

Exercice N°1 : (8 pts)

Soit $f(x) = \left(\cos x + \frac{1}{\cos x}\right)^2 - \operatorname{Tg}^2 x$; avec $x \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$

1-/ Calculer $f(\pi)$ et $f\left(\frac{2\pi}{3}\right)$.

2-/ a) Montrer que : $f(x) = \cos^2 x + 3$.

b) En déduire que pour $x \in [0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ on a : $3 < f(x) \leq 4$

3-/ Soit $g(x) = \sin^2 x + \cos x + 3$

a) Montrer que : $f(x) - g(x) = 2\cos^2 x - \cos x - 1$.

b) Résoudre dans $[0, \pi]$: $f(x) = g(x)$.

4-/ Soit a un réel de $[0, \pi] \setminus \left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ tel que $\operatorname{Tga} = -2\sqrt{2}$

Calculer $\cos a$, $\sin a$ puis $g(a)$.

5-/ Soit $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8}$ et $B = \cos \frac{\pi}{8} + \cos \frac{7\pi}{8}$

a) Calculer A et B .

b) En déduire alors que : $f\left(\frac{\pi}{8}\right) + g\left(\frac{7\pi}{8}\right) + \cos \frac{\pi}{8} = 7$.

Exercice N°2 : (12 pts) (les parties I – et II – sont indépendantes)

On considère $\mathbf{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan .

I – Soit les points $E(4, -2)$; $F(6, 0)$ et $G(0, 2)$.

1-/ a) Montrer que \overrightarrow{EF} et \overrightarrow{EG} sont orthogonaux.

b) En déduire que E , F et G appartiennent à un même cercle ζ de centre $I(3, 1)$ et dont on déterminera le rayon \mathcal{R} .

2-/ a) Ecrire une équation cartésienne de la droite Δ passant par E et parallèle à (FG) .

b) Calculer la distance de point I à la droite Δ .

c) Ecrire une équation du cercle ζ' de centre G et tangent à Δ .



II – Soit $\alpha \in [0, \pi]$, on donne les droites D_1 et D_2 d'équations respectives :

$$D_1 : (1 - \sin\alpha).x - \cos\alpha.y + \frac{1}{2} = 0 \quad \text{et} \quad D_2 : (1 + \sin\alpha).x - \cos\alpha.y + 3 = 0 \quad .$$

1-/ Déterminer α pour que $D_1 \perp D_2$

2-/ Soient les points : $A(\sin\alpha, \cos\alpha)$ et $B(\cos\alpha, -\sin\alpha)$.

a) Déterminer α pour que $A \in D_1$.

b) Montrer que pour tout $\alpha \in [0, \pi]$: $BA = \sqrt{2}$

3-/ Soit ξ l'ensemble des points $M(x, y)$ vérifiant : $x^2 + y^2 - (2\cos\alpha).x + (2\sin\alpha).y - 1 = 0$

Montrer que ξ est un cercle de centre B et de rayon BA .

4-/ On prend $\alpha = \frac{5\pi}{6}$

a) Vérifier que l'équation cartésienne de D_1 est : $x + \sqrt{3}y + 1 = 0$

b) Déterminer les coordonnées du point A **et** l'équation de cercle ξ .

c) Montrer que ξ et D_1 se coupent en deux points A et A' dont on déterminera les coordonnées du point A' .

Bon Travail