

Exercice 1

Soit ABC un triangle.

1/ Construire  $C' = t_{\overline{AB}}(C)$  et  $P = t_{\overline{AC}}(C)$

2/ Quelle est l'image de la droite (AC) par la translation  $t_{\overline{AB}}$ . Justifier

3/ Soit le cercle  $\zeta(C, CA)$ . Montrer que  $P \in \zeta$

4-a/ Construire le cercle ( $\zeta'$ ) image de ( $\zeta$ ) par  $t_{\overline{AB}}$

b/ Montrer que  $P \in \zeta'$

5/ La droite (BC') recoupe ( $\zeta'$ ) en P'. Montrer que  $t_{\overline{AB}}(P) = P'$ .

Exercice 2

Soit ABC un triangle. On pose  $I = A * B$  et  $J = A * C$ .

On considère l'application f du plan dans lui même qui à tout point M on fait correspondre le point M' tel que :

$$\overline{MM'} = 2\overline{IM'} - 2\overline{JM'}$$

1/ Construire le point A' image de A par f.

2-a/ Montrer que f est une translation dont on déterminera le vecteur

b/ Montrer que  $f(B) = C$

3-a/ Construire le point A'' =  $t_{\overline{CB}}(A)$  b/ Montrer que  $A = A' * A''$

Exercice 3

On considère le triangle ABC et G le barycentre des points pondérés (A,4) et (C,1).

1/ Construire le point G

2/ Construire le point D tel que  $D = t_{\overline{BG}}(C)$

3/ Les droites (GC) et (BD) se coupent en I

a/ Prouver que  $I = G * C = B * D$

b/ Montrer que I est le barycentre des points pondérés (A,2) et (C,3).

4/ Déterminer, dans chaque cas, l'ensemble des points M du plan tels que :

$$\|4\overline{MA} + \overline{MC}\| = \|2\overline{MA} + 3\overline{MC}\|$$

$$\|\overline{MB} + \overline{MD}\| = 2$$

5/ Déterminer et construire le point H tel que :  $4\overline{HA} + \overline{HC} + 5\overline{HB} = \vec{0}$

6/ Soient les points P et Q tels que :  $\overline{CP} = \frac{3}{2}\overline{CB}$  et  $\overline{GQ} = \frac{3}{2}\overline{GD}$

a/ Montrer que  $\overline{IP} + \overline{IQ} = \vec{0}$

b/ En déduire que les trois droites (PQ), (AC) et (BD) sont concourantes

Exercice 4

Soient les polynômes :  $P(x) = -x^3 + 2x^2 + 11x - 12$  et  $Q(x) = x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24$

1) a) Trouver une racine apparente de P b) Factoriser P(x) c) Résoudre dans IR, l'inéquation :  $P(x) \leq 0$

2) a) Vérifier que 2 et -3 sont deux racines de Q b) Factoriser Q(x)

c) Résoudre dans IR, l'inéquation  $\frac{Q(x)}{x-2} \geq 0$

3) Soit le polynôme  $A(x) = (x-2)P(x) - (x-1)Q(x)$

Factoriser A(x). En déduire le degré de A

4) Soit  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   $x \mapsto f(x) = \frac{x^3 + x^2 - x + 1}{\sqrt{2x^3 - 4x^2 - 22x + 24}} + \frac{3x^2 - 2x + 5}{x^4 + x^3 - 2x^2 + 4x - 24}$  Déterminer l'ensemble de définition de f.