

FONCTIONS POLYNOMES DE DEGRE 2

a) Définition :

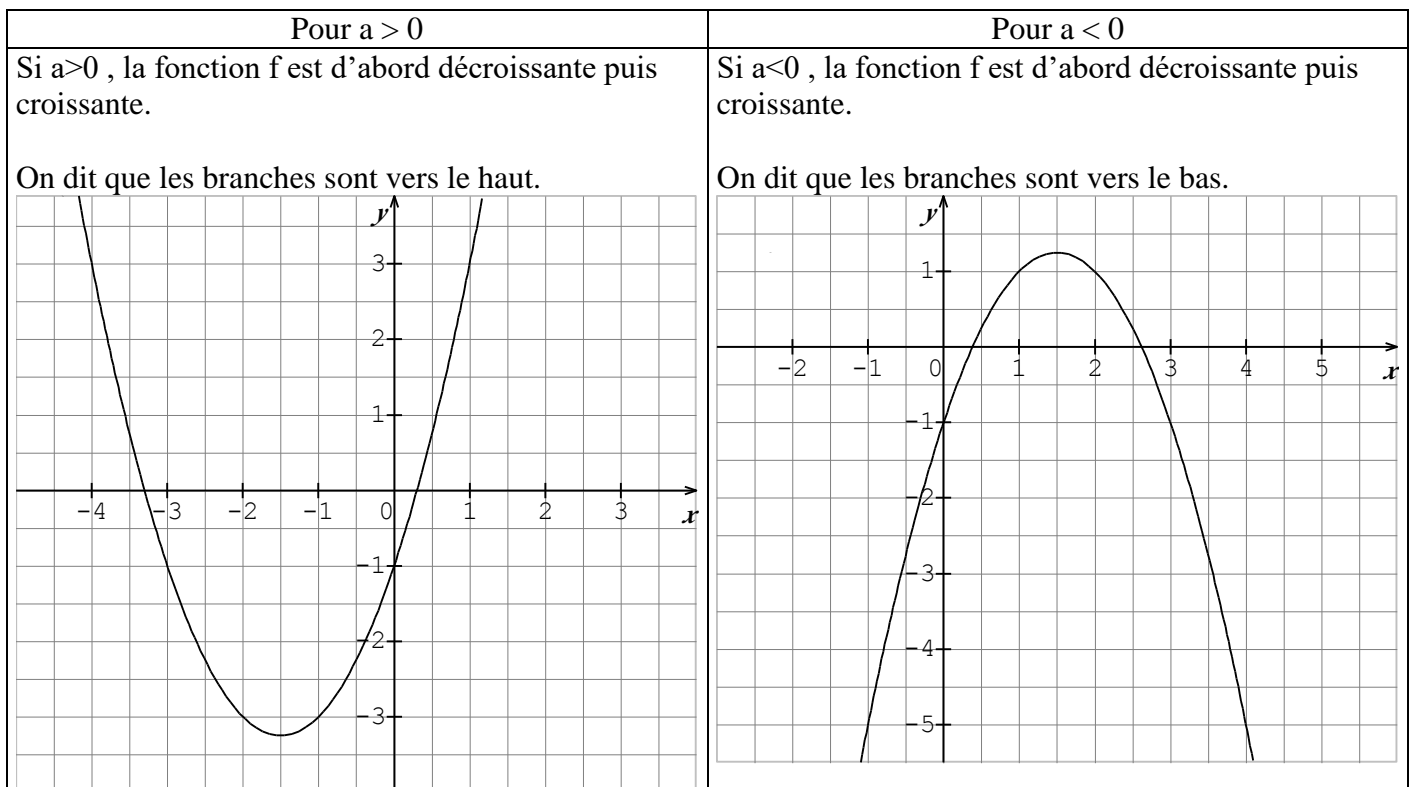
Une fonction polynôme (ou trinôme) du second degré est une fonction qui à tout réel x associe $ax^2 + bx + c$ avec a, b, c des réels et $a \neq 0$.

On la note : $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$

Elle est définie pour tous les réels x : $D_f = \mathbb{R}$.

b) Courbe représentative :

La courbe de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$ est une **parabole** dont le sens dépend du signe de a .



Cette courbe admet un axe de symétrie parallèle à l'axe des ordonnées et 'équation : $x = -\frac{b}{2a}$.

Le sommet de cette courbe est le point de coordonnées : $(-\frac{b}{2a}; f(-\frac{b}{2a}))$.

c) Extremum :

Pour $a > 0$	Pour $a < 0$
<p>La fonction f admet un <u>minimum</u> en $-\frac{b}{2a}$ qui vaut $f(-\frac{b}{2a})$.</p> <p>C'est à dire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq f(-\frac{b}{2a})$.</p>	<p>La fonction f admet un <u>MAXIMUM</u> en $-\frac{b}{2a}$ qui vaut $f(-\frac{b}{2a})$.</p> <p>C'est à dire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \leq f(-\frac{b}{2a})$.</p>

Exercice : On considère la fonction $f : x \mapsto -x^2 - 2x + 1$.

a) Déterminer les antécédents de 1 par f .

b) **Vérifier que $f(x) = 2 - (x + 1)^2$. En déduire que f admet un maximum dont on précisera la valeur.**

c) Dresser le tableau de variation de f sur $] -\infty ; +\infty [$; Tracer la courbe représentative sur $[-3 ; 1]$.

FONCTIONS $f : x \mapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $a (\neq 0)$, α et β des réels fixés.

a) Forme canonique d'une fonction polynôme du second degré :

Développer :

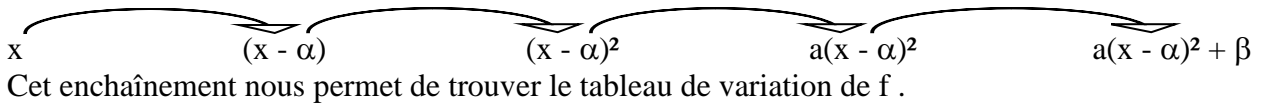
$$a(x - \alpha)^2 + \beta = a(x^2 - 2\alpha x + \alpha^2) + \beta = ax^2 - 2a\alpha x + a\alpha^2 + \beta = ax^2 + bx + ac$$

On dit que $a(x - \alpha)^2 + \beta$ est la **forme canonique** du polynôme $ax^2 + bx + ac$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{avec} \\ b = -2a\alpha \\ \text{et} \\ c = a\alpha^2 + \beta \end{array} \right.$$

b) Sens de variation :

La fonction f est **définie sur \mathbb{R}** par l'enchaînement suivant : (en respectant les priorités de calculs)



CAS où $a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$x \mapsto x - \alpha$			
Explications			
$x \mapsto (x - \alpha)^2$			
Explications			
$x \mapsto a(x - \alpha)^2$			
Explications			
$x \mapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$			

CAS où $a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$x \mapsto x - \alpha$			
Explications			
$x \mapsto (x - \alpha)^2$			
Explications			
$x \mapsto a(x - \alpha)^2$			
Explications			
$x \mapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$			

Propriété : **Variations de la fonction $f : x \mapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$**

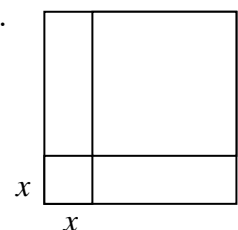
Si $a > 0$ alors la fonction f sur et sur

Si $a < 0$ alors la fonction f sur et sur

Exercice : On dispose d'un terrain carré de 8 hm de côté découpé en quatre parcelles.

On note $A(x)$ l'aire du domaine hachuré.

1. A quel intervalle appartient x ?
2. Montrer que $A(x) = 2(x - 4)^2 + 32$
3. Quel est le minimum de cette aire ?



c) Représentation graphique de f :

Activité : A l'aide de votre calculatrice tracer les courbes des fonctions suivantes.

Comment s'appelle ce type de courbe ?

Comparer à la parabole d'équation $y = x^2$, que remarquez-vous pour le sommet de la courbe ?

Et pour les variations de la fonction ?

$f(x) = a x^2$	$F(x) = (x - \alpha)^2$	$f(x) = x^2 + \beta$
$f_1(x) = x^2$	$f_1(x) = x^2$	$f_1(x) = x^2$
$f_2(x) = 2x^2$	$f_2(x) = (x - 1)^2$	$f_2(x) = x^2 + 1$
$f_3(x) = 0.5x^2$	$f_3(x) = (x - 3)^2$	$f_3(x) = x^2 + 3$
$f_4(x) = -x^2$	$f_4(x) = (x + 1)^2$	$f_4(x) = x^2 - 1$
$f_5(x) = -3x^2$	$f_5(x) = (x + 2)^2$	$f_5(x) = x^2 - 2$

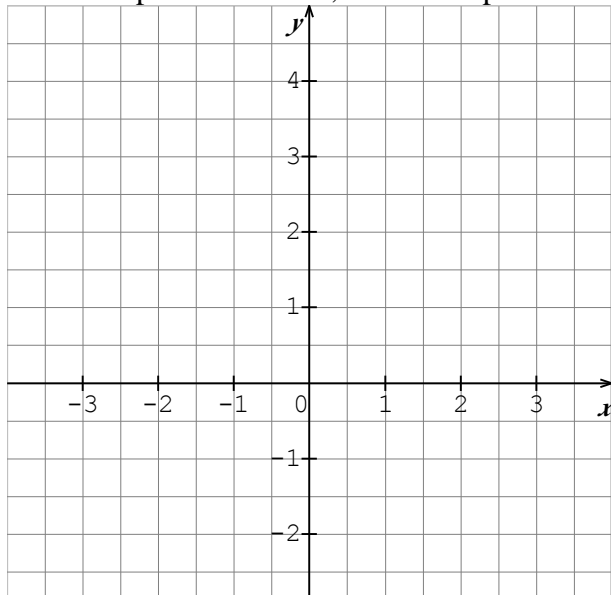
Définition :

Dans un repère orthonormé, la représentation graphique de la fonction $f : x \mapsto a(x - \alpha)^2 + \beta$ avec $a \neq 0$, est une de sommet S (..... ;

De plus si $a > 0$ alors	De plus si $a < 0$ alors
.....

Exercice :

Dans le repère ci dessous, tracer la représentation graphique de f définie sur IR par $f(x) = 4 - (x - 1)^2$



Etape 1 : Les coordonnées du sommet

Etape 2 : Calculer les coordonnées de quelques points.

x						
f(x) = y						