Lycée Omar Elkalchani Classe : 2 ème science 1+3	DEVOIR DE SYNTHÈSE 1 Mathématique	Profs : Yahmadi Selmi Sonia Et B.Othmen Ibtisem A. scolaire : 2010/2011

Exercice 1 : (4.5 points)

Répondre par vrai ou faux :

1) ABCD est un quadrilatère. L'ensemble des points M vérifiant :

$\left\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\,\overrightarrow{MD}\right\| = 5AB + 2\,AD$ est vide .

2) Le plan est muni d'un repère (O, $\vec{\imath}$,$\vec{\jmath}$) .

Soit l'application f : P $\longrightarrow$ P

M(x,y) $\longmapsto$ M' (x' , y') tel que : $\begin{cases} x' = -x - 5 \\ y' = -y - 2 \end{cases}$.

f est une translation .

3) Soit f la fonction définie par f(x) = $\sqrt{\dfrac{-5x^2+6x-1}{x^2-x+4}}$

L'ensemble de définition de f est IR .

4) Soit le tableau de signe suivant :

x	$-\infty$		-2		3		5		$+\infty$
P(x)		-	0	+	0	-	0	+	

Alors P(4) $> P(6)$

5) Soit le trinôme de second degré f(x) = ax^2 + b x +c (a , b et c sont trois réels tel que a $\neq 0$)

Si a < 0 et $\Delta < 0$ alors l'inéquation f(x) > 0 admet des solutions .

6) x $\longmapsto$ $(2x + 5)^5 - x^5$ est un polynôme de degré 5 .

Exercice 2 (5.5 points)

1) a- Résoudre dans *IR* : $x^2+x-6 = 0$

b- Factoriser le trinôme $2x^2 + 5x + 3$.

2) On donne le polynôme $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

a- Vérifier que *(-1)* est une racine de *P*.

b- Factoriser *P* et déduire les deux autres racines de *P.*

3) Soit la fonction rationnelle $f(x) = \dfrac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{2x^2 + 5x + 3}$

a- Déterminer D_f le domaine de définition de *f.*

b- Montrer que pour tout $x \in D_f$; $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 6}{2x + 3}$

c- Résoudre alors pour tout $\in D_f$ l'inéquation : $f(x) \leq 0$.

Exercice 3 : (6 points) :

ABC est un triangle tel que AB= a $\in IR^*_+$. J le milieu de [AC] . Soit le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$

et K le barycentre de (B, 2) et (C, 1) .

1) Prouver que D est le barycentre de A et B affectés de deux coefficients que l'on déterminera .

2) Soit G le barycentre de (A ,3) , (B ,2) et (C ,1).
   a) Montrer que G est milieu de [AK].
   b) Montrer que G ∈ (CD) .

3) Soit H milieu de [AG] . Montrer que H est le barycentre de (A, 3) et (C, 1).

4) Montrer que (BH) , (AK) et (CD) sont concourantes .

5) Dans cette question on suppose que ABC est un triangle équilatéral
   et $\zeta = \{M \in P \ tel\ que \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = a\sqrt{3}\}$.

   a) Vérifier que B $\in \zeta$.
   b) Déterminer l'ensemble ζ . (utiliser O le centre de gravité de ABC) .

Exercice 4 : (4points) :

ABCD est un losange de centre O .

On considère l'application f : P ⟶ P

M ⟼ M' tel que : $\overrightarrow{CM'} = \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CD}$

1) Montrer que f est la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$

2) a- Construire E= f(C) .

   b- Montrer que D milieu de [AE].

3) Soit O' le projeté orthogonal de E sur (BD)

   a) Déterminer f (BD) et f(AC) .

   b) En déduire que f(O) = O'