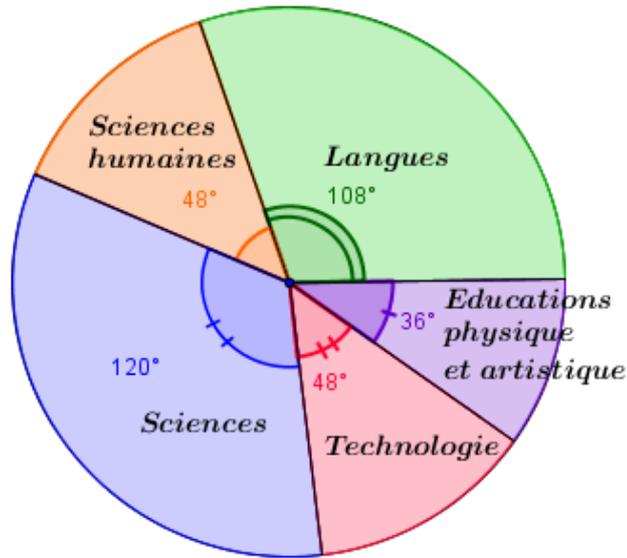
Le diagramme circulaire ci-dessous représente la répartition des professeurs d'un lycée par groupe de matières.

Déterminer l'effectif de chaque groupe de matières sachant que l'effectif total est 60.

présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application

- Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques, tableaux...

2) Représentation graphique appropriée à chaque type de



• **A retenir**

♦ Une série statistique qualitative est généralement représentée par un diagramme circulaire

♦ Dans un diagramme circulaire, à chaque modalité du caractère on associe un angle au centre dont la mesure α en degré est proportionnelle à son effectif n_i (ou sa fréquence f_i) suivant la règle:

$$\alpha = \frac{360}{N} \times n_i = 360 \times f_i$$

(N est l'effectif total, n_i est l'effectif de la modalité considérée et f_i est sa fréquence)

b) Série statistique quantitative discrète

• **Activité**

La liste ci - dessous représente les nombres des patients consultés chaque jour du mois de Janvier 2014 par Dr B. Salah médecin de libre pratique exerçant à une ville A:

0, 10, 5, 6, 9, 4, 4, 0, 15, 12, 3, 8, 5, 10, 0, 13, 7, 9, 5, 4, 2, 0, 6, 10, 12, 8, 3, 8, 0, 5 et 3.

1) Résumer ces données dans un tableau où on lira le nombre de jours au cours des quels Dr B. Salah a consulté le même nombre de malades

2) Représenter cette série statistique par un diagramme à bâtons

• **A retenir**

♦ Une série statistique quantitative discrète est généralement représentée par un diagramme à bâtons

10
minut
es

• Donner un temps de recherche aux élèves

• Il est souhaitable que la définition émane des élèves

• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

10
minut
es

• Donner un temps de recherche aux élèves

◆ Dans un diagramme à bâtons, à chaque valeur du caractère, on associe un bâton dont la hauteur est égale à l'effectif de cette valeur

c) Série statistique quantitative continue

• Activité

En testant 150 voitures pour étudier leur consommation d'essence (en litres) au 100 litres, on obtenu les résultats suivants

Consommation	[8 ;9[[9 ;10[[10 ;11[[11 ;12[[12 ;13[
Effectifs (n _i)					

Représenter cette série statistique par un histogramme

• A retenir

◆ Une série statistique quantitative continue est généralement représentée par un histogramme

◆ Dans un histogramme, à chaque classe du caractère, on associe un rectangle dont l'aire est proportionnelle à l'effectif de cette classe (si toutes les classes ont la même amplitude, la 2^{ème} dimension du rectangle est égale à l'effectif de cette classe)

d) Série chronologique

• Activité

Question 2 de l'activité 1 p 168

• Définition

Une série chronologique est une série de valeurs provenant d'une même variable observée à des instants régulièrement espacés dans le temps

➤ définition

Une série statistique est dite chronologique lorsque les valeurs du caractère sont des dates

➤ Représentation graphique

- on considère un repère d'axes perpendiculaires
- on porte les dates (x_i) sur l'axe des absc. et les effectifs (n_i) (ou les fréquences) sur l'axe des ord.
- la courbe est la réunion de tous les segments d'extrémités tous les points M(x_i, n_i)

• Il est souhaitable que la définition émane des élèves

• Donner un temps de recherche aux élèves

• Inciter les élèves à énoncer la définition.

• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

• Donner un temps de recherche aux élèves

• Inciter les élèves à énoncer la définition.

• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

10 minutes

10 minutes

Travail à la maison

Question 3 de l'activité 1 p 168

Aptitudes à développer	<ul style="list-style-type: none"> - Déterminer les paramètres de position d'une série statistique : médiane, quartiles, moyenne et mode. - Faire des interprétations et des comparaisons en exploitant ces paramètres.
-------------------------------	---

Supports pédagogiques	- ...
------------------------------	-------

Paragrophes	Démarche	Durée	Commentaire
	<p>Correction du travail à la maison (Question 3 de l'activité 1 p 168)</p> <p>Saisir l'occasion de la correction pour rappeler que:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Le coefficient multiplicateur C qui permet de passer de l'année i à l'année j est le quotient $\frac{n_j}{n_i}$ <p>Si par exemple ce quotient prend la valeur 1.3, on déduit qu' en l'année j, l'effectif a été multiplié 1.3 par rapport à l'année i: c'est-à-dire qu'il a augmenté de 30%</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ L'indice I permet la comparaison des valeurs qui n'ont pas le même ordre de grandeur. Il permet de connaître l'évolution d'une valeur à partir d'une date de référence appelée date de base <ul style="list-style-type: none"> • Si I est l'indice de l'année i, base 100 en l'année j et C est Le coefficient multiplicateur qui permet de passer de l'année i à l'année j alors I = 100.C 	10 minut es	<ul style="list-style-type: none"> • Les élèves participent à la correction • Valoriser les essais des élèves lors de la correction
<p>II) Paramètres de position d'une série statistique</p> <p style="margin-left: 20px;">1) Mode et médiane d'une série statistique</p>	<p>a) Activité Activité 5 p171</p> <p>b) Commentaires</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Le mode <p>i) Rôle Il indique la valeur (ou les valeurs) la plus fréquente du caractère. Il est exprimé en la même unité que les valeurs du caractère.</p> <p>ii) Détermination</p> <ul style="list-style-type: none"> ✚ Cas d'une série statistique quantitative à valeurs isolées: C'est la valeur du caractère qui lui correspond le plus grand effectif: c'est la 		

valeur la plus fréquente de la série.

✚ Cas d'une série statistique quantitative continue:

1. si toutes les classes ont la même amplitude.

c'est la classe du caractère qui lui correspond la plus grande fréquence (ou le plus grand effectif) :

2. si les classes n'ont pas la même amplitude.

c'est la classe k du caractère pour laquelle la fréquence (ou l'effectif) par unité d'amplitude

(la densité $d_k = \frac{n_k}{a_k}$) est la plus élevée.

✚ Cas d'une série statistique qualitative

C'est la modalité du caractère qui lui correspond le plus grand effectif: c'est la modalité la plus fréquente de la série

Remarques: une série statistique peut être multimodale.

c) activité d'application

Déterminer le(s) mode(s) de chacune de deux séries suivantes

1°) Les résultats de 50 lancers d'un dé dont les faces sont numérotées: 1, 2, 3, 4, 5 et 6 sont consignés dans le tableau ci-dessous:

Face obtenue	1	2	3	4	5	6
Effectif	6	11	11	8	5	9

2°) Une enquête portant sur l'ancienneté des salariés d'une entreprise a conduit aux résultats ci-dessous

Ancienneté	[0,10[[10,15[[15,20[[20,30[[30,40[
Effectif	16	16	25	8	5

▪ La médiane

i) Rôle

Elle permet d'avoir une idée sur la valeur du caractère qui partage la population en deux échantillons de même taille (ou presque). Elle est notée: Me (la série étant supposée rangée dans un ordre croissant)

Elle est exprimée en la même unité que les valeurs du caractère

ii) Détermination

✚ Cas d'une série statistique quantitative à k valeurs isolées:

• Si l'effectif total N est impair (N = 2p + 1) alors Me est la valeur du caractère

15
minut
es

• Vu l'horaire assez limité réservé à cette partie du programme, on pourrait présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application

Au cours de tous les paragraphes de cette séance, on essaiera de:

• Donner un temps de recherche aux élèves

• Inciter les élèves à énoncer la définition.

• Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité

• Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques,

prise par le $(p+1)$ - ème individu: $Me = x_{p+1}$

• Si l'effectif total N est pair ($N = 2p$) alors Me est la moyenne des valeurs du caractère prises par le p - ième et le $(p+1)$ - ième individus:

$$Me = \frac{x_p + x_{p+1}}{2}$$

✚ Cas d'une série statistique

quantitative continue:

• on détermine la classe à laquelle appartient Me : c'est la classe au bout de laquelle l'effectif cumulé croissant atteint ou dépasse la moitié de l'effectif total (ou la fréquence cumulée croissante atteint ou dépasse 50 %)

• on suppose qu'à l'intérieur de cette classe, la répartition est uniforme et par suite on déterminera Me par interpolation linéaire. On a alors

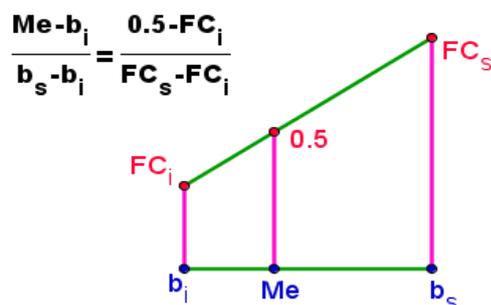
$$\frac{Me - b_i}{b_s - b_i} = \frac{0.5 - FC_i}{FC_s - FC_i}$$

b_i : borne inférieure de la classe;

b_s : borne supérieure de la classe;

FC_i : fréquence cumulée associée à la borne inférieure de la classe

FC_s : fréquence cumulée associée à la borne supérieure de la classe



✚ Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

Méthodes graphiques

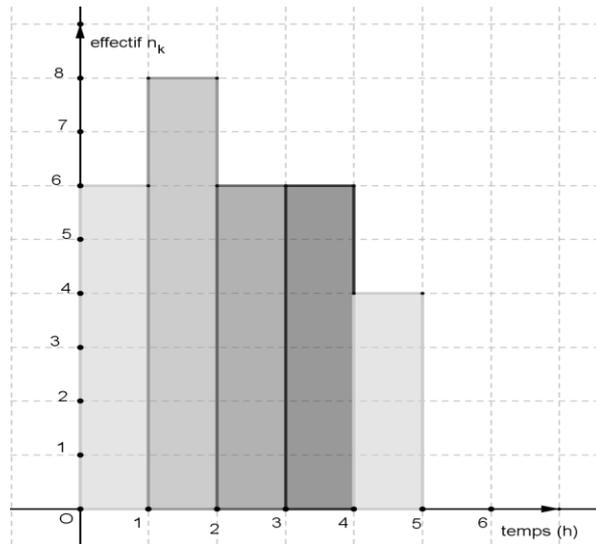
Me est l'abscisse du point d'intersection de

- ❖ Courbe des E.C.C et celle des E.C.D
- ❖ Courbe des F.C.C et celle des F.C.D
- ❖ Courbe des F.C.C et la droite d'équation $y = 0.5$
- ❖ Courbe des F.C.D et la droite d'équation $y = 0.5$

d) activité d'application

L'histogramme ci – dessous représente la répartition de 30 élèves d'une classe suivant le temps (en heure) qu'ils réservent à la révision de l'une des matières.

- 1°) Résumer ce graphique par un tableau
- 2°) Compléter ce tableau par la ligne des fréquences cumulées croissantes sous forme de rationnels
- 3°) a) Déterminer alors la classe qui contient la Médiane
b) Déterminer la médiane par le calcul
- 4°) a- Calculer l'aire totale des rectangles de l'histogramme
b- Déterminer l'équation de la droite D parallèle à l'axe des ordonnées qui partage cet histogramme en deux histogrammes de même aire



2) La moyenne

a) Activité

Activité 12 p176

b) Commentaires

i) Rôle

- Elle permet d'avoir une idée sur le centre de la série. Elle est notée: \bar{x} .
- Elle est exprimée en la même unité que les valeurs du caractère.

ii) Détermination

✚ Cas d'une série statistique quantitative à p valeurs isolées:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} (n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_p x_p) = \sum_{k=1}^p f_k x_k$$

✚ Cas d'une série statistique quantitative continue:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} (n_1 c_1 + n_2 c_2 + \dots + n_p c_p) = \sum_{k=1}^p f_k c_k$$

✚ Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

10
minut
es

c) Activité d'application

Les recettes R en dinars d'un grossiste selon ses

75 clients

au cours du mois de Janvier sont données par la distribution suivante:

Recette	[215,235[[235,255[[255,275[[275,295[[295,315[
Effectif	4	6	13	22	15

Recette	[315,235[[335,355[[355,375[
Effectif	6	5	4

1°) Déterminer le mode de cette série

2°) Déterminer la moyenne \bar{R} de cette série.

Interpréter le résultat

3) Quartiles

a) Activité

Activité 6 p172

b) Commentaires

i) Rôle

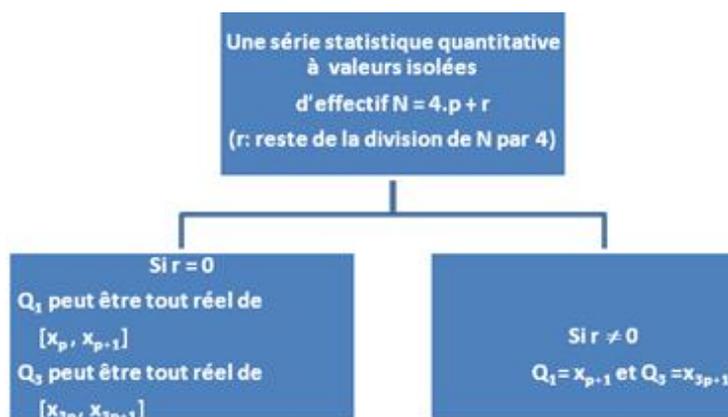
• Les quartiles sont les trois réels Q_1 , Q_2 et Q_3 qui partagent la population - d'après ses valeurs classées dans l'ordre croissant (ou décroissant) - en quatre séries de même effectif (ou presque).

Remarque: $Q_2 = Me$.

• L'intervalle interquartile est l'intervalle $[Q_1, Q_3]$. Son amplitude est appelée l'écart interquartile.

ii) Détermination

✚ Cas d'une série statistique quantitative à k valeurs isolées d'effectif N



✚ Cas d'une série statistique quantitative continue d'effectif $N = 4.p + r$

(r : reste de la division de N par 4)

• On détermine la classe à laquelle appartient Q_1 : c'est la classe au bout de laquelle l'effectif cumulé

10
minut
es

croissant atteint ou dépasse le quart de l'effectif total N (ou la fréquence cumulée croissante atteint ou dépasse 25 %)

• On suppose qu'à l'intérieur de cette classe, la répartition est uniforme et par suite on déterminera Q_1 par interpolation linéaire.

On a alors
$$\frac{Q_1 - b_i}{b_s - b_i} = \frac{0.25 - FC_i}{FC_s - FC_i}$$

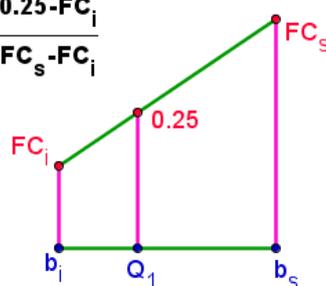
b_i : borne inférieure de la classe;

b_s : borne supérieure de la classe;

FC_i : fréquence cumulée associée à la borne inférieure de la classe

FC_s : fréquence cumulée associée à la borne supérieure de la classe

$$\frac{Q_1 - b_i}{b_s - b_i} = \frac{0.25 - FC_i}{FC_s - FC_i}$$



Méthodes graphiques

Q_1 est l'abscisse du point d'intersection de:

❖ Courbe des F.C.C et la droite d'équation $y = 0.25$

❖ Courbe des F.C.D et la droite d'équation $y = 0.25$

Remarque: on adoptera la même démarche pour déterminer Q_3 et en tenant compte des changements nécessaires

+ Cas d'une série statistique qualitative

On ne peut pas en parler: ça n'a pas de sens

D'après la signification de l'aire de l'histogramme, Q_1 , Me et Q_3 sont les trois valeurs qui coupent l'histogramme en quatre parties de même aire

c) Activité d'application

Le tableau ci – dessous résume la répartition des

accidents de la route dans un pays durant une année selon les heures de la journée.
 1°) Déterminer le 1er quartile de cette série
 2°) a) Représenter le polygone des fréquences cumulées croissantes
 b) En déduire Q3 et Me.
 c) Interpréter les valeurs obtenues pour Q1, Me et Q3

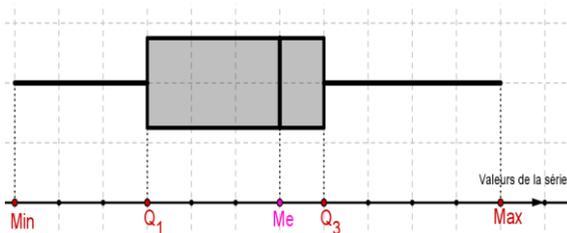
Période	[0,3[[3,6[[6,9[[9,12[[12,15[
Effectif	4550	3230	8220	9050	12040

Période	[15,18[[18,21[[21,24[
Effectif	16040	16820	10050

**III)
Diagramme en boîte**

a) Construction

Ce diagramme permet de visualiser la valeur minimale de la série, son 1er quartile, sa médiane, son 3ème quartile et sa valeur maximale. La largeur de la boîte qui représente 50% (ou presque) de l'effectif total est arbitraire. De cette boîte s'étirent deux moustaches représentées par deux segments jusqu'aux valeurs minimale et maximale.



b) Activité d'application

Activité 8 p 174

10
minutes

Travail à la maison

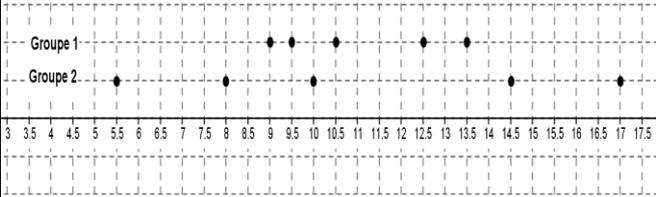
Exercice 4 p 196
 Exercice 10 p 197

Aptitudes à développer

- Déterminer les paramètres de dispersion d'une série statistique: étendue, variance, et écart-type.
- Faire des interprétations et des comparaisons en exploitant ces paramètres.
 - Savoir l'effet d'une application affine sur la moyenne, la variance et l'écart type d'une série statistique

Supports pédagogiques

- ...

Paragraphes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (Exercice 4 p 196 et Exercice 10 p 197)	10 minutes	.
IV) Paramètres de dispersion d'une série statistique 1) Introduction	<p>a) Activité</p> <p>Sur le graphique ci-dessous, sont représentées les notes de deux groupes d'une classe de 2^{ème} année Sciences en un même devoir:</p>  <p>1) Quelle impression vous donne ce graphique concernant les résultats du 2^{ème} groupe par comparaison avec ceux du 1^{er} groupe ?</p> <p>2) Calculer la note moyenne pour chaque groupe</p> <p>3) Ce résultat seul vous semble-t-il suffisant pour comparer les niveaux de ces deux groupes ?</p> <p>b) Commentaire</p> <p>Les paramètres de position sont insuffisants pour caractériser une série. Deux séries de même moyenne ne se répartissent pas nécessairement de la même manière autour de cette moyenne: l'introduction de nouveaux paramètres qui mesurent la dispersion des valeurs s'impose</p>	5 minutes	<ul style="list-style-type: none"> • Vu l'horaire assez limité réservé à cette partie du programme, on pourrait présenter ces définitions aux élèves sous forme d'un imprimé après les avoir rappelées et illustrées à travers les activités d'application <p>Au cours de tous les paragraphes de cette séance, on essaiera de:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Donner un temps de recherche aux élèves

<p>2) Étendu d'une série statistique</p>	<p>a) Définitions</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'étendue d'une série statistique à valeurs isolées est la différence entre la valeur maximale et la valeur minimale du caractère • L'étendue d'une série statistique continue est la différence entre la borne supérieure de la dernière classe (contenant les plus fortes valeurs du caractère) et la borne inférieure de la première classe (contenant les plus faibles valeurs du caractère) <p>b) Activité d'application</p> <p>Déterminer l'étendue de chacune des séries de notes de deux groupes d'élèves de l'activité du paragraphe précédent</p>	<p>5 minutes</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Inciter les élèves à énoncer la définition. • Habituer les élèves à essayer de déterminer l'ajout acquis suite à chaque activité • Initier les élèves à concevoir des moyens de résumer les acquis: schémas, graphiques, tableaux...
<p>3) Écart interquartile</p>	<p>a) Définition</p> <p>C'est la différence entre le 3ème quartile et le 1er quartile de la série étudiée : $Q_3 - Q_1$</p> <p>b) Activité d'application</p> <p>Déterminer l'écart interquartile de chacune des séries de notes de deux groupes d'élèves représentées par le graphique de l'activité du paragraphe 1 ci-dessus</p>	<p>5 minutes</p>	
<p>4) La variance</p>	<p>a) Activité d'approche</p> <p>On reconsidère les données de l'activité du paragraphe 1 ci-dessus (le graphique)</p> <p>1) En vous des résultats précédents, déterminer lequel de deux groupes a eu des notes plus dispersées par rapport à la moyenne ?</p> <p>2) On se propose de trouver un paramètre qui mesure plus précisément la dispersion des notes par rapport à la moyenne :</p> <p>a) Compléter la 2ème et la 3ème colonnes du tableau ci-dessous (Les xi sont les notes du premier groupe)</p> <p>b) Calculer la moyenne des carrés des erreurs (Utiliser la somme de la 3ème colonne)</p> <p> Cette moyenne est appelée la variance des notes du premier groupe (on la note V).</p> <p>c) Calculer la variance de la 2ème série</p>	<p>10 minutes</p>	

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	x_i^2
9			
9.5			
10.5			
12.5			
13.5			
Somme			

d) Compléter la 4^{ème} colonne du tableau puis calculer $\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2\right) - (\bar{x})^2$.
Que remarquez-vous ?

b) A retenir

- La variance qu'on note: V est la moyenne des carrés des écarts des valeurs du caractère par rapport à leur moyenne:

$$V = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$= \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2\right) - (\bar{x})^2$$

- Dans le cas d'un caractère continu, on remplacera dans les formules ci – dessus les x_i par les c_i : centres de différentes classes

Remarques

- La variance est toujours exprimée par un nombre positif
- La variance mesure la dispersion autour de la moyenne
- Elle n'est pas exprimée en la même unité que le caractère: si le caractère est le salaire en dinars alors sa variance sera exprimée en D^2 !: c'est pourquoi on préfère recourir à sa racine carrée qui est exprimée en la même unité: c'est **l'écart type**

5) L'écart type

a) Définition

- L'écart - type qu'on note: σ est la racine carrée de la variance.

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 \right) - \bar{x}^2}$$

▪ Dans le cas d'un caractère continu, on remplacera dans la formules ci – dessus les xi par les ci : centres de différentes classes

10
minu
tes

Remarques

- Il tient compte de toutes les observations
- Il exprime fidèlement la dispersion d'une série car il est peu sensible aux fluctuations d'échantillonnage

Interprétation

L'écart – type permet de comparer la dispersion de deux séries de même ordre de grandeur

Attention:

si deux séries statistiques n'ont pas le même ordre de grandeur alors celle qui prend les plus grandes valeurs aura le plus grand écart – type mais cela ne signifie pas que ses valeurs sont plus dispersées (Pour faire des comparaisons il faut définir un autre paramètre qui est hors programme)

b) Activité d'application

Benjamin	3	5	7
Cadet	5	10	15
Aîné	8	10	12

L'aîné et le cadet d'une famille sont deux élèves du lycée où le barème du contrôle continu contient vingt points. Le benjamin est encore à l'école primaire où on est noté suivant un barème de dix points. Le tableau ci-dessus résume les résultats de trois premiers devoirs de chacun de ces enfants.

On désignera par X, Y et Z les séries des notes respectives du benjamin, cadet et l'aîné.

1°) Calculer la moyenne de chacune de ces trois séries

2°) Classer – si c'est possible - ces trois frères par ordre de grandeur croissant d'irrégularité du travail

V) Effet d'une application affine sur la moyenne, la variance et l'écart type d'une série statistique

a) Activité d'approche

Activité 19 p 179

b) A retenir

Etant donnés deux réels a et b et une série statistique de taille n, de moyenne \bar{X} , de variance V et d'écart – type σ et ayant pour valeurs: (x_1, x_2, \dots, x_p) alors la série (y_1, y_2, \dots, y_p) telle que pour tout indice i les valeurs x_i et y_i ont le même effectif : n_i alors

10 minutes

$y_i =$	$(b + x_i, n_i)$	(ax_i, n_i)	$(ax_i + b, n_i)$
Moyenne	$\bar{x} + b$	$a\bar{x}$	$a\bar{x} + b$
Variance	V	a^2V	a^2V
Écart type	σ	$ a \sigma$	$ a \sigma$

Travail à la maison

- Activité 26 p 185
- Exercice 4 p 188
- Exercice 11 p 198

Chapitre 19 :	Statistiques	Séance n° : 4	Durée : 1 h
---------------	---------------------	---------------	-------------

Aptitudes à développer	- Résoudre des exercices intégratifs
------------------------	--------------------------------------

Supports pédagogiques	- ...
-----------------------	-------

Paragrophes	Démarche	Durée	Commentaire
	Correction du travail à la maison (Exercice 4 p 196 et Exercice 10 p 197)	10 minutes	<ul style="list-style-type: none"> Faire participer les élèves à la correction
VI) Simulation d'une expérience aléatoire 1) Simulation d'expériences aléatoires	<ul style="list-style-type: none"> Une simulation... c'est quoi? Trop coûteuses ou trop dangereuses, certaines expériences scientifiques (par exemple en technologie nucléaire) ne peuvent pas être réalisées. Parfois le modèle théorique est jugé insuffisant. On aura alors recours à une expérience virtuelle: la simulation Exemples Exemples avec une calculatrice simuler le lancer d'une pièce de monnaie (apparition de « PILE » ou « FACE » en utilisant la touche RANDOM d'une calculatrice Exemples avec le tableur Excel Liste de certaines commandes (fonctions) <ul style="list-style-type: none"> Alea(): affiche un nombre au hasard entre 0 et 1 exclu Alea()*n: affiche un nombre au hasard entre 0 et n exclu Ent(): donne la partie entière d'un nombre Ent(Alea()*n): affiche un entier au hasard entre 0 et n exclu Simuler le jet d'une pièce avec Excel : Dans la case A1: écrire la formule : 		<ul style="list-style-type: none"> Tous ces exemples sont présentés à titre indicatif et il revient au professeur d'en choisir ce qu'il juge opportun

=SI(ALEA()<0,5;"PILE";"FACE").
ALEA() est un nombre aléatoire compris entre 0 et 0,99999999 que l'ordinateur tire à notre place.
Il y a donc 1 chance sur 2 que ce nombre soit plus petit que 0,5.
Dans ce cas, la réponse affichée dans la case est PILE, et dans le cas contraire FACE.

Etendre la simulation à 10 jets consécutifs de la même pièce :

Edition /Copier
Cliquer en maintenant appuyé sur la zone de A2 à A10 : elle passe en surbrillance
Edition Coller
Les 10 premières cases de la colonne prennent des valeurs aléatoires équiprobables parmi PILE ou FACE.

Retirer 10 nouvelles valeurs au hasard :

Cliquer en haut dans la barre de formule
Touche Entrée
Les 10 nouvelles valeurs tirées sont affichées à la place des anciennes.

Préparation du tableau des effectifs :

Ecrire PILE en case D1, FACE en case E1, et Effectifs en case C2
Dans la case D2 : écrire la formule :
=NB.SI(\$A\$1:\$A\$1000;"=PILE")
Dans la case E2 : écrire la formule :
=NB.SI(\$A\$1:\$A\$1000;"=FACE")
La fonction NB.SI parcourt toutes les 1000 cases désignées, y compris les cases vides. Elle compte le nombre des cases dont le résultat est exactement PILE (resp. FACE) et l'affiche.

Préparation du graphique :

Passer la zone rectangulaire de D1 à E2 en surbrillance
Cliquer en haut l'icône de l'Assistant graphique
Type de graphique : Secteurs
Suivant ... Titre du graphique : Résultats des tirages ... Terminer
Le graphique en forme de camembert apparaît.
Il traduit bien visuellement les proportions relatives de PILE et FACE

Observation des fluctuations des fréquences à taille d'échantillon

constante :

Retirer 10 nouvelles valeurs et observer la nouvelle répartition de PILE et FACE : que constate t'on ?

Observation de l'influence de la taille de l'échantillon :

Créer un tirage de $N = 20$ valeurs de PILE ou FACE en copiant la formule en A10 dans la zone de A11 à A20

Observer alors les fluctuations comme précédemment.

Puis refaire la même chose avec $N = 50$; $N = 100$; jusqu'à $N = 200$.

Que peut-on dire des variations de fréquences quand la taille N de l'échantillon augmente ?

Liens à consulter:

[Ch19- Fig\Lancer d'un dé parfait.xls](#)

[Ch19- Fig\Lancer d'une pièce de monnaie.xls](#)

Lien sur Internet:

<http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/simulationde-lancers-dun-de-parfait/>

 **Exemples avec le tableur de GeoGebra**

Lien sur Internet:

<http://mongeogebra.com/ggbg/2014/08/15/le-menu-tableur-du-geogebra-version-3-2/>

a) Activité d'approche

Activité 26 p 185 (travail à la maison)

b) Commentaires

- On amène les élèves à observer que les résultats des fréquences ne sont pas les mêmes pour des échantillons différents (à petite taille et même si cette taille est constante)

- Les fréquences des échantillons à grande taille se rapprochent à des valeurs théoriques bien précises (des probabilités).

2) Fluctuation d'échantillonnage