

Homothéties

EXERCICE N°1

Soit un trapèze ABCD de bases [AB] et [CD] telles que AB=2 et CD=5

Déterminer le centre et le rapport des homothéties suivantes:

1- h qui transforme A en D et B en C.

2- h' qui transforme A en C et B en D.

EXERCICE N°2

Soit un parallélogramme ABCD. Par un point O de la droite (AC) distinct de A et de C, on trace une droite (Δ) qui coupe les droites (AD), (BC), (AB) et (DC) respectivement en E, F, G et H.

Soit h l'homothétie de centre O qui transforme A en C. Quelles sont les images par h des points E et G ?

EXERCICE N°3

Soient deux points distincts A et B et l'application f du plan dans lui-même qui à tout point M

associe le point M' tel que : $2\overrightarrow{MM'} - 3\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

Montrer que f est une homothétie et préciser le centre et le rapport.

EXERCICE N°4

A et B, tant trois points non alignés, on considère l'application

$$\begin{aligned} f: (P) &\rightarrow (P) \\ M &\rightarrow M' \end{aligned} \quad \text{tel que } \overrightarrow{MM'} = \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$$

1- Montrer que f admet un seul point invariant G que l'on précisera.

2- Montrer que f est une homothétie que l'on caractérisera.

EXERCICE N°5

Soient un parallélogramme ABCD de centre I et h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{3}{2}$. On pose

B'=h(B) et D'=h(D).

1- Montrer que les droites (BD) et (B'D') sont parallèles.

2- La droite (AC) coupe (B'D') en K. Montrer que le point K est le milieu du segment [B'D'].

3- La droite (B'D') coupe les droites (BC) et (DC) respectivement en E et F. Comparer les vecteurs \overrightarrow{BF} et $\overrightarrow{ED'}$; en déduire que le point K est le milieu du segment [EF].

EXERCICE N°6

On considère un cercle (C) de centre O et de rayon R et un point A extérieur au cercle (C) tel que

OA < 2R. On appelle (C') le cercle de centre O' milieu du segment [AO] et de rayon R' = $\frac{1}{2}$ R

1- On pose $(C) \cap (C') = \{E, F\}$; la droite (AE) recoupe (C) en H

Montrer que E est le milieu de [AH].

2- Soit (D) une tangente au cercle (C) issue de A. Montrer que la droite (D) est tangente au cercle (C').

EXERCICE N°7

Soient A un point du plan P et les applications f et g définies par : f(M)=M' tel que M' est le

barycentre de (A, 3) et (M, 1) et g(M)=M'' tel que M'' est le barycentre de (A, -2) et (M, 5)

Montrer que f et g sont deux homothéties que l'on caractérisera.

Arithmétiques

Déterminer a et b afin que le nombre qui s'écrit "27x85y" (en [base 10](#)) soit divisible par 3 et par 11

x + y + 1 doit être divisible par 3 et y - x + 8 doit être divisible par 11; x et y n'excédant pas 9, y - x + 8 ne peut excéder 17, donc y - x + 8 = 11; c'est dire que

y - x = 3; procéder ensuite par épuisement des cas.... Vous devriez trouver n = 271854 ou n = 274857