Statistiques

I- Paramètres de position :

1) Mode :

Le mode est une valeur du caractère qui correspond à l'effectif le plus grand.

Exemple 1 :

Nombre de frères et sœurs d'un groupe de 100 élèves.

Nombre des frères et sœurs (x_i)	0	1	2	3	4	5	6
Nombre des élèves (n_i)	23	36	17	14	4	4	2

Dans cette série le mode est …………..

Exemple 2 :

On considère la série statistique suivante correspondant à la réparation des clients d'un magasin suivant le montant des achats en dinars durant une journée :

Montant (x_i)	[0,20[	[20,30[	[30,40[	[40,60[	[60,100[
Effectifs (n_i)	35	40	55	40	30

Pour cette série la classe modale est ………………………..

2) Moyenne :

On considère la série ci-dessous, correspond aux tailles en cm de 20 enfants de 5 ans.

Taille (x_i)	100	105	110	115	Total
Effectifs (n_i)	4	8	6	2	20

La moyenne de la série est :

$\overline{X}$ = ……………………………………………..……………=………………………………

Exemple :

Note	[0,5[	[5,8[	[8,10[	[10,12[	[12,15[	[15,20[	Total
Centre de la classe	2,5	6,5					
Effectifs	50	60	60	70	45	25	310

La moyenne de la série :

$\overline{X}$ = …………………………………………………………………………=…………………..

3) Médiane :

- Série statistique à caractère discrète

- Si nous ordonnons les valeurs du caractère d'une série statistique par ordre de grandeurs croissantes. La médiane est la valeur qui se situe au centre de la série ainsi ordonnée.

- Si le nombre de valeurs de la série est impair soit 2n+1 valeurs, la médiane sera la $(n+1)^{ième}$ valeur.
- Dans le cas où la série comporte un nombre pair de valeurs soit 2n valeurs, la médiane est la moyenne de deux valeurs centrales : la $n^{ième}$ est la $(n+1)^{ième}$ valeur.

Exemple 1 :

Un examinateur a interrogé 20 candidats, ils ont donné les notes suivantes :

Notes (x_i)	7	8	11	12	14	16
Effectifs	2	3	5	4	4	2

Se traduit par la suite

$\underbrace{7, 7, 8, 8, 8, 11, 11, 11, 11}_{\text{9 termes}}, 11, 12, \underbrace{12, 12, 12, 12, 14, 14, 14, 14, 16}_{\text{9 termes}}$

Me = …………………………………………………………

La médiane est la moyenne des termes des rangs 10 et 11.

Exemples 2 :

Soit le tableau suivant N = 19.

Valeur (x_i)	4	7	8	10	15	18	19	20
Effectifs (n_i)	1	2	3	5	4	1	2	1

$\underbrace{4, 7, 7, 8, 8, 8, 10, 10, 10}_{\text{9 termes}}, \boxed{10}, \underbrace{10, 15, 15, 15, 15, 18, 19, 19, 20}_{\text{9 termes}}$

La médiane est ………………..

- Série statistique à caractère continue

Dans le cas des séries d'un caractère continue, l'intervalle de variation du caractère x est partagé en classes. La médiane est la valeur du caractère correspondant à un effectif cumulé égale à la moitié de l'effectif total.

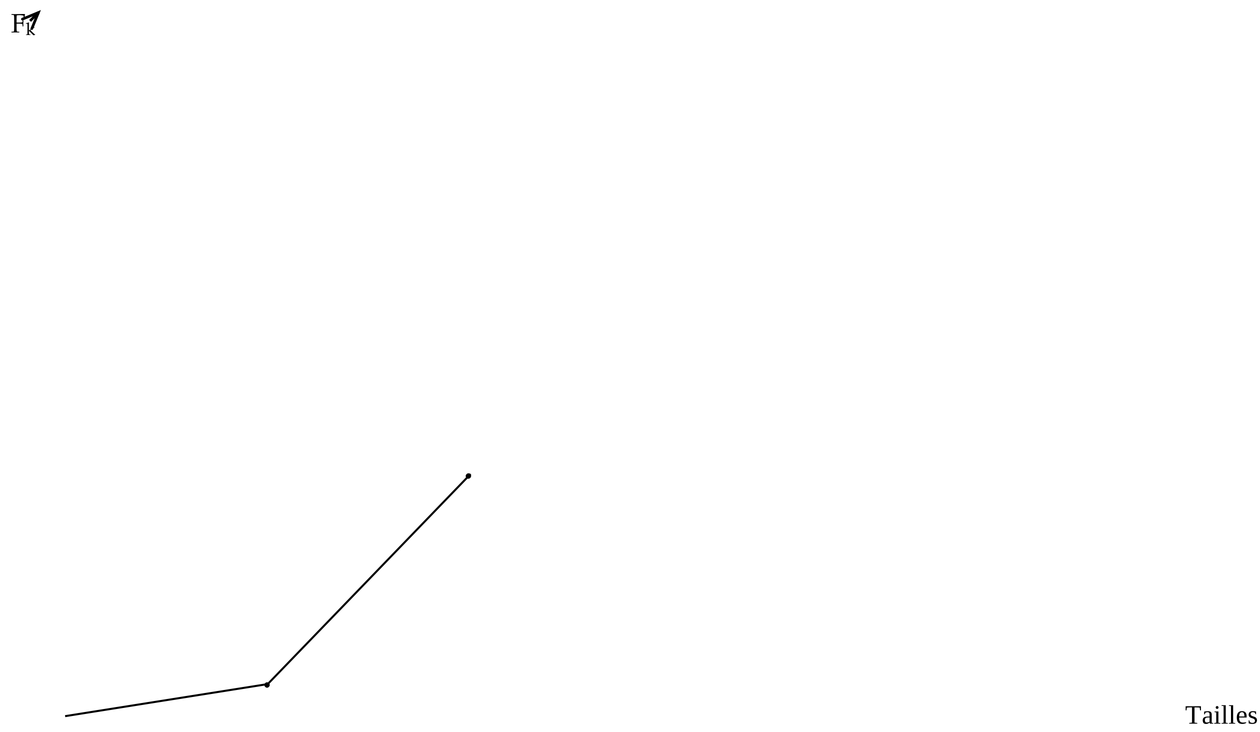
Exemple :

On a relevé les tailles de 250 personnes de sexe masculin d'âge adulte.

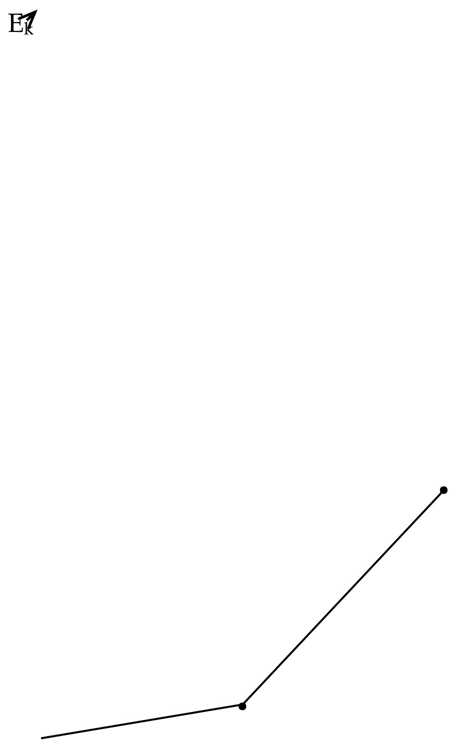
Taille (cm) (x_i)	[150,160[	[160,170[	[170,180[	[180,190[	[190,200]
Effectifs (n_i)	12	78	111	43	6
Effectif cumulé croissant ($E_k\nearrow$)	12	90			
Fréquence cumulée ($F_k\nearrow$)	0, 048	0, 36			

1/ Compléter le tableau ci-dessus.
2/ Tracer le polygone des effectifs cumulés croissants.
3/ Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.

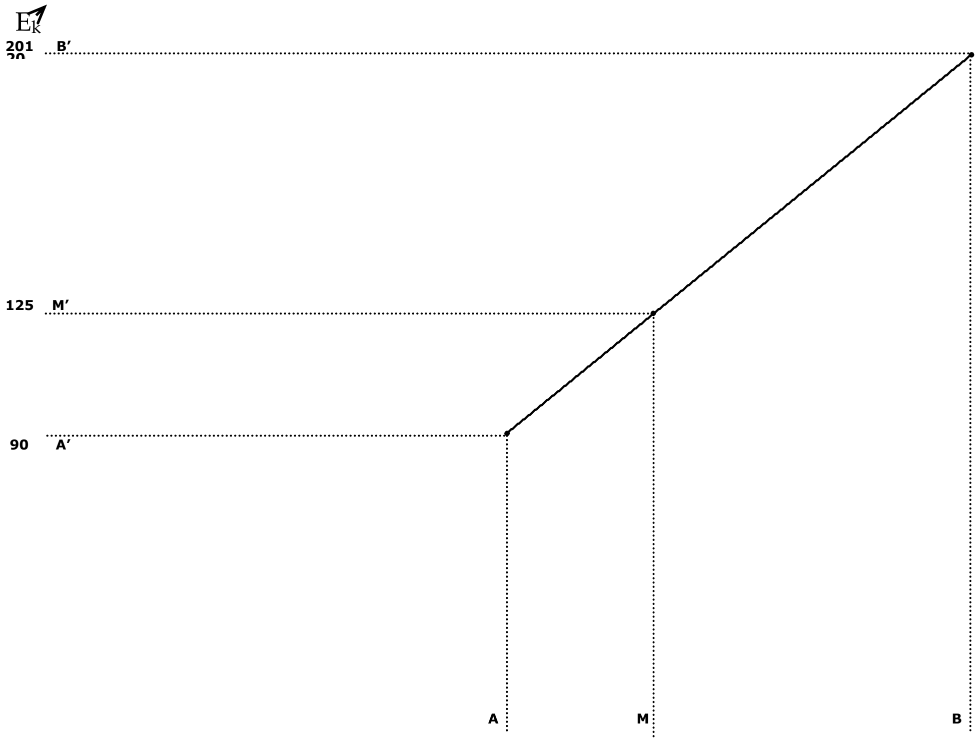
4/ Déterminer graphiquement la médiane de cette série statistique.
Le polygone des fréquences cumulées croissants correspondant :



Méthode de calcul
Le polygone des effectifs cumulés croissants correspondant :



Calculons la médiane en s’aidant du schéma suivant :



$$\frac{AM}{AB}=\frac{A'M'}{A'B'} \quad \text{donc}$$

$$\frac{Me-170}{180-170}=\frac{125-90}{201-90}$$

D’où $\dfrac{Me-170}{125-90}=\dfrac{180-170}{201-90}$

D’une manière pratique, on utilise le tableau suivant :

170	90
Me	125
180	201

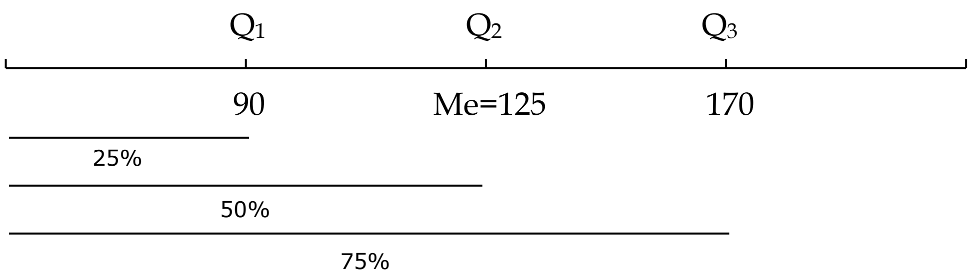
$$\frac{Me-170}{125-90}=\frac{180-170}{201-90}$$

Donc Me = …………………

4) Quartiles

La médiane partage la série en deux groupes de même effectif.

Les quartiles partagent la série en quatre groupes de même effectif. Ils sont donc au nombre de trois Q_1, Q_2 et Q_3 où Q_2 est la médiane.



Exemples :

- ❖ Série statistique à caractère discret.

Exemple 1 :

Le tableau suivant : (N=15)

Valeur (x_i)	3	4	5	6	7	8	9	10
Effectifs (n_i)	2	3	2	1	2	1	2	2

3, 3, 4, $\boxed{4, 4}$, 5, 5, $\boxed{6}$, 7, 7, $\boxed{8, 9}$, 9, 10, 10.

Q_1 = ………… Q_2 = … Q_3 = …………

Exemple 2 :

Le tableau suivant (N = 20)

Caractères (x_i)	7	8	11	12	14	16
Effectifs (n_i)	1	4	5	5	3	2

7, 8, 8, 8, $\boxed{8, 11,}$ 11, 11, 11, $\boxed{11, 12,}$ 12, 12, 12, $\boxed{12, 14,}$ 14, 14, 16, 16.

Q_1 = ……... Q_2 = ……….. Q_3 = ……………

- ❖ Série statistique à caractère continue

Dans le cas d'une série classée, le procède de détermination des quartiles est identique à celui de détermination de la médiane.

- Le quartile Q_1 est l'abscisse du point d'ordonné ¼ sur le polygone des fréquences cumulées et $\frac{N}{4}$ sur le polygone des effectifs cumulés.

- Le quartile Q_3 est l'abscisse du point d'ordonné ¾ sur le polygone des fréquences cumulées et $\frac{3N}{4}$ sur le polygone des effectifs cumulés.

Exemple :

Classes	[2,4[	[4,6[	[6,8[	[8,10[	[10,12[	[12,14[	Total
Effectifs	5	8	10	7	6	4	40
$(E\nearrow)$	5	13	23	30	36	40	

Q_1 = ?

$\frac{N}{4} = \frac{40}{4} = 10$

$\frac{Q_1 - 4}{10 - 5} = \frac{6 - 4}{13 - 5}$

D'où Q_1 = …………………..

4	5
Q_1	10
6	13

Q_2 = ? Q_2 = Me

$\frac{N}{2} = \frac{40}{2} = 20$

………………………………….

………………………………….

Q_2=Me	20

Donc Me = …………………

Q_3 = ?

$\frac{3}{4}N = 30$

……………………………………

……………………………………

Q_3	30

Donc Q_3 = …………………………

Remarques

1) L'intervalle interquartile est : $[Q_1 , Q_3]$ = [………..,………]
2) L'écart interquartile est $Q_3 - Q_1$ = …………….

II- Paramètres de dispersion :

1) Etendue :

L'étendue d'une série statistique est la différence entre ses deux valeurs extrêmes (la plus grande et la plus petite valeur) du caractère.

Exemples :

Exp 1 :

Caractère (x_i)	5	10	15	20	25	30
Effectifs (n_i)	4	4	7	10	9	6

L'étendue est : e = ………………………………………………….

Exp 2 :

Classes	[0,20[	[20,30[	[30,40[	[40,60[	[60,100[
Effectifs (n_i)	35	40	55	40	30

L'étendue est : e = ………………………………………………….

2) Variance :

La variance est la différence entre la moyenne des carrées et le carré de la moyenne noté V, tels que : $V = \overline{X^2} - (\overline{X})^2$.

3)- Ecart type :

Définition :
L'écart type est la racine carrée de la variance. On le note σ avec $\sigma = \sqrt{V}$.

Exemple :

On donne la série suivante.

Caractère (x_i)	15	18	19	20	21	22
Effectifs (n_i)	1	1	2	2	4	6

Compléter le tableau ci-dessous et puis déterminer la moyenne $\overline{X}$, la variance V et l'écart type σ.

x_i	15	18	19	20	21	22	Total
n_i	1	1	2	2	4	6	16
$n_i\,x_i$	15	18					
$n_i\,x_i^2$	225	324					

$\overline{X}$ = ……………………………………………………………………….
V = ……………………………………………………………………….
σ = ……………………………………………………………………….