Généralités sur les fonctions

EXERCICE N°1

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes:

$f(x)=\dfrac{x-1}{|x|^2-x}$; $g(x)=\dfrac{\sqrt{1-x}+4}{x-1}$; $h(x)=\dfrac{3x\sqrt{x}}{x^2+1}$; $k(x)=\dfrac{2x-1}{3x^2-x+1}$

$m(x)=\sqrt{3x^2+2x-5}$; $R(x)=\dfrac{\sqrt{x+2}+1}{\sqrt{x-4}-2}$ $P(x)=\dfrac{2|x|}{3\sqrt{x}-2}$

EXERCICE N°2

Même question que l'exercice N°1

$f(x)=\dfrac{1-|x|}{\sqrt{2}-|4x-1|}$; $g(x)=\dfrac{3x+\sqrt{5}}{|x^2-5|}$; $h(x)=\dfrac{3\sqrt{|x|+2}}{x^4+6}$; $p(x)=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+2}$

EXERCICE N°3

On considère la fonction : $\begin{array}{l} f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \\ x \mapsto x^2 - 2x + c \end{array}$

1- Déterminer c pour que la courbe représentative de f passe par A(1,4)

2- On pend c=5 ; étudier les variations de f sur l'intervalle [-3,1]

EXERCICE N°4

Etudier les variations de la fonction f définie par $f(x)=-x^2+4x+5$ sur $]-\infty,2]$ et $[2,+\infty[$

EXERCICE N°5

Déterminer le domaine de définition de la fonction f définie par:

$f(x)=\dfrac{1}{4-x}$ puis étudier les variations de f sur les intervalles $]-\infty,4[$ et $]4,+\infty[$

EXERCICE N°6

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=ax^2+bx+5$ ($a\in IR$, $b\in IR$)

1- Déterminer a et b pour que la représentation graphique de f coupe la droite des abscisses aux points d'abscisses -1 et 5

2- On donne a = -1 et b = 4 ,étudier les variations de f sur chacun des intervalles [-1,2] et [2,5]

EXERCICE N°7

Etudier les variations de la fonction f définie sur IR par $f(x)=-x^2+4x+5$ sur chacun des intervalles $]-\infty,2]$ et $[2,+\infty[$

EXERCICE N°8

Etudier les variation de la fonction f définie sur IR-{-3} par $f(x)=\dfrac{x-5}{x+3}$ sue chacun des intervalles $]-\infty,3[$ et $]-3,+\infty[$

EXERCICE N°9

Soient a et b deux réels et la fonction : $\begin{array}{l} f: \mathbb{R}\to\mathbb{R} \\ x\mapsto \dfrac{ax+1}{x+b}\end{array}$

1- Déterminer les réels a et b pour que l'on ait f(1)=0 et f(2)=1

2- Pour les valeurs de a et b trouvées, étudier les variations de la donction f sur chacun des intervalles du domaine de définition.

EXERCICE N°10

Soit la fonction f définie de IR dans IR par : $f(x)=\dfrac{2x-5}{x-4}$

1- Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty,4[$

2- Soit g la fonction définie par $g(x)=(x+4)^2+f(x)$

En utilisant la 1ère question déterminer le sens de variation de g sur $]-\infty,4[$

EXERCICE N°11

Soit la fonction f définie sur IR par f(x)= $\dfrac{ax+b}{x-1}$ où a et b sont des réels

1- Déterminer Df

2- Déterminer a et b pour que Cf passe par A(2;-1) et B(3;1/2)

3- On donne a=2 et b=-5

a) Vérifier que pour tout réel x de Df on a f(x)=2 - $\dfrac{3}{x-1}$

b) Etudier les variations de f sur]- ∞ ;1[et]1;+ ∞ [

EXERCICE N°12

Soit la fonction f définie sur IR par f(x)= $\sqrt{3x-2}$

1- Déterminer Df

2- Dresser le tableau de variations de f

EXERCICE N°13

Soit la fonction : $\begin{aligned} f : IR &\to IR \\ x &\mapsto \dfrac{x^2-4}{|x|+2} \end{aligned}$

1- Déterminer Df

2- Etudier les variations de f sur IR+ puis sur IR-

3- Représenter graphiquement la fonction f

EXERCICE N°14

L'unité étant le cm. Soit ABC un triangle isocèle et rectangle en A tel que AC=AB=8

Soit M un point du segment [AB]. On pose AM=x . La perpendiculaire à (AB) passant par M coupe (BC) en E et la perpendiculaire à (AC) passant par E coupe (AC) en F .

1- Exprimer à l'aide de x la mesure S(x) de l'aire du quadrilatère AMEF.

2- Etudier le sens de variations de S sur chacuun des intervalles [0,4] et [4,8]

3- Déterminer la position du point M sur le segment [AB] pour que S(x) soit inférieure ou égale à 12

4- Quelle est la position du point M sr le segment [AB] pour que S(x) soit maximale ; indiquer alors la nature du quadrilatère AMEF

Etude de fonctions :

EXERCICE N°1

Soient les fonctions :

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto -2x^2 \qquad\qquad x \mapsto -5x+2$$

1- Etudier et représenter graphiquement f et g dans un même RON

2- Résoudre graphiquement l'équation f(x)=g(x).

EXERCICE N°2

1- Etudier et représenter graphiquement dans un repère orthonormé.

la fonction f définie sur IR par $f(x)= x^2$

2- Soit la fonction : $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto x|x|$

a) Tracer la courbe représentative de g dans le même repère.

b) En déduire les variations de la fonction g sur IR.

EXERCICE N°3

Soit la fonction : $f(x)=x^2-3x|x|$.

1- Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty;0]$ et $[0;+\infty[$

2- Représenter graphiquement f dans un repère Orthonormé(O,i,j)

EXERCICE N°4

Soit un triangle ABC tel que AB=AC=5 et BC=6 (cm) .Par un point M du segment [AB] on mène la parallèle à la droite (BC) qui coupe (AC) au point N. On pose AM=x.

1- Calculer en fonction de x la mesure f(x) de l'aire du trapèze BCNM

2- Etudier et représenter graphiquement dans un repère orthonormé (O,i,j) la fonction

qui à x associe f(x).

3- Déterminer graphiquement la valeur de x pour laquelle l'aire du trapèze BCNM est la moitié de l'aire du triangle ABC.

EXERCICE N°5

Soient les fonctions définies sur IR par :

$f(x)= x^2$ et $g(x)=-x^2 +2$.

1) Etudier les fonctions f et g et tracer dans le même repère orthonormé leurs courbes représentatives ***C et C'***.

2) Calculer les coordonnées des points d'intersection de ***C et C'***

3) Soit la fonction h définie sur IR par : h(x)= Sup(f(x),g(x)).

   a) Tracer la courbe représentative de la fonction h.

   b) Etudier les variations de h .

   c) Indiquer suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation h(x)=m .

EXERCICE N°6

Soit la fonction définie sur IR par :

f(x)=-x +1 si x 1

f(x)=x-1 si x > 1

1- Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty ;0]$

$[0 ;1]$ et $]1,+\infty[$

2- Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

3- Résoudre dans IR les équations : f(x)=0 ; f(x)=1

4- Résoudre graphiquement les inéquations : f(x) <0 et f(x)>1

EXERCICE N°7

1- Etudier les variations de la fonction f définie sur IR par : $f(x)= -x^2 +3$

2- Tracer dans un RON (O,i,j) la courbe représentative ***C*** de f et la

droite ***D*** d'équation $y=-2x-3$.

3- Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe ***C*** et de la droite ***D***

4- Résoudre graphiquement l'inéquation : $-x^2+2x+6<0$.

EXERCICE N°8

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=-2x^2+1$

1- Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative ***C*** dans un repère Orthonormé .

2- En déduire la courbe représentative de la fonction g définie sur IR par :

$g(x)=|-2x^2+1|$.Dressez le tableau des variations de g .

3- Déterminer suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation $|-2x^2+1|=m$.

EXERCICE N°9

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=(x-1)^2$

1- Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative ***C*** dans un RON (O,i,j).

2- Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe

C et de la droite ***D*** d'équation $y = -x+1$. Tracer ***D***.

3- En déduire la courbe représentative de la fonction g définie sur R par : $g(x)=\inf(f(x),-x+1)$. Quel est le sens de variation de g sur IR.

EXERCICE N°10

Soient les fonctions f et g définies sur IR par :

$f(x)=x^2$ et $g(x)=2(x-3)^2$

1- Etudier les variations de chacune des fonctions f et g et tracer leurs courbes représentatives ***C et C'*** dans un même repère

2- Calculer les coordonnées des points d'intersections de ***C et C'***

3- Soit la fonction h définie sur IR par h(x)=sup(f(x),g(x))

a) Tracer la courbe représentative de la fonction h ; en déduire le tableau de variation de h.

b) Déterminer suivant les valeurs du réel m le nombre de solutions de l'équation h(x)=m.

EXERCICE N°11

Soit la fonction f définie sur IR par $f(x)=-(x+3)^2$

1- Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative ***C*** dans un RON (O,i,j).

2- Soit $g(x)=-x^2 + 6x + 11$

Vérifier que g(x)=f(x)+2 .En déduire la représentation graphique de g.