Classe : 2 ème Science	SERIE D' EXERCICES Barycentre	Mme :Yahmadi Sonia Ascolaire : 2010/2011

Rappels de cours :

Barycentre de deux points pondérés :

A et B deux points du plan , a et b sont deux réels tels que $a+b \neq 0$.
Le barycentre des points pondéré (A, a) , (B, b) est le point G défini par : $a\overrightarrow{GA} + b\ \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{0}$.

- Pour placer G
  on peut utiliser l'une des égalités vectorielles suivantes : $\overrightarrow{AG} = \frac{b}{a+b}\overrightarrow{AB}$ ou $\overrightarrow{BG} = \frac{a}{a+b}\overrightarrow{BA}$

- Une transformation d'écriture utile :
  Pour tout point M du plan , on a : $a\overrightarrow{MA} + b\ \overrightarrow{MB} = (a+b)\overrightarrow{MG}$.
- Multiplication des coefficients par un même réel :
  Si k est un réel non nul , le barycentre de (A , a) , (B , b) est aussi celui de(A , ka) , (B ,k b) .

- Propriétés de position :
  +) $G \in (AB)$
  ++) Si a et b sont de même signe , alors : $G \in [AB]$.
  +++) Si a et b sont de signes contraires , alors $G \notin [AB]$.
  ++++) si $|a| \succ |b|$, alors G est plus proche de A que B .

- Cas particulier :
  +) le milieu de [AB] est le barycentre de (A , a) , (B , a) avec $a \neq 0$.
  (on dit aussi l'iso barycentre de A et B .)
  ++) le barycentre de (A , 2) , (B , -1) est le symétrique de B par rapport à A.

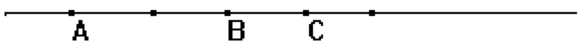
- Coordonnées :
  Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.
  Posons A (x_A, y_A) , B (x_B, y_B) et C (x_C, y_C) , on a : $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{a+b}(a\overrightarrow{OA} + b\overrightarrow{OB})$
  Alors $\begin{cases} x_G = \frac{1}{a+b}(a\,x_A + b\ x_B) \\ y_G = \frac{1}{a+b}(a\,y_A + b\ y_B) \end{cases}$

Barycentre de trois points pondérés :

A , B et C trois points du plan , a , b et c sont trois réels tels que $a+b+c \neq 0$.
Le barycentre des points pondérés (A, a) , (B, b) , (C , c) est le point G défini par :
$a\overrightarrow{GA} + b\ \overrightarrow{GB} + c\overrightarrow{GC} = \overrightarrow{0}$.

Exercice 1 : (Q.C.M)

1. Soit la figure ci -contre :



   a) B est le barycentre de (A, 1), (C , 2)
   b) A est le barycentre de (B, 3), (C , 2)
   c) A est le barycentre de (B, -3), (C , - 2)

2. Pour tout réel x, le barycentre des points pondérés (A, x^2+1) et (B, $x^2 + 2x + 2$)
   a) appartient au segment [AB].
   b) appartient a [AB).
   c) appartient a [BA).

Exercice 2 : Vrai – faux :

Soient A,B et C trois points deux à deux distincts .

1- le barycentre G de (A, $\frac{3}{4}$) , (B , 2) est aussi celui de (A,-3) , (B , -8).

2- Si G est le barycentre de (A,2) , (B , $\sqrt{2}$) est aussi celui de (B,3) , (C , $\sqrt{3}$)
alors A, B et C sont alignés .

3- le barycentre de (A, $-\frac{\sqrt{2}}{2}$), (B , $\frac{1}{\sqrt{2}}$) appartient à la droite (AB) .

Exercice 3 :

A, B et C trois points non alignés, I le milieu de [BC] .
Soit H barycentre de (B, 3) et (C, -2) et K le barycentre de (A , 1) et (B, 3) .

1. Construire les points H et K .
2. Soit le point G tel que $\overrightarrow{GA} + 3\,\overrightarrow{GB} - 2\,\overrightarrow{GC} = \vec{0}$
   a- Montrer que G est le barycentre de (A , 1) et (H , 1) .
   b- En déduire la position de G sur le segment [AH]
3. Montrer que G , K et C sont alignés .
4. a- Exprimer, pour tout point M du plan, le vecteur $\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB} - 2\,\overrightarrow{MC}$ en fonction de $\overrightarrow{MG}$.
   b-Déterminer et construire $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M tels que :
   $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MB} - 2\,\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 4 :

AB C est un triangle, I le milieu de [AB].
Soit H barycentre de (B, 3) et (C, -2) et K le barycentre de (A , 1) et (B, 3) .

1. Construire le point E barycentre de (B, 1) et (C, 2)
2. Soit le point H du plan tel que $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + 2\,\overrightarrow{HC} = \vec{0}$
   a- Montrer que H est le milieu de [IC] .
   b- Montrer que le point H est le barycentre de (A , 1) et (E , 3)
1. Soit le point F défini par $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\,\overrightarrow{AC}$.
   a- Montrer que F est le barycentre des points A et C affectés des coefficients a et b à déterminer
   b- Déduire que H ∈ [FB]
   c- Que peut-on dire pour les droites (FB), (IC) et (AE).

3. a- Vérifier que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC} = 4\,\overrightarrow{MG}$.
   b- Construire $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M tels que $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\,\overrightarrow{MC}\right\| = 8$